Úvod do vln v plazmatu

Co je to vlna? (fázová a grupová rychlost)

Přehled vln v plazmatu

Plazmové oscilace

Iontové akustické vlny

Horní hybridní frekvence

Elektrostatické iontové cyklotronové vlny

Dolní hybridní frekvence

Popis vln

Každý periodický pohyb tekutiny můžeme Fourierovou analýzou rozložit – jeví se nám jako superpozice sinusových oscilací s různými frekvencemi ω a vlnovými délkami λ

$$n = \overline{n}.exp\left[i\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t\right)\right]$$

$$\vec{k}.\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

Fázová rychlost

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega}{k} \equiv v_\phi$$

Často větší než **c**

- Kladné – vlna se pohybuje doprava
- Záporné – vlna se pohybuje doleva

Grupová rychlost

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = v_g$$

Vždy menší než **c**

Stručný přehled elementárních vln v plazmatu

Elektrostatika

Elektrony

$\vec{B}_0 = 0 \text{ or } \vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + 3k^2 v_{th}^2$	Plazmové oscilace
$\vec{k} \perp \vec{B}_0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 = \omega_h^2$	Horní hybridní oscilace

Ionty

$\vec{B}_0 = 0 \text{ or } \vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\omega^2 = k^2 v_s^2 = k^2 \frac{\gamma_e K T_e + \gamma_i K T_i}{M}$	Iontové akustické vlny
$\vec{k} \perp \vec{B}_0$ (přibližně)	$\omega^2 = \Omega_c^2 + k^2 v_s^2$	Elektrostatické iontové cyklotronové vlny
$\vec{k} \perp \vec{B}_0$ (přesně)	$\omega^2 = [(\Omega_c \omega_c)^{-1} + \omega_i^{-2}]^{-1}$	Dolní hybridní oscilace

Stručný přehled elementárních vln v plazmatu

	$\vec{B}_0 = 0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2c^2$	Světelné vlny
	$\vec{k} \perp \vec{B}_0,\ \vec{E}_1 \| \vec{B}_0$	$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$	O vlna
Elektrony	$\vec{k} \perp \vec{B}_0,\ \vec{E}_1 \perp \vec{B}_0$	$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}$	X vlna
	$\vec{k} \| \vec{B}_0$	$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - (\omega_c/\omega)}$	R vlna
	$\vec{k} \| \vec{B}_0$	$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + (\omega_c/\omega)}$	L vlna

Elektromagnetika

	$\vec{B}_0 = 0$		
Ionty	$\vec{k} \| \vec{B}_0$	$\omega^2 = k^2v_A^2$	Alfénova vlna
	$\vec{k} \perp \vec{B}_0$	$\frac{\omega^2}{k^2} = c^2\frac{v_s^2 + v_A^2}{c^2 + v_A^2}$	Magnetozvuková vlna

ω – frekvence

k – vlnové číslo

c – rychlost světla

ω_p – plazmová frekvence

ω_i – iontová plazmová frekvence

ω_c – elektronová cyklotronová frekvence

Ω_c – iontová cyklotronová frekvence

ω_h – horní hybridní frekvence

ν_s – akustická rychlost

ν_A – Alfénova rychlost

Plazmové oscilace

Jsou-li elektrony v plazmatu posunuty proti homogennímu iontovému pozadí, vytvoří se elektrické pole takového směru, aby obnovilo neutralitu plazmatu přitažením elektronů do jejich původní polohy. Elektrony však v důsledku své setrvačnosti přeběhnou a oscilují okolo své rovnovážné polohy s charakteristickou frekvencí – **PLAZMOVÁ FREKVENCE**.

Tato oscilace je tak rychlá, že masivní ionty nemají čas reagovat na oscilující pole a můžeme je tak považovat za pevné.

Plazmové oscilace

$$mn_e\left[\frac{\partial\vec{v}_e}{\partial t}+(\vec{v}_e.\nabla)\,\vec{v}_e\right]=-en_e\vec{E}$$

Pohybová rovnice

$$\vec{B}_0=0\ \vec{k}\parallel\vec{B}_0$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t}+\nabla.\left(n_e\vec{v}_e\right)=0$$

Rovnice kontinuity

$$\varepsilon_0\nabla.\vec{E}=\varepsilon_0\partial\vec{E}/\partial\vec{x}=e\left(n_i-n_e\right)$$

Maxwellova rovnice – Poissonova rovnice

$$\omega_p=\left(\frac{n_0e^2}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}$$

Plazmová frekvence

$$\omega_p/2\pi=f_p\approx 9\sqrt{n}\left(\mathrm{m}^{-3/2}\right)\mathrm{s}^{-1}$$

$$f_p\approx 10\left(10^{18}\right)^{1/2}=10^{10}\mathrm{s}^{-1}=10\mathrm{GHz}$$ ← Pro plazma o hustotě $n=10^{18}\mathrm{m}^{-3}$

Elektronové plazmové oscilace

Existuje ještě jiný efekt, který může způsobit, že se plazmové oscilace šíří, a to tepelný pohyb. Elektrony proudící do přilehlých vrstev plazmatu svými tepelnými rychlostmi přinášejí informace o tom, co se děje v oblasti oscilací.

Plazmové ***oscilace*** bychom pak měli správně nazvat plazmové ***vlny***.

$$mn_e\left[\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e.\nabla)\,\vec{v}_e\right] = -en_e\vec{E} - \nabla p_e$$

V 1D

$$\nabla p_e = 3KT_e\nabla n_e$$

$$\downarrow$$

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2}k^2 v_{th}^2$$

$$v_{th}^2 \equiv 2KT_e/m$$

Iontové akustické vlny

$$Mn_e\left[\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial t}+(\vec{v}_i.\nabla)\,\vec{v}_i\right]=-en\vec{E}-\nabla p=-en\nabla\phi-\gamma_i KT_i\nabla n$$

Pohybová rovnice

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\nabla.(n_i\vec{v}_i)=0$$

Rovnice kontinuity

$$n_1=n_0\frac{e\phi_1}{KT_e}$$

Hustota elektronů

z Boltzmannova zákona

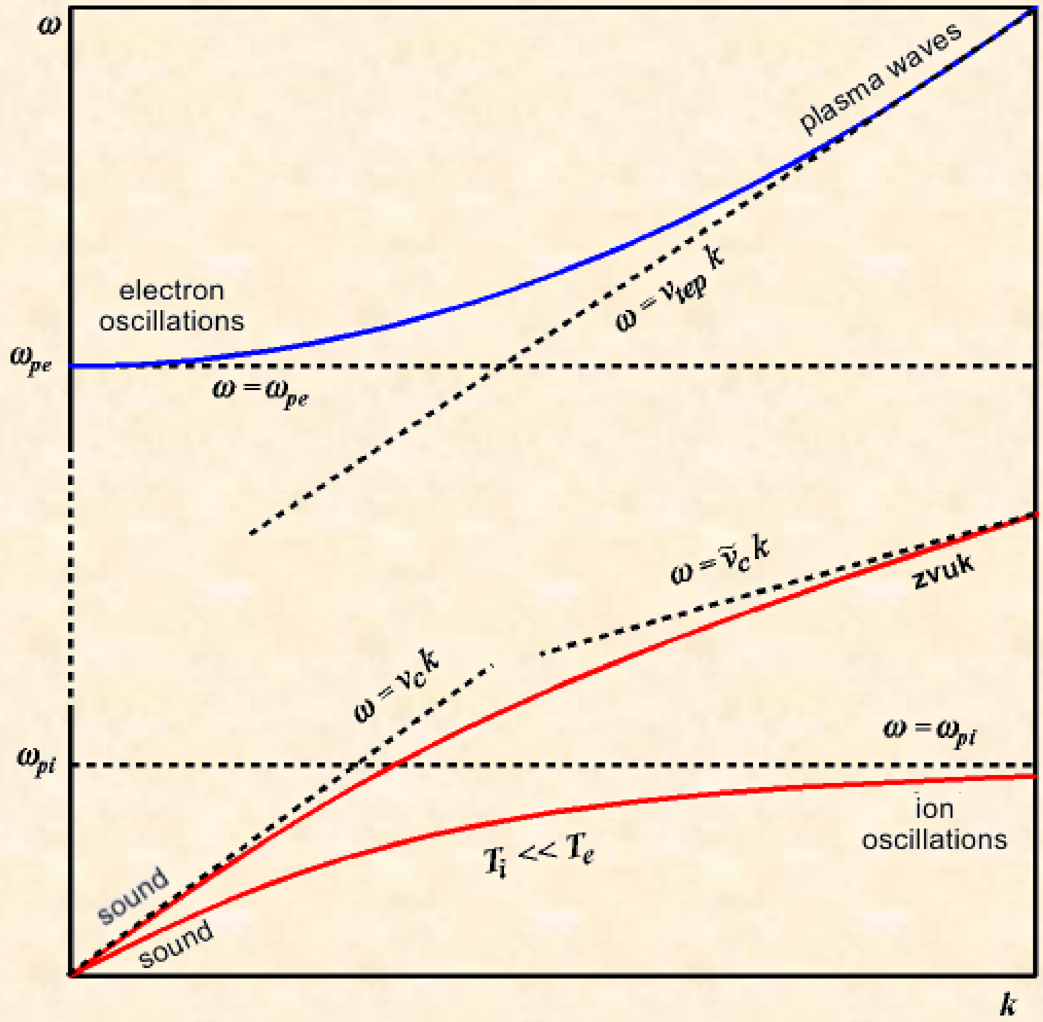
$$\vec{B}_0=0\quad\vec{k}\parallel\vec{B}_0$$

$$\underbrace{}$$

$$\omega^2=k^2\frac{KT_e+\gamma_i KT_i}{M}$$

Disperzní vztah pro iontově akustické vlny

Srovnání elektronových a iontových vln



Plazmové oscilace jsou v podstatě *vlny s konstantní frekvencí* s odchylkami v důsledku tepelných pohybů.

Iontové vlny jsou v podstatě *vlny s konstantní rychlostí* a mohou se vyskytovat pouze tehdy, existuje-li tepelný pohyb.

Horní hybridní frekvence

$$m\frac{\partial \vec{v}_{e1}}{\partial t} = -\left(\vec{E}_1 + \vec{v}_{e1} \times \vec{B}_0\right)$$

Pohybová rovnice

$$\vec{k} \perp \vec{B}_0$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla.(n_e \vec{v}_e) = 0$$

Rovnice kontinuity

$$\nabla.\vec{E}_1 = e n_{e1}/\varepsilon_0$$

Maxwellova rovnice

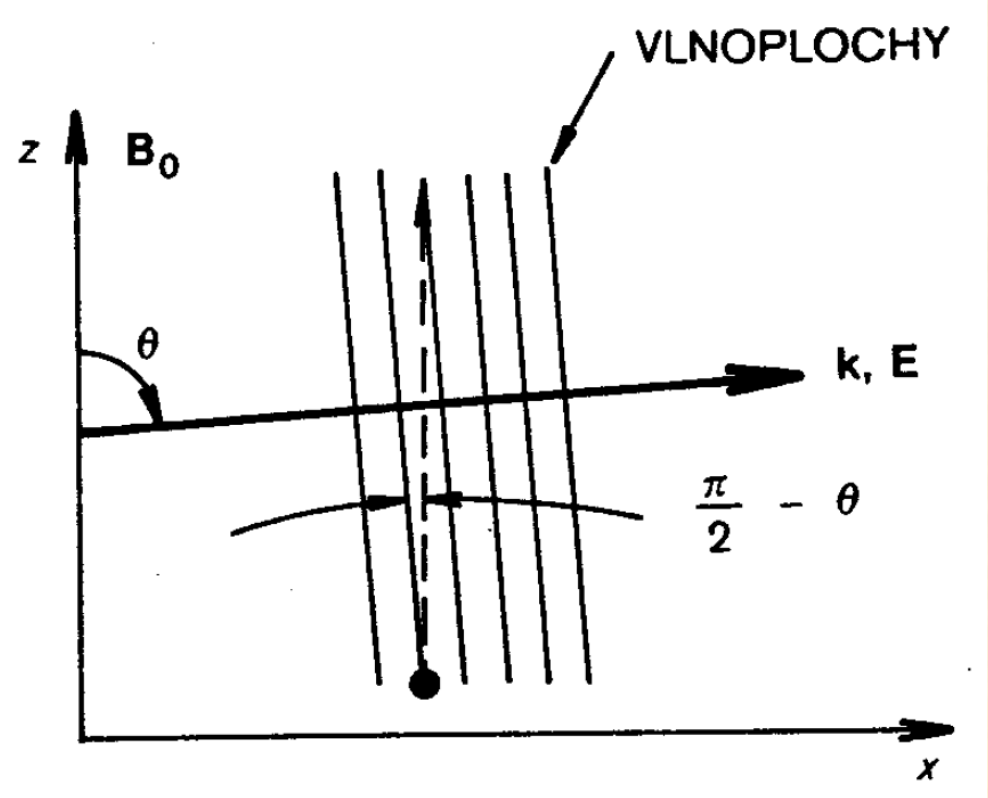
$$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 \equiv \omega_h^2$$

Horní hybridní frekvence

Tuto frekvenci mají elektrostatické elektronové vlny *kolmé* na **B**, kdežto vlny *ve směru* **B** jsou obyčejné plazmové oscilace.

Elektrony v rovinné vlně vytvářejí oblasti zhuštění a zředění jako při plazmových oscilacích. Nyní je však přítomno **B** pole kolmé na pohyb a Lorentzova síla přeměňuje trajektorie na elipsy.

Elektrostatické iontové cyklotronové vlny



Jestliže úhel θ není přesně ½ π, mohou se elektrony pohybovat podél vyčárkované přímky (ve směru $\mathbf{B}_0$) a přenášejí náboj ze záporných do kladných oblastí vlny a uskutečňují tak Debeyův mechanismus stínění.

Elektrostatické iontové cyklotronové vlny

$$M\frac{\partial \vec{v}_{i1}}{\partial t} = -e\nabla\phi_1 + \vec{v}_{i1} \times \vec{B}_0$$

Pohybová rovnice

$$n_1 = n_0\frac{e\phi_1}{KT_e}$$

Hustota elektronů
z Boltzmannova zákona

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla.(n_i\vec{v}_i) = 0$$

Rovnice kontinuity

$$\vec{k} \perp \vec{B}_0$$

$$\omega^2 = \Omega_c^2 + k^2 v_s^2$$

$$\vec{k} \perp \vec{B}_0$$

Ionty mají tendenci oscilovat jako ve vlně akustického typu, ale Lorentzova síla představuje novou sílu směřující k obnovení původního stavu a její vliv se projeví členem $\Omega_c{}^2$.

Dolní hybridní frekvence

Jestliže úhel θ je přesně ½ π, pak elektrony nemohou svým pohybem podél siločar udržovat neutralitu plazmatu.

$$M\frac{\partial \vec{v}_{i1}}{\partial t} = -e\nabla\phi_1 + \vec{v}_{i1} \times \vec{B}_0$$

Pohybová rovnice

$$\vec{k} \perp \vec{B}_0$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla.(n_i\vec{v}_i) = 0$$

Rovnice kontinuity

$$n_i = n_e$$

Plazmatické přiblížení

$$\omega^2 = \Omega_c\omega_c$$

Dolní hybridní frekvence

Je to frekvence, kterou by měly elektrostatické iontové oscilace, kdyby θ bylo přesně $\pi/2$. Protože je obtížné držet θ s požadovanou přesností na této hodnotě, lze tuto frekvenci zřídka pozorovat.

MAXWELLOVY ROVNICE

$$rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$div\,\vec{B} = 0$$

- Zanedbáváme posuvný proud a náboj.

- Ohmův zákon:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$\vec{j} = (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})\gamma$$

γ je měrná vodivost, μ_0 - permeabilita