

# **Pokročilé disperzní modely v optice tenkých vrstev**

## Lekce 3: Symetrie tenzoru dielektrické odezvy

Daniel Franta

Ústav fyzikální elektroniky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita

14. 3. 2022

# Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

# Obecný tvar tří základních podmínek

V případě dielektrické odezvy anizotropního prostředí s prostorovou dielektrická odezva popsána **frekvenčně i směrově závislým tenzorem**:

## 1 Časově reverzní symetrie (time-reversal symmetry):

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}^*(-\omega, -\mathbf{k}_r)$$

## 2 Kramers–Kronigovy relace:

$$\chi_r(\omega, \mathbf{k}_r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_i(\xi, \mathbf{k}_r)}{\xi - \omega} d\xi$$

$$\chi_i(\omega, \mathbf{k}_r) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_r(\xi, \mathbf{k}_r)}{\xi - \omega} d\xi + \frac{\sigma_r(0, \mathbf{k}_r)}{\epsilon_0 \omega}$$

## 3 Sumační pravidla (sum rules):

$$\int_0^{\infty} \chi_i(\omega, \mathbf{k}_r) - \chi_i(\omega, -\mathbf{k}_r) d\omega = \mathbf{0} \quad \int_0^{\infty} \chi_r(\omega, \mathbf{k}_r) + \chi_r(\omega, -\mathbf{k}_r) d\omega = -\pi \frac{\sigma_r(0, \mathbf{k}_r)}{\epsilon_0}$$

$$\int_0^{\infty} \omega [\chi_i(\omega, \mathbf{k}_r) + \chi_i(\omega, -\mathbf{k}_r)] d\omega = \pi \omega_p^2 \mathbf{1} \quad \int_0^{\infty} \omega [\chi_r(\omega, \mathbf{k}_r) - \chi_r(\omega, -\mathbf{k}_r)] d\omega = \mathbf{0}$$

$\omega_p$  – **plazmová frekvence** (konstanta)

$\sigma_r(0, \mathbf{k}_r)$  – **statická vodivost** (konstantní symetrický tenzor, tj. 3 konstanty)

# Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility**
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

# Dekompozice tenzoru susceptibility

Obecně každý tenzor

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \begin{pmatrix} \hat{\chi}_{xx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{xy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{xz}(\omega, \mathbf{k}_r) \\ \hat{\chi}_{yx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{yy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{yz}(\omega, \mathbf{k}_r) \\ \hat{\chi}_{zx}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{zy}(\omega, \mathbf{k}_r) & \hat{\chi}_{zz}(\omega, \mathbf{k}_r) \end{pmatrix}$$

lze rozložit na symetrickou a antisymetrickou

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}_S(\omega, \mathbf{k}_r) + \hat{\chi}_A(\omega, \mathbf{k}_r)$$

a nebo rozvinout v nekonečnou řadu pomocí Taylorova rozvoje

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}^{(0)}(\omega) + \sum_l k_{r,l} \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega) + \sum_{lm} k_{r,l} k_{r,m} \hat{\chi}_{lm}^{(2)}(\omega) + \sum_{lmq} k_{r,l} k_{r,m} k_{r,q} \hat{\chi}_{lmq}^{(3)}(\omega) + \dots$$

Dielektrická odezva bez prostorové disperze představuje aproximaci

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) \approx \hat{\chi}(\omega) \equiv \hat{\chi}^{(0)}(\omega)$$

## Dekompozice tenzoru susceptibility

Postupnou aplikací sumačních pravidel a obecných rotací jako operací symetrie pro sumační pravidla lze ukázat, že sudé členy rozvoje odpovídají symetrické části tenzoru susceptibility

$$\hat{\chi}_S(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}_S^{(0)}(\omega) + \sum_{lm} k_{r,l} k_{r,m} \hat{\chi}_{S,lm}^{(2)}(\omega) + \dots$$

a liché členy antisymetrické části tenzoru susceptibility

$$\hat{\chi}_A(\omega, \mathbf{k}_r) = \sum_l k_{r,l} \hat{\chi}_{A,l}^{(1)}(\omega) + \sum_{lmq} k_{r,l} k_{r,m} k_{r,q} \hat{\chi}_{A,lmq}^{(3)}(\omega) + \dots$$

- Toto platí pouze pro látky, které nejsou v externím magnetickém poli.
- Jelikož prostorová disperze je velmi slabý efekt pak aproximace do prvního nebo druhého řádu je vždy dostatečná. Centrálně symetrické látky nemohou mít liché komponenty, a proto první nenulový člen vyjadřující prostorovou disperzi, je člen kvadratický.

## Dekompozice tenzoru susceptibility

V případě, že dielektrický tenzor vyjádříme pomocí směrového vektoru místo reálné části vlnového vektoru

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) \approx \hat{\chi}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \begin{pmatrix} \hat{\chi}_{xx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{xy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{xz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \\ \hat{\chi}_{yx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{yy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{yz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \\ \hat{\chi}_{zx}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{zy}(\omega, \boldsymbol{\nu}) & \hat{\chi}_{zz}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\nu} = \frac{\mathbf{k}_r}{|\mathbf{k}_r|}$$

potom rozvoje

$$\hat{\chi}_S(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \hat{\chi}^{(0)}(\omega) + \sum_{lm} \nu_l \nu_m \hat{\chi}_{lm}^{(2)}(\omega) + \dots = \hat{\chi}_S^{(0)}(\omega) + \hat{\chi}_S^{(2)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \dots$$

a

$$\hat{\chi}_A(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_l \nu_l \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega) + \sum_{lmq} \nu_l \nu_m \nu_q \hat{\chi}_{lmq}^{(3)}(\omega) + \dots = \hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \hat{\chi}_A^{(3)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) + \dots$$

jsou nejednoznačné.

## Dekompozice tenzoru susceptibility

V případě **izotropního prostředí** lze Taylorův rozvoj napsat následovně:

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}^{(0)}(\omega) \mathbf{1} + \sum_{j=1}^{\infty} |\mathbf{k}_r|^j \hat{\chi}^{(j)}(\omega) (\star \boldsymbol{\nu})^j$$

kde  $\star$  je **Hodgeův hvězdičkový operátor**

$$\star \boldsymbol{\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \nu_z & -\nu_y \\ -\nu_z & 0 & \nu_x \\ \nu_y & -\nu_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\star \boldsymbol{\nu})^2 = (\boldsymbol{\nu} \otimes \boldsymbol{\nu}) - \mathbf{1}$$

$$(\star \boldsymbol{\nu})^3 = -(\star \boldsymbol{\nu})$$

$$(\star \boldsymbol{\nu})^4 = -(\star \boldsymbol{\nu})^2 = \mathbf{1} - (\boldsymbol{\nu} \otimes \boldsymbol{\nu})$$

...

kde symbol  $\otimes$  značí **dyadický součin**

$$\boldsymbol{\nu} \otimes \boldsymbol{\nu} = \begin{pmatrix} \nu_x^2 & \nu_x \nu_y & \nu_x \nu_z \\ \nu_x \nu_y & \nu_y^2 & \nu_y \nu_z \\ \nu_x \nu_z & \nu_y \nu_z & \nu_z^2 \end{pmatrix}$$



## Dekompozice tenzoru susceptibility

$$\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_r) = \hat{\chi}_T(\omega, |\mathbf{k}_r|) \mathbf{1} + i\hat{\theta}(\omega, |\mathbf{k}_r|) \star \boldsymbol{\nu} - \hat{\tau}(\omega, |\mathbf{k}_r|) \boldsymbol{\nu} \otimes \boldsymbol{\nu}$$

kde

$$\hat{\chi}_T(\omega, |\mathbf{k}_r|) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k |\mathbf{k}_r|^{2k} \hat{\chi}^{(2k)}(\omega)$$

$$\hat{\theta}(\omega, |\mathbf{k}_r|) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k |\mathbf{k}_r|^{2k+1} \hat{\chi}^{(2k+1)}(\omega)$$

$$\hat{\tau}(\omega, |\mathbf{k}_r|) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k |\mathbf{k}_r|^{2k} \hat{\chi}^{(2k)}(\omega)$$

Zanedbáme-li závislost na velikosti vlnového vektoru  $|\mathbf{k}_r|$

$$\hat{\chi}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \hat{\chi}_T(\omega) \mathbf{1} + i\hat{\theta}(\omega) \star \boldsymbol{\nu} - \hat{\tau}(\omega) \boldsymbol{\nu} \otimes \boldsymbol{\nu}$$

Pozor pro spektrální funkce neplatí přesně KK relace a sumační pravidla (platí pouze přibližně).

V případě, že nezávislost na  $|\mathbf{k}_r|$  zabudujeme do pohybových rovnic, pak platí.

## Dekompozice tenzoru susceptibilit

- Konstantní člen  $\hat{\chi}_S^{(0)}(\omega)$  nezávislý na směru šíření vlny má 6 spektrálních funkcí (symetrický tenzor).
- Lineární člen lze napsat pomocí třech antisymetrických tenzorů

$$\hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_l \nu_l \hat{\chi}_l^{(1)}(\omega)$$

tedy pomocí 9 spektrálních funkcí. Nebo pomocí tzv. gyračního tenzoru  $\hat{g}(\omega)$

$$\hat{\chi}_{A,jk}^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) = \sum_{lm} \mathbf{i} e_{jkl} \hat{g}_{lm}(\omega) \nu_m,$$

kde  $e_{jkl}$  je Levi-Civitův symbol:

$$e_{jkl} = \begin{cases} 1 & \text{pro } j, k, l = x, y, z \text{ nebo } y, z, x \text{ nebo } z, x, y \\ -1 & \text{pro } j, k, l = z, y, z \text{ nebo } y, x, z \text{ nebo } x, z, y \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

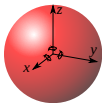
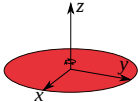
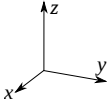
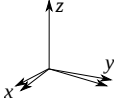
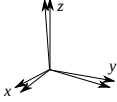
Gyrační tenzor má 9 nezávislých komponent.

Pouze v případě **izotropního prostředí** pro rovinné vlny lze psát

$$\hat{\chi}_A^{(1)}(\omega, \boldsymbol{\nu}) \hat{E}(\omega, \hat{\mathbf{k}}) \equiv \mathbf{i} \hat{g}(\omega) \left( \boldsymbol{\nu} \times \hat{E}(\omega, \hat{\mathbf{k}}) \right) \sim \hat{g}(\omega) \hat{H}(\omega, \hat{\mathbf{k}})$$

# Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část**
- 4 Antisymetrická část

#	prostředí	krystalová symetrie	LDR0	hlavní osy	tenzor susceptibility $\hat{\chi}_S^{(0)}(\omega)$
1.	izotropní	kubická	$S_i$		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}(\omega) \end{pmatrix}$
2.	jednoosé	trigonální, tetragonální, hexagonální	$S_u$		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_o(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}_o(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_e(\omega) \end{pmatrix}$
3.	dvouosé	orthorhombická	$S_o$		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\chi}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$
4.	dvouosé	monoklinická	$S_m$		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & \hat{\zeta}(\omega) & 0 \\ \hat{\zeta}(\omega) & \hat{\chi}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$
5.	dvouosé	triklinická	$S_t$		$\begin{pmatrix} \hat{\chi}_x(\omega) & \hat{\zeta}_z(\omega) & \hat{\zeta}_y(\omega) \\ \hat{\zeta}_z(\omega) & \hat{\chi}_y(\omega) & \hat{\zeta}_x(\omega) \\ \hat{\zeta}_y(\omega) & \hat{\zeta}_x(\omega) & \hat{\chi}_z(\omega) \end{pmatrix}$

# Obsah

- 1 Obecný tvar tří základních podmínek
- 2 Dekompozice tenzoru susceptibility
- 3 Symetrická část
- 4 Antisymetrická část

## Antisymetrická část tenzoru lze vyjádřit pomocí 8 elementárních gyračních tenzorů

LDR1	gyrační tenzor $\hat{g}(\omega)$	tenzor susceptibility $\chi_A^{(1)}(\omega, \nu)$
$C_i$	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$C_u$	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_e(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_e(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_o(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}_o(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}_e(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}_o(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}_e(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}_e(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}_e(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$A_u$	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\theta}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & i\nu_y \hat{\theta}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_x \hat{\theta}(\omega) \\ -i\nu_y \hat{\theta}(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$C_o$	$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_x(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_y(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_z(\omega) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\theta}_z(\omega) & -i\nu_y \hat{\theta}_y(\omega) \\ -i\nu_z \hat{\theta}_z(\omega) & 0 & i\nu_x \hat{\theta}_x(\omega) \\ i\nu_y \hat{\theta}_y(\omega) & -i\nu_x \hat{\theta}_x(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$P_u$	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}(\omega) & 0 \\ -\hat{\pi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & i\nu_x \hat{\pi}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}(\omega) \\ -i\nu_x \hat{\pi}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$N_u$	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}(\omega) & 0 \\ \hat{\pi}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\nu_x \hat{\pi}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}(\omega) \\ i\nu_x \hat{\pi}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$P_o$	$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\pi}_{xy}(\omega) & 0 \\ \hat{\pi}_{yx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\nu_x \hat{\pi}_{yx}(\omega) \\ 0 & 0 & i\nu_y \hat{\pi}_{xy}(\omega) \\ i\nu_x \hat{\pi}_{yx}(\omega) & -i\nu_y \hat{\pi}_{xy}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$
$P_m$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \hat{\pi}_{xz}(\omega) \\ 0 & 0 & \hat{\pi}_{yz}(\omega) \\ \hat{\pi}_{zx}(\omega) & \hat{\pi}_{zy}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & i\nu_z \hat{\pi}_{zx}(\omega) + i\nu_y \hat{\pi}_{zy}(\omega) & -i\nu_z \hat{\pi}_{yz}(\omega) \\ -i\nu_x \hat{\pi}_{zx}(\omega) - i\nu_y \hat{\pi}_{zy}(\omega) & 0 & i\nu_z \hat{\pi}_{xz}(\omega) \\ i\nu_z \hat{\pi}_{yz}(\omega) & -i\nu_z \hat{\pi}_{xz}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$

Dielektrická odezva potom závisí na bodové symetrii materiálu následujícím schématem:

krystalová symetrie				
bodová grupa	centrální	chirální	polární	LDR1
triklinická				
1	x	✓	✓	$S_t C_o P_o P_m$
$\bar{1}$	✓	x	x	$S_t$
monoklinická				
2	x	✓	✓	$S_m C_o P_o$
m	x	x	✓	$S_m P_m$
m/2	✓	x	x	$S_m$
orthorhombická				
222	x	✓	x	$S_o C_o$
mm2	x	x	✓	$S_o P_o$
mmm	✓	x	x	$S_o$
tetragonální				
4	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{4}$	x	x	x	$S_u A_u N_u$
4/m	✓	x	x	$S_u$
422	x	✓	✓	$S_u C_u$
4mm	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{4}2m$	x	x	x	$S_u A_u$ or $S_u N_u$
4/mmm	✓	x	x	$S_u$
trigonální				
3	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{3}$	✓	x	x	$S_u$
32	x	✓	x	$S_u C_u$
3m	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{3}m$	✓	x	x	$S_u$

krystalová symetrie				
bodová grupa	centrální	chirální	polární	LDR1
hexagonální				
6	x	✓	✓	$S_u C_u P_u$
$\bar{6}$	x	x	x	$S_u$
6/m	✓	x	x	$S_u$
622	x	✓	x	$S_u C_u$
6mm	x	x	✓	$S_u P_u$
$\bar{6}m2$	x	x	x	$S_u$
6/mmm	✓	x	x	$S_u$
kubická				
23	x	✓	x	$S_i C_i$
$m\bar{3}$	✓	x	x	$S_i$
432	x	✓	x	$S_i C_i$
$\bar{4}3m$	x	x	x	$S_i$
$m\bar{3}m$	✓	x	x	$S_i$

Ve 3D je 32 bodových grup, ale pouze 16 symetrií dielektrické odezvy (LDR1).

#	LDR1	OA	SD	spektrální funkce	Eulerovy úhly
1.	$S_i$	×	×	$\hat{\chi}$	$[\ast, \ast, \ast]$
2.	$S_u$	×	×	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e$	$[\phi, \vartheta, \ast]$
3.	$S_o$	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
4.	$S_m$	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
5.	$S_t$	×	×	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}_x, \hat{\zeta}_y, \hat{\zeta}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
6.	$S_i C_i$	✓	✓	$\hat{\chi}, \hat{\theta}$	$[\ast, \ast, \ast]$
7.	$S_u P_u$	×	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, \ast]$
8.	$S_u C_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}_o, \hat{\theta}_e$	$[\phi, \vartheta, \ast]$
9.	$S_u C_u P_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}_o, \hat{\theta}_e, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, \ast]$
10.	$S_u A_u$ or $S_u N_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
11.	$S_u A_u N_u$	✓	✓	$\hat{\chi}_o, \hat{\chi}_e, \hat{\theta}, \hat{\pi}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
12.	$S_o P_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
13.	$S_o C_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
14.	$S_m P_m$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}, \hat{\pi}_{yz}, \hat{\pi}_{zy}, \hat{\pi}_{xz}, \hat{\pi}_{zx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
15.	$S_m C_o P_o$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$
16.	$S_t C_o P_o P_m$	✓	✓	$\hat{\chi}_x, \hat{\chi}_y, \hat{\chi}_z, \hat{\zeta}_x, \hat{\zeta}_y, \hat{\zeta}_z, \hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z, \hat{\pi}_{xy}, \hat{\pi}_{yx}, \hat{\pi}_{yz}, \hat{\pi}_{zy}, \hat{\pi}_{xz}, \hat{\pi}_{zx}$	$[\phi, \vartheta, \psi]$

- Dielektrická odezva do lineárního členu na směrovém vektoru (LDR1) je v nejsymetricktějším systému popsána 1 spektrální funkcí a v nejméně symetrických systémech popsána 15 spektrálními funkcemi a 3 Eulerovými úhly.
- Všechny spektrální funkce splňují tři základní podmínky, přičemž pouze funkce  $\hat{\chi}_j$  mají nenulové sumační integrály.