

Sondová měření v plazmatu

Petr Zikán

Studentský seminář, Březen 2011

Přehled prezentace

1 Child-Langmuirův zákon

Přehled prezentace

- 1 Child-Langmuirův zákon
- 2 Sheath a pre-sheath

Přehled prezentace

- 1 Child-Langmuirův zákon
- 2 Sheath a pre-sheath
- 3 VA charakteristika

Přehled prezentace

- 1 Child-Langmuirův zákon
- 2 Sheath a pre-sheath
- 3 VA charakteristika
- 4 Teorie sondových měření

Přehled prezentace

- 1 Child-Langmuirův zákon
- 2 Sheath a pre-sheath
- 3 VA charakteristika
- 4 Teorie sondových měření
- 5 Iontové trajektorie

Přehled prezentace

- 1 Child-Langmuirův zákon
- 2 Sheath a pre-sheath
- 3 VA charakteristika
- 4 Teorie sondových měření
- 5 Iontové trajektorie
- 6 Bibliography

Child-Langmuirův zákon[4]

- Dvě nekonečné rovinné elektrody ve vzdálenosti d od sebe.
- Elektroda A emituje částice s nulovou počáteční rychlostí, $V_A = 0$ V, elektroda B absorbuje dokonale a $V_B > 0$ V.

Child-Langmuirův zákon[4]

- Dvě nekonečné rovinné elektrody ve vzdálenosti d od sebe.
- Elektroda A emituje částice s nulovou počáteční rychlostí, $V_A = 0$ V, elektroda B absorbuje dokonale a $V_B > 0$ V.

$$v(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$$

$$\rho(x) = j \sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}$$

Child-Langmuirův zákon[4]

- Dvě nekonečné rovinné elektrody ve vzdálenosti d od sebe.
- Elektroda A emituje částice s nulovou počáteční rychlostí, $V_A = 0$ V, elektroda B absorbuje dokonale a $V_B > 0$ V.

$$v(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$$

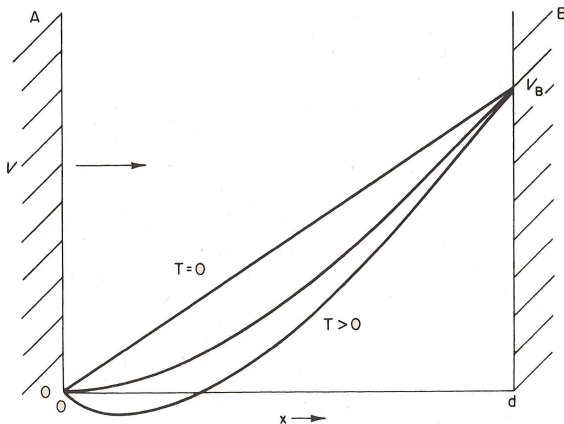
$$\rho(x) = j\sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}$$

- Z Poissonovy rovnice lze určit průběh potenciálu mezi elektrodami

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{j}{\epsilon_0 e} \sqrt{\frac{m}{2eV(x)}} \quad (1)$$

- Předchozí rovnici (1) lze analyticky vyřešit vzhledem k j

$$|j| = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\epsilon_0 V_0^{\frac{3}{2}}}{d^2}$$

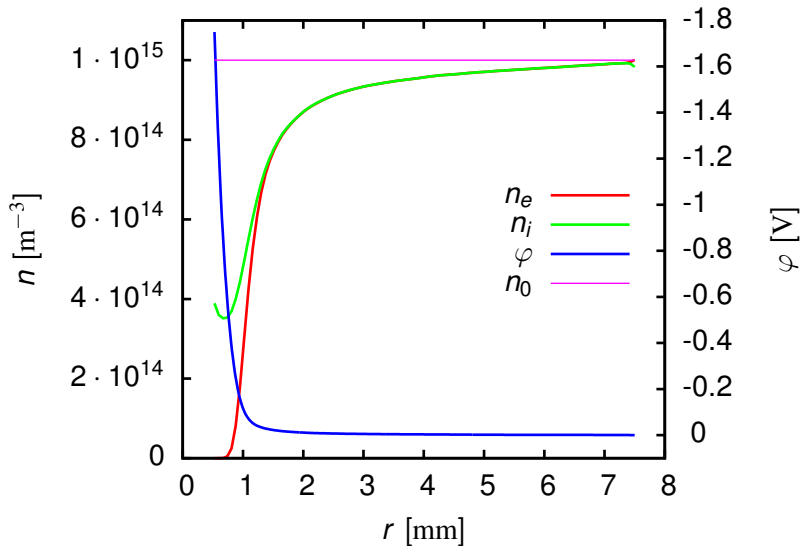


- Odpovídají-li rychlosti emitovaných částic Maxwellově distribuci

$$|j| = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\epsilon_0 (V_0 - V_{min})^{\frac{3}{2}}}{(d - d_{min})^2} \left(1 + \frac{2.66}{\sqrt{\eta}} \right)$$

- η je normalizované napětí

$$\eta = \frac{eV}{kT}$$



Bohmovo kritérium stability vrstvy[5]

Předpoklady:

- elektrony s Maxwelllovským rozdělením o teplotě T_e
- teplota iontů $T_i \approx 0$
- $n_e = n_i$ na rozhraní plazmatu a sheathu

Bohmovo kritérium stability vrstvy[5]

Předpoklady:

- elektrony s Maxwelllovským rozdělením o teplotě T_e
- teplota iontů $T_i \approx 0$
- $n_e = n_i$ na rozhraní plazmatu a sheathu

Pak zákon zachování energie pro ionty dává

$$\frac{1}{2}Mv^2(x) = \frac{1}{2}Mv_s - e\varphi(x)$$

Neuvažujeme-li ionizaci v sheathu

$$n_i(x)v(x) = n_{is}v_s$$

Bohmovo kritérium stability vrstvy[5]

Předpoklady:

- elektrony s Maxwelllovským rozdělením o teplotě T_e
- teplota iontů $T_i \approx 0$
- $n_e = n_i$ na rozhraní plazmatu a sheathu

Pak zákon zachování energie pro ionty dává

$$\frac{1}{2}Mv^2(x) = \frac{1}{2}Mv_s^2 - e\varphi(x)$$

Neuvažujeme-li ionizaci v sheathu

$$n_i(x)v(x) = n_{is}v_s$$

Předchozí rovnice lze vyřešit vzhledem k n_i

$$n_i = n_{is} \left(1 - \frac{2e\varphi}{Mv_s^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Elektronová hustota je dána Boltzamanovým rozdělením

$$n_e(x) = n_{es} \exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right)$$

Elektronová hustota je dána Boltzamanovým rozdělením

$$n_e(x) = n_{es} \exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right)$$

Průběh potenciálu lze pak obdržet z Poissonovy rovnice

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e - n_i) = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[\exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right) - \left(1 - \frac{2e\varphi}{Mv_s^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

Elektronová hustota je dána Boltzamanovým rozdělením

$$n_e(x) = n_{es} \exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right)$$

Průběh potenciálu lze pak obdržet z Poissonovy rovnice

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e - n_i) = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[\exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right) - \left(1 - \frac{2e\varphi}{Mv_s^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

První integraci lze provést analyticky

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[T_e \exp\left(\frac{\varphi}{T_e}\right) - T_e + 2\epsilon_s \left(1 - \frac{\varphi}{\epsilon_s}\right)^{\frac{1}{2}} - 2\epsilon_s \right]$$

Elektronová hustota je dána Boltzamanovým rozdělením

$$n_e(x) = n_{es} \exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right)$$

Průběh potenciálu lze pak obdržet z Poissonovy rovnice

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e - n_i) = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[\exp\left(\frac{\varphi(x)}{T_e}\right) - \left(1 - \frac{2e\varphi}{Mv_s^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

První integraci lze provést analyticky

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[T_e \exp\left(\frac{\varphi}{T_e}\right) - T_e + 2\epsilon_s \left(1 - \frac{\varphi}{\epsilon_s}\right)^{\frac{1}{2}} - 2\epsilon_s \right]$$

pokud se omezíme na malá napětí a rozvedeme pravou stranu předešlé rovnice do Taylorovy řady do druhého řádu

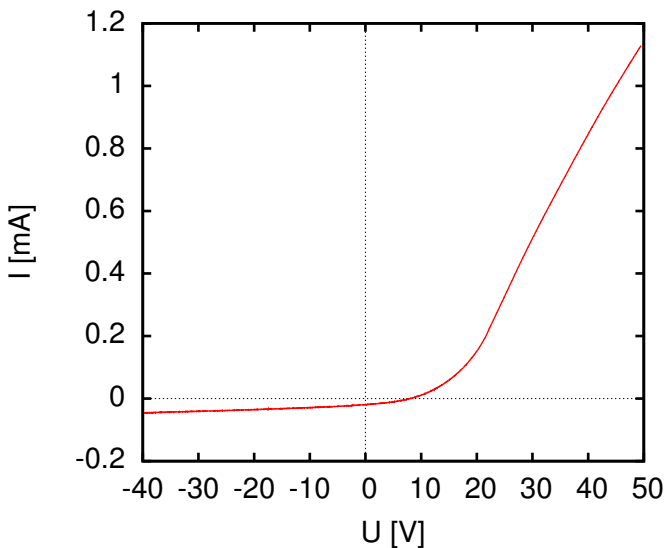
$$\frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{T_e} - \frac{1}{4} \frac{\varphi^2}{\epsilon_s} \geq 0$$

po dosazení a úpravě

$$u_s \geq \sqrt{\frac{eT_e}{M}} = u_B,$$

což je známé Bohmovo kritérium stability vrstvy.

Sondová charakteristika



Plovoucí potenciál

V tomto bodě sondové charakteristiky jsou si elektronové a iontové proudy rovny. Sonda musí být na záporném potenciálu vzhledem k plazmatu.

S využitím Bohmova kritéria můžeme přibližně odhadnout

$$I_{+f} = e j_+ S \approx e n_+ S \sqrt{\frac{kT_-}{m_+}} \quad (2)$$

Přechodová část sondové charakteristiky

V případě Maxwellova rozdělení bude přechodová část exponenciála

$$I_e = I_{es} \exp\left(\frac{e(V_p - V_s)}{kT_e}\right) \quad (3)$$

kde V_s je potenciál plazmatu, V_p napětí na sondě a

$$I_{es} = \frac{1}{4} n_e e S \bar{v} = n_e e S \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m_e}} \quad (4)$$

Přechodová část sondové charakteristiky

V případě Maxwelllova rozdělení bude přechodová část exponenciála

$$I_e = I_{es} \exp\left(\frac{e(V_p - V_s)}{kT_e}\right) \quad (3)$$

kde V_s je potenciál plazmatu, V_p napětí na sondě a

$$I_{es} = \frac{1}{4} n_e e S \bar{v} = n_e e S \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m_e}} \quad (4)$$

Tedy sklon fitu logaritmem proudu v této oblasti bude

$$\alpha = \frac{e}{kT_e}$$

Je však nutné mít čistě elektronový proud - nejjednodušším způsobem je fit iontového nasyceného proudu přímkou, její extrapolace až k potenciálu plazmatu a následné odečtení od původní charakteristiky.

Plazmový potenciál

Nachází-li se sonda na plazmovém potenciálu neexistuje mezi ní a plazmatem žádný potenciálový spád. Sondový proud je tvořen především elektrony, které mají mnohem větší pohyblivost.

Plazmový potenciál

Nachází-li se sonda na plazmovém potenciálu neexistuje mezi ní a plazmatem žádný potenciálový spád. Sondový proud je tvořen především elektrony, které mají mnohem větší pohyblivost. Metody určení:

- průsečík fitů zlogaritmovaným proudem přechodové a nasycené elektronové části

Plazmový potenciál

Nachází-li se sonda na plazmovém potenciálu neexistuje mezi ní a plazmatem žádný potenciálový spád. Sondový proud je tvořen především elektrony, které mají mnohem větší pohyblivost. Metody určení:

- průsečík fitů zlogaritmovaným proudem přechodové a nasycené elektronové části
- maximum první derivace, resp. nulovost druhé derivace

Plazmový potenciál

Nachází-li se sonda na plazmovém potenciálu neexistuje mezi ní a plazmatem žádný potenciálový spád. Sondový proud je tvořen především elektrony, které mají mnohem větší pohyblivost. Metody určení:

- průsečík fitů zlogaritmovaným proudem přechodové a nasycené elektronové části
- maximum první derivace, resp. nulovost druhé derivace
- z plovoucího potenciálu ((2) = (4))

$$V_s = V_f + \frac{kT_e}{2e} \ln \left(\frac{2m_i}{\pi m_e} \right)$$

Plazmový potenciál

Nachází-li se sonda na plazmovém potenciálu neexistuje mezi ní a plazmatem žádný potenciálový spád. Sondový proud je tvořen především elektrony, které mají mnohem větší pohyblivost. Metody určení:

- průsečík fitů zlogaritmovaným proudem přechodové a nasycené elektronové části
- maximum první derivace, resp. nulovost druhé derivace
- z plovoucího potenciálu ((2) = (4))

$$V_s = V_f + \frac{kT_e}{2e} \ln \left(\frac{2m_i}{\pi m_e} \right)$$

- emitující sonda

Určení koncentrace

- Z předchozího vztahu (4) lze vyjádřit koncentraci elektronů

$$n_e = \frac{4|I_{ep}|}{eS} \sqrt{\frac{\pi m_e}{8kT_e}}$$

- I_{ep} je hodnota elektronového proudu při plazmovém potenciálu

Určení koncentrace

- Z předchozího vztahu (4) lze vyjádřit koncentraci elektronů

$$n_e = \frac{4|I_{ep}|}{eS} \sqrt{\frac{\pi m_e}{8kT_e}}$$

- I_{ep} je hodnota elektronového proudu při plazmovém potenciálu
- Podobně lze z (2) určit i koncentrace iontů

$$n_i = \frac{I_{if}}{eS} \sqrt{\frac{m_i}{kT_e}}$$

- I_{if} je hodnota proudu při plovoucím potenciálu.

Určení koncentrace

- Z předchozího vztahu (4) lze vyjádřit koncentraci elektronů

$$n_e = \frac{4|I_{ep}|}{eS} \sqrt{\frac{\pi m_e}{8kT_e}}$$

- I_{ep} je hodnota elektronového proudu při plazmovém potenciálu
- Podobně lze z (2) určit i koncentrace iontů

$$n_i = \frac{I_{if}}{eS} \sqrt{\frac{m_i}{kT_e}}$$

- I_{if} je hodnota proudu při plovoucím potenciálu.
- Očekávat však shodu takto určených koncentrací (kvazineutralita plazmatu) by bylo poměrně naivní, uvedená teorie je velmi nepřesná z různých důvodů, avšak jistý odhad může poskytnout.

Teorie sondových měření

- OML (orbital motion limited) teorie [4]

Teorie sondových měření

- OML (orbital motion limited) teorie [4]
- ABR (Allen-Boyd-Reynold) teorie [8]

Teorie sondových měření

- OML (orbital motion limited) teorie [4]
- ABR (Allen-Boyd-Reynold) teorie [8]
- BRL (Bernstein-Rabinowitz-Laframboise) teorie [6],[2]

Teorie sondových měření

- OML (orbital motion limited) teorie [4]
- ABR (Allen-Boyd-Reynold) teorie [8]
- BRL (Bernstein-Rabinowitz-Laframboise) teorie [6],[2]
- teorie zahrnující srážky, případně i přítomnost magnetického pole

Teorie sondových měření

- OML (orbital motion limited) teorie [4]
- ABR (Allen-Boyd-Reynold) teorie [8]
- BRL (Bernstein-Rabinowitz-Laframboise) teorie [6],[2]
- teorie zahrnující srážky, případně i přítomnost magnetického pole
- možnost určení EEDF (Druyvesteinova formule)

OML teorie

- V podstatě se jedná o původní Langmuirův článek[7], neznal však Bohmovo kritérium, pro korektnější popis iontového proudu je třeba vyhledat novější články[6].
- žádné srážky, bez magnetického pole, problém centrální síly

OML teorie

- V podstatě se jedná o původní Langmuirův článek[7], neznal však Bohmovo kritérium, pro korektnější popis iontového proudu je třeba vyhledat novější články[6].
- žádné srážky, bez magnetického pole, problém centrální síly
- problém vyvstává s určením potenciálu ve vrstvě, Poissonova rovnice již není analyticky řešitelná
- nicméně v jistých situacích může být sondový proud zjištěn i bez znalosti přesného průběhu potenciálu ve vrstvě

- Proudový příspěvek je obecně dán následujícím integrálem

$$I = nq \int dS \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} dv_x \int_{v_{y1}}^{v_{y2}} dv_y \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} v_x f(v_x, v_y, v_z) dv_z$$

- Problém spočívá "pouze" v určení itegračních limit a volby vhodné soustavy souřadnic.

- Proudový příspěvek je obecně dán následujícím integrálem

$$I = nq \int dS \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} dv_x \int_{v_{y1}}^{v_{y2}} dv_y \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} v_x f(v_x, v_y, v_z) dv_z$$

- Problém spočívá "pouze" v určení itegračních limit a volby vhodné soustavy souřadnic.
- obecně

$$I = S j_r F$$

- S je plocha sondy, $j_r = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ a F je faktor zahrnující rozměry a tvar sondy

- Pokud je částice sondou přitahována ($qV < 0$), pak pro sférickou symetrii

$$F = \frac{r_s^2}{r_p^2}(1 - e^{-\Phi}) + e^{-\Phi}$$

- a pro cylindrickou symetrii

$$F = \frac{s}{a} \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) + e^{\eta}(1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta + \Phi}))$$

$$\eta = -\frac{eV_p}{kT}, \quad \Phi = \frac{r_p^2}{r_s^2 + r_p^2} \eta$$

- Pokud je částice sondou přitahována ($qV < 0$), pak pro sférickou symetrii

$$F = \frac{r_s^2}{r_p^2}(1 - e^{-\Phi}) + e^{-\Phi}$$

- a pro cylindrickou symetrii

$$F = \frac{s}{a} \operatorname{erf}(\sqrt{\Phi}) + e^{\eta}(1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta + \Phi}))$$

$$\eta = -\frac{eV_p}{kT}, \quad \Phi = \frac{r_p^2}{r_s^2 + r_p^2} \eta$$

Uvažujeme-li, že $r_p \ll r_s$ a $\eta \gg 1$, pak

$$F_{\text{sphere}} \cong \eta + 1, \quad F_{\text{cylin}} \cong \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta + 1}$$

- Předchozí rovnice naznačuje, že ze sklonu elektronového nasyceného proudu lze určit koncentraci, pro válcovou sondu

$$I^2 = \frac{4}{\pi} S^2 j_r^2 (\eta + 1)$$

$$\alpha = \frac{2}{\pi^2} S^2 \frac{e}{m} n^2$$

- Předchozí rovnice naznačuje, že ze sklonu elektronového nasyceného proudu lze určit koncentraci, pro válcovou sondu

$$I^2 = \frac{4}{\pi} S^2 j_r^2 (\eta + 1)$$

$$\alpha = \frac{2}{\pi^2} S^2 \frac{e}{m} n^2$$

- pro nasycený ionotvý proud dává OML teorie

$$I_i = I_{i0} \left(1 - \frac{eU}{kT_e} \right)^\kappa$$

EEDF

- Maxwellova rozdělovací funkce se pozná podle toho, že proud tekoucí sondou je v přechodové části exponenciální funkcí napětí
- Druyvesteyn dokázal, že EEDF lze určit z této části charakteristiky

$$f(e|U) = \frac{2\sqrt{2m|U|}}{e^{\frac{5}{2}} S} \frac{d^2 I_e}{dU^2}$$

- Uvedené odvození vychází z faktu, že záporná sonda je schopna vybrat z plazma pouze ty elektrony, jejichž energie je větší nebo rovna eU .

Ukázky iontových trajektorií s/bez srážek[3]

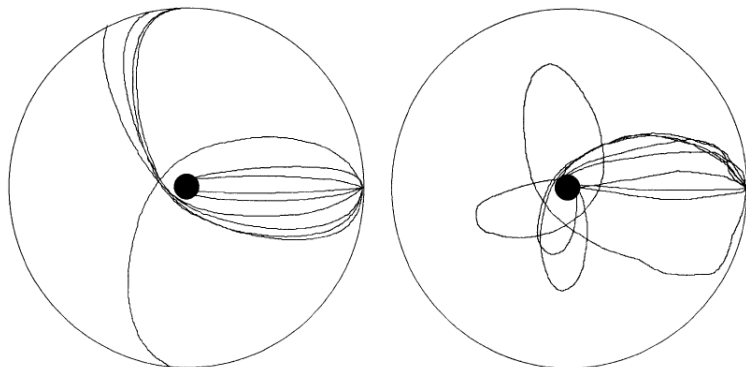


Figure: Simulace deseti iontových trajektorií při $U_p = -2\text{ V}$, $n_e = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$, $r_s = 0.31\text{ mm}$. Ionty začínají pohyb na hranici sheathu s Maxwellovským rozdělením ($T_+ = 300\text{ K}$).

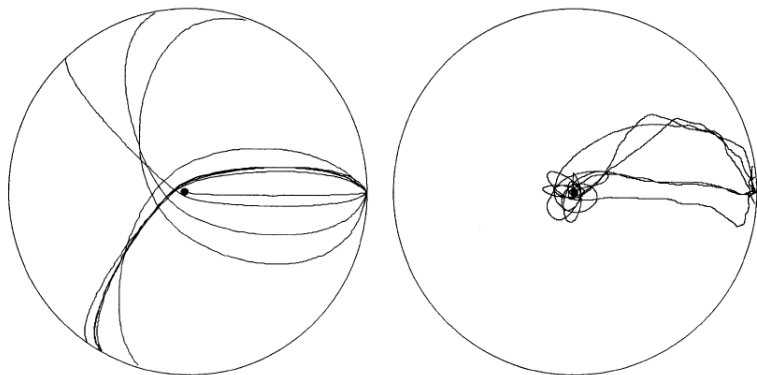


Figure: $U_p = -2\text{ V}$, $n_e = 5 \cdot 10^8\text{ cm}^{-3}$, $r_s = 1.1\text{ mm}$, $T_+ = 300\text{ K}$.

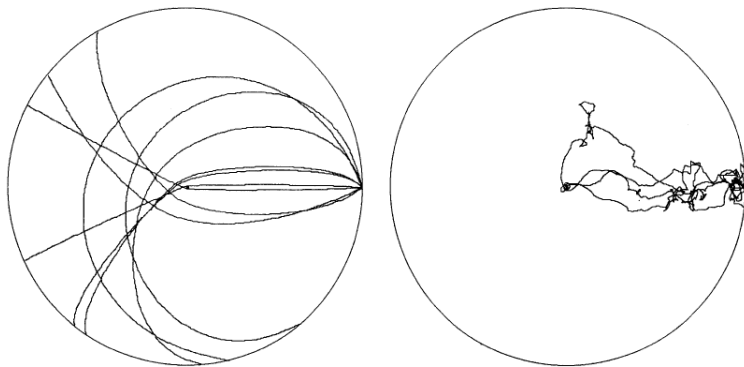










Figure: $U_p = -2\text{ V}$, $n_e = 10^7\text{ cm}^{-3}$, $r_s = 6.7\text{ mm}$, $T_+ = 300\text{ K}$.

Děkuji Vám za pozornost!

Bibliography

-  [1] BETTINGER, R. T., a WALKER, E. M., Phys. Fluids 8 (1965) 748.
-  [2] LAFRAMBOISE, J. G., U.T.I.A.S. Report, No. 100, (1966).
-  [3] TRUNEC, D., ŠPAÑEL, P., a SMITH, D., Contrib. Plasma Phys. **35** (1995) 203.
-  [4] CHEN, F. F., Plasma Diagnostic Techniques, kap. 4, ed. HUDDLESTONE, R. H. a LEONARD, L. S. (1965).
-  [5] LIEBERMAN, M. A. a LICHTENBERG, A.J., Principles of Plasma Discharges and Materials Processing (Wiley, New York, 1994).
-  [6] BERNSTEIN, I.B. a RABINOWITZ, I.N., Phys. Fluids 2, 112 (1959).
-  [7] MOTT-SMITH, H. a LANGMUIR, I., Phys. Rev. 28, 27 (1926).
-  [8] ALLEN, J.E., Boyd, R.L.F. a REYNOLDS, P., Proc. Phys. Soc. (London), B70, 297 (1957).