

Pokročilé disperzní modely v optice tenkých vrstev

Lekce 2: Symetrie tenzoru dielektrické odezvy

Daniel Franta

Ústav fyzikální elektroniky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita

19. 3. 2020

Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

V případě dielektrické odezvy izotropního prostředí bez prostorové disperze (optické aktivity) se jedná o **disperzní funkce**.

1 Časově reverzní symetrie (time-reversal symmetry):

$$\hat{\chi}(\omega) = \hat{\chi}^*(-\omega)$$

2 Kramers–Kronigovy relace:

$$\chi_r(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_i(\xi)}{\xi - \omega} d\xi \quad \text{nebo} \quad \chi_r(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\xi \chi_i(\xi)}{\xi^2 - \omega^2} d\xi$$

$$\chi_i(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_r(\xi)}{\xi - \omega} d\xi + \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0 \omega} \quad \text{nebo} \quad \chi_i(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\xi \chi_r(\xi)}{\xi^2 - \omega^2} d\xi + \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0 \omega}$$

3 Sumační pravidla (sum rules):

$$\int_0^{\infty} \omega \chi_i(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \omega_p^2 \quad \int_0^{\infty} \chi_r(\omega) d\omega = -\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0}$$

ω_p – **plazmová frekvence** (konstanta)

$\sigma_r(0)$ – **statická vodivost** (konstanta)

V případě dielektrické odezvy anizotropního prostředí bez prostorové disperze (optické aktivity a polárních efektů) se jedná o **disperzní tenzor**.

1 Časově reverzní symetrie (time-reversal symmetry):

$$\hat{\chi}(\omega) = \hat{\chi}^*(-\omega)$$

2 Kramers–Kronigovy relace:

$$\chi_r(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_i(\xi)}{\xi - \omega} d\xi \quad \text{nebo} \quad \chi_r(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\xi \chi_i(\xi)}{\xi^2 - \omega^2} d\xi$$

$$\chi_i(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_r(\xi)}{\xi - \omega} d\xi + \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0 \omega} \quad \text{nebo} \quad \chi_i(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\xi \chi_r(\xi)}{\xi^2 - \omega^2} d\xi + \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0 \omega}$$

3 Sumační pravidla (sum rules):

$$\int_0^{\infty} \omega \chi_i(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \omega_p^2 \mathbf{1} \quad \int_0^{\infty} \chi_r(\omega) d\omega = -\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0}$$

ω_p – **plazmová frekvence** (konstanta)

$\sigma_r(0)$ – **statická vodivost** (konstantní symetrický tenzor, tj. 3 konstanty)

V případě dielektrické odezvy anizotropního prostředí s prostorovou disperzí se jedná o **směrově závislé disperzní tenzory**.

❶ **Časově reverzní symetrie (time-reversal symmetry):**

$$\hat{\chi}(\omega, \nu) = \hat{\chi}^*(-\omega, -\nu)$$

❷ **Kramers–Kronigovy relace:**

$$\chi_r(\omega, \nu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_i(\xi, \nu)}{\xi - \omega} d\xi$$

$$\chi_i(\omega, \nu) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_r(\xi, \nu)}{\xi - \omega} d\xi + \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0 \omega}$$

❸ **Sumační pravidla (sum rules):**

$$\int_0^{\infty} \chi_i(\omega, \nu) - \chi_i(\omega, -\nu) d\omega = \mathbf{0} \quad \int_0^{\infty} \chi_r(\omega, \nu) + \chi_r(\omega, -\nu) d\omega = -\pi \frac{\sigma_r(0)}{\epsilon_0}$$

$$\int_0^{\infty} \omega [\chi_i(\omega, \nu) + \chi_i(\omega, -\nu)] d\omega = \pi \omega_p^2 \mathbf{1} \quad \int_0^{\infty} \omega [\chi_r(\omega, \nu) - \chi_r(\omega, -\nu)] d\omega = \mathbf{0}$$

Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility**
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

Obecně každý tenzor

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \begin{pmatrix} \hat{\chi}_{xx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{xy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{xz}(\omega, \mathbf{k}_r) \\ \hat{\chi}_{yx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{yy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{yz}(\omega, \mathbf{k}_r) \\ \hat{\chi}_{zx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{zy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{zz}(\omega, \mathbf{k}_r) \end{pmatrix}$$

Ize rozložit na symetrickou a antisymetrickou

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}_S(\omega, \mathbf{k}_r) + \hat{\chi}_A(\omega, \mathbf{k}_r)$$

a nebo rozvinout v nekonečnou řadu pomocí Taylorova rozvoje

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}^{(0)}(\omega) + \sum_l k_{r,l} \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega) + \sum_{lm} k_{r,l} k_{r,m} \hat{\chi}_{lm}^{(2)}(\omega) + \sum_{lmq} k_{r,l} k_{r,m} k_{r,q} \hat{\chi}_{lmq}^{(3)}(\omega) + \dots$$

Dielektrická odezva bez prostorové disperze představuje aproximaci

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) \approx \hat{\chi}(\omega) \equiv \hat{\chi}^{(0)}(\omega)$$

Postupnou aplikací sumačních pravidel a obecných rotací jako operací symetrie pro sumační pravidla lze ukázat, že sudé členy rozvoje odpovídají symetrické části tenzoru susceptibilitity

$$\hat{\chi}_S(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}_S^{(0)}(\omega) + \sum_{lm} k_{r,l} k_{r,m} \hat{\chi}_{S,lm}^{(2)}(\omega) + \dots$$

a liché členy antisymetrické části tenzoru susceptibilitity

$$\hat{\chi}_A(\omega, \mathbf{k}_r) = \sum_l k_{r,l} \hat{\chi}_{A,l}^{(1)}(\omega) + \sum_{lmq} k_{r,l} k_{r,m} k_{r,q} \hat{\chi}_{A,lmq}^{(3)}(\omega) + \dots$$

- Toto platí pouze pro látky, které nejsou v externím magnetickém poli.
- Jelikož prostorová disperze je velmi slabý efekt pak aproximace do prvního nebo druhého řádu je vždy dostatečná. Centrálně symetrické látky nemohou mít liché komponenty, a proto první nenulový člen vyjadřující prostorovou disperzi, je člen kvadratický.

V případě, že dielektrický tenzor vyjádříme pomocí směrového vektoru místo reálné části vlnového vektoru

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) \approx \hat{\chi}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \begin{pmatrix} \hat{\chi}_{xx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{xy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{xz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \\ \hat{\chi}_{yx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{yy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{yz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \\ \hat{\chi}_{zx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{zy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{zz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\nu} = \frac{\mathbf{k}_r}{|\mathbf{k}_r|}$$

potom rozvoje

$$\hat{\chi}_S(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \hat{\chi}^{(0)}(\omega) + \sum_{lm} \nu_l \nu_m \hat{\chi}_{lm}^{(2)}(\omega) + \dots = \hat{\chi}_S^{(0)}(\omega) + \hat{\chi}_S^{(2)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \dots$$

a

$$\hat{\chi}_A(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_l \nu_l \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega) + \sum_{lmq} \nu_l \nu_m \nu_q \hat{\chi}_{lmq}^{(3)}(\omega) + \dots = \hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \hat{\chi}_A^{(3)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \dots$$

jsou nejednoznačné.

- Konstantní člen $\hat{\chi}_S^{(0)}(\omega)$ nezávislý na směru šíření vlny má 6 spektrálních funkcí (symetrický tenzor).
- Lineární člen lze napsat pomocí třech antisymetrických tenzorů

$$\hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_l \nu_l \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega)$$

tedy pomocí 9 spektrálních funkcí. Nebo pomocí tzv. gyračního tenzoru $\hat{g}(\omega)$

$$\hat{\chi}_{A,jk}^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_{lm} i e_{jkl} \hat{g}_{lm}(\omega) \nu_m,$$

kde e_{jkl} je Levi-Civitův symbol:

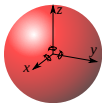
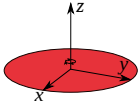
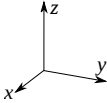
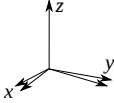
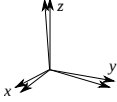
$$e_{jkl} = \begin{cases} 1 & \text{pro } j, k, l = x, y, z \text{ nebo } y, z, x \text{ nebo } z, x, y \\ -1 & \text{pro } j, k, l = z, y, z \text{ nebo } y, x, z \text{ nebo } x, z, y \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Gyrační tenzor má 9 nezávislých komponent. V případě **neabsorbujícího izotropního prostředí** pro rovinné vlny lze psát

$$\hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \hat{\mathbf{E}}(\omega, \hat{\mathbf{k}}) \equiv i \hat{g}(\omega) \left(\boldsymbol{\nu} \times \hat{\mathbf{E}}(\omega, \hat{\mathbf{k}}) \right) \sim \hat{g}(\omega) \hat{\mathbf{H}}(\omega, \hat{\mathbf{k}})$$

Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část**
- 4 Antisymetrická část

#	prostředí	krystalová symetrie	LDR0	hlavní osy	tenzor susceptibility $\hat{\chi}_S^{(0)}(\omega)$
1.	izotropní	kubická	S_i		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}(\omega) \end{pmatrix}$
2.	jednoosé	trigonální, tetragonální, hexagonální	S_u		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_o(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}_o(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_e(\omega) \end{pmatrix}$
3.	dvouosé	orthorhombická	S_o		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$
4.	dvouosé	monoklinická	S_m		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & \hat{\zeta}(\omega) & 0 \\ \hat{\zeta}(\omega) & \hat{\chi}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$
5.	dvouosé	triklinická	S_t		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & \hat{\zeta}_z(\omega) & \hat{\zeta}_y(\omega) \\ \hat{\zeta}_z(\omega) & \hat{\chi}_y(\omega) & \hat{\zeta}_x(\omega) \\ \hat{\zeta}_y(\omega) & \hat{\zeta}_x(\omega) & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$

Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

Antisymetrická část tenzoru lze vyjádřit pomocí 8 elementárních gyračních tenzorů

LDR1	gyrační tenzor $\hat{g}(\omega)$	tenzor susceptibility $\chi_A^{(1)}(\omega, \nu)$
C_i	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
C_u	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_e(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_e(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_o(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}_o(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}_e(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}_o(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}_e(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}_e(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}_e(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
C_x	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\theta}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & i\nu_y \hat{\theta}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_x \hat{\theta}(\omega) \\ -i\nu_y \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
C_o	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_x(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_z(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}_z(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}_y(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}_z(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}_x(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}_y(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}_x(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
P_u	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}(\omega) & 0 \\ -\hat{\pi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & i\nu_x \hat{\pi}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}(\omega) \\ -i\nu_x \hat{\pi}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
P_x	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}(\omega) & 0 \\ \hat{\pi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\nu_x \hat{\pi}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}(\omega) \\ i\nu_x \hat{\pi}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
P_o	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}_{xy}(\omega) & 0 \\ \hat{\pi}_{yx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\nu_x \hat{\pi}_{yx}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}_{xy}(\omega) \\ i\nu_x \hat{\pi}_{yx}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}_{xy}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
P_m	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \hat{\pi}_{xz}(\omega) \\ 0 & 0 & \hat{\pi}_{yz}(\omega) \\ \hat{\pi}_{zx}(\omega) & \hat{\pi}_{zy}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\pi}_{zx}(\omega) + i\nu_y \hat{\pi}_{zy}(\omega) & -i\nu_z \hat{\pi}_{yz}(\omega) \\ -i\nu_x \hat{\pi}_{zx}(\omega) - i\nu_y \hat{\pi}_{zy}(\omega) & 0 & i\nu_z \hat{\pi}_{xz}(\omega) \\ i\nu_z \hat{\pi}_{yz}(\omega) & -i\nu_z \hat{\pi}_{xz}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$

Dielektrická odezva potom závisí na bodové symetrii materiálu následujícím schématem:

krystalová symetrie				
bodová grupa	centrální	chirální	polární	LDR1
triklinická				
1	x	✓	✓	$S_t C_o P_o P_m$
$\bar{1}$	✓	x	x	S_t
monoklinická				
2	x	✓	✓	$S_m C_o P_o$
m	x	x	✓	$S_m P_m$
m/2	✓	x	x	S_m
orthorhombická				
222	x	✓	x	$S_o C_o$
mm2	x	x	✓	$S_o P_o$
mmm	✓	x	x	S_o
tetragonální				
4	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{4}$	x	x	x	$S_u C_x P_x$
4/m	✓	x	x	S_u
422	x	✓	✓	$S_u C_u$
4mm	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{4}2m$	x	x	x	$S_u C_x$
4/mmm	✓	x	x	S_u
trigonální				
3	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{3}$	✓	x	x	S_u
32	x	✓	x	$S_u C_u$
3m	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{3}m$	✓	x	x	S_u

krystalová symetrie				
bodová grupa	centrální	chirální	polární	LDR1
hexagonální				
6	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{6}$	x	x	x	S_u
6/m	✓	x	x	S_u
622	x	✓	x	$S_u C_u$
6mm	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{6}m2$	x	x	x	S_u
6/mmm	✓	x	x	S_u
kubická				
23	x	✓	x	$S_i C_i$
$m\bar{3}$	✓	x	x	S_i
432	x	✓	x	$S_i C_i$
43m	x	x	x	S_i
$m\bar{3}m$	✓	x	x	S_i

Ve 3D je 32 bodových grup, ale pouze 16 symetrií dielektrické odezvy (LDR1).

#	LDR1	OA	SD	spektrální funkce	Eulerovy úhly
1.	S_i	×	×	$\hat{\chi}$	$[*, *, *]$
2.	S_u	×	×	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e$	$[\phi, \vartheta, *]$
3.	S_o	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
4.	S_m	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
5.	S_t	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}_x, \hat{\zeta}_y, \hat{\zeta}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
6.	$S_i C_i$	✓	✓	$\hat{\chi}, \hat{\theta}$	$[*, *, *]$
7.	$S_u P_u$	×	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, *]$
8.	$S_u C_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}_o, \hat{\theta}_e$	$[\phi, \vartheta, *]$
9.	$S_u C_u P_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}_o, \hat{\theta}_e, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, *]$
10.	$S_u C_x$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
11.	$S_u C_x P_x$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
12.	$S_o P_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
13.	$S_o C_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
14.	$S_m P_m$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}, \hat{\pi}_{yz}, \hat{\pi}_{zy}, \hat{\pi}_{xz}, \hat{\pi}_{zx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
15.	$S_m C_o P_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
16.	$S_t C_o P_o P_m$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}_x, \hat{\zeta}_y, \hat{\zeta}_z, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}, \hat{\pi}_{yz}, \hat{\pi}_{zy}, \hat{\pi}_{xz}, \hat{\pi}_{zx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$

- Dielektrická odezva je v nejsymetricktějším systému popsána 1 spektrální funkcí a v nejméně symetrických systémech popsána 15 spektrálními funkcemi a 3 Eulerovými úhly.
- Všechny spektrální funkce splňují tři základní podmínky, přičemž pouze funkce $\hat{\chi}_j$ mají nenulové sumační integrály.