

GÖDELŮV VESMÍR

JAN NOVOTNÝ

Po sto letech v Brně

Sté výročí svého velkého rodáka oslavilo Brno tím nejvhodnějším způsobem: od 25. do 28. dubna 2006 v něm probíhaly Dny Kurta Gödela, k jejichž organizaci se spojily Masarykova univerzita, Vysoké učení technické v Brně, Filozofický ústav AV ČR, Jednota českých matematiků a fyziků a Technické muzeum v Brně. Součástí Dnů bylo mezinárodní sympozium, na němž vystoupili přední světoví odborníci. Uvedme program sympozia, z něhož je patrné, jak dobře odráželo mnohostrannost Gödelova díla, osobnosti a odkazu.

John W. Dawson, JR. (Pensylvanská univerzita): Who was Kurt Gödel and what did he do?

Roger Penrose (Univerzita Oxford): Gödel, Relativity, and the Mind

Jaroslav Peregrin (UK Praha a FÚ AV ČR): Truth and Proof

Petr Hájek (ÚI AV ČR): Gödel – Completeness – Incompleteness

Martin Goldstern (Univerzita Vídeň): Gödel and Set Theory

Pavel Materna (MU Brno a FÚ AV ČR): Properties of Mathematical Objects. (Gödel on Classes, Properties and Concepts)

Eckehart Köhler (Univerzita Vídeň): Was Brouwer Platonist in Gödels Sense?

Alex Blum (Univerzita Ramad-Gan): A Note on Consistency

Miloš Dokulil (MU Brno): May Gödels Ideas Be Addressed Philosophically?

Franz Embacher (Univerzita Vídeň): Mach, Thirring&Lense, Gödel – Getting Dizzy in Space-Time

Valentin Gescher (kulturní atašé SRN v Praze): The Elixir of Incompleteness – Gödel for Diplomats

Pavel Klepáč (MU Brno): Some Cosmological Solutions of Einsteins Equations

Bezprostředně po skončení sympozia se jeho účastníci setkali s účastníky gödelovské konference Horizons of Truth, která se v témže

týdnu konala ve Vídni. Po slavnostním společném obědě a prohlídce míst spojených se životem Kurta Gödela pokračoval program Dnů X. slovensko-českým sympoziem o analytické filozofii. Součástí Dnů byl i violoncellový a varhanní koncert, promluva Gödelovy příbuzné Dory Müllerové o brněnské rodině Gödelů, pojmenování posluchárny na Fakultě informačních technologií VUT Gödelovým jménem a výstava spojená s cyklem přednášek pro veřejnost v Technickém muzeu.

Vydání přednášek pronesených v rámci Dnů Kurta Gödela v Brně připravuje Filozofický ústav AV ČR¹, většina přednášek z mezinárodního sympozia byla již vydána v internetovém časopise [1]. Po publikacích [2] a [3], spojených s předchozím kulatým výročím, tak Brno znovu obohacuje gödelovskou literaturu.

V tomto příspěvku chceme připomenout jen jediný, ovšem zvláště originální příspěvek Kurta Gödela vědě – otevření fyzikálně podložené diskuse o možnosti realizace časové smyčky (návratu do vlastní minulosti).

Byl Gödel první?

Citace v pracích o časových smyčkách či přehledy takových prací často začínají literárním dílem – knihou Herberta George Wellse *Stroj času* [4] z roku 1895. Na primát v této věci by si však mohla právem činit nárok česká literatura – již roku 1889 vyšel *Nový epochální výlet pana Broučka, tentokrát do 15. století*, v němž Svatopluk Čech vylíčil cestu pražského domácího ze sklepení Vikárky do husitské doby a zase zpět. Wellsův hrdina se naopak vrátil z cesty do vzdálené, nikterak lákavé budoucnosti Země a jejích obyvatel. Čech nechává Broučkovu cestu nevysvětlenou, ale ani Wells podstatu stroje času neprozrazuje. Jsme-li již u české literatury, připomeňme ještě verš z Březinovy básně *Až sedneš za můj stůl* (sbírka *Svítání na západě* z roku 1896): „... na noci budoucí své lásky vzpomínám“. Za přečtení stojí i román Paula Naumana *Zlatý věk* z roku 1949, jehož hrdinové se propadli do doby před úsvitem našich dějin.

Přejdeme však k fyzice. Kurt Gödel byl nepochybně první, komu se podařilo vnést časové smyčky do povědomí odborníků i laické veřejnosti. Byl pravděpodobně také první, kdo o nich explicitně psal.

¹V době korektury již vyšlo [15].

Fakticky se ovšem časové smyčky dají nalézt již v dřívějších řešeních Einsteinových rovnic. Jejich autoři Kornel Lanczos [5] roku 1923 a Willem Jacob van Stockum [6] roku 1936 však o nich přímo nemluví. Gödela dovedl k časovým smyčkám hluboký zájem o problematiku času, který se v jeho díle projevuje od druhé půle čtyřicátých let. Byl nakloněn „idealistické filosofii času“ [7], podle níž je plynutí času iluzorní. Tento názor dobře odpovídá relativitě současnosti ve speciální teorii relativity, méně však už relativistické kosmologii, podle níž je v jistém smyslu privilegována současnost odpovídající rozpínající se soustavě, vzhledem k níž se kosmická hmota (v průměru) nepohybuje. Zřejmě proto Gödel obrátil svou pozornost k rotujícím kosmologickým modelům, kde světočáry kosmické hmoty připomínají zakroucená vlákna spletená do lana. Jako není možné prořezat lano řezy kolnými na každé vlákno, není možné prořezat prostoročas rotujícího vesmíru třírozměrnými rovinami současných událostí ortogonálními ke světočarám. Mizí tedy důvod pro privilegování určité „roviny“ současnosti. Gödelův výsledek je však radikálnější – soustava rovin současnosti prořezávajících prostoročas a umožňujících jej konzistentně spojit s představou plynutí času v něm vůbec neexistuje.

Vesmír bez plynoucího času

Infinitesimální interval čtyřrozměrného prostoročasu

$$ds^2 = g_{ab}(x^i)dx^a dx^b$$

kde x^i jsou prostoročasové souřadnice, g_{ab} na nich závislé metrické koeficienty, a přes opakované indexy se sčítá, předkládá Gödel [8] ve dvou podobách, a to jako

$$ds^2 = a^2[(dT + e^X dY)^2 - dX^2 - \frac{1}{2}e^{2X}dY^2 - dZ^2]$$

nebo

$$ds^2 = 4a^2[dt^2 - dr^2 - dy^2 + (\text{sh}^4 r - \text{sh}^2 r)d\varphi^2 + 2^{3/2}\text{sh}^2 r d\varphi dt],$$

zde $1/a^2 = 8\pi\kappa\rho = -2\lambda$, κ gravitační konstanta, ρ hustota hmotnosti, λ kosmologická konstanta.

První podoba explicitně ukazuje, že Gödelův model je vskutku vesmírem, jak jej chápe kosmologie – jeví se stejně všem „fundamentálním“ pozorovatelům, kteří se vůči kosmické hmotě nepohybují. (Obě uvedené metriky jsou dány v rámci téže vztažné soustavy, takže podle světočáry fundamentálního pozorovatele se mění pouze souřadnice T , resp. t .) Na rozdíl od Friedmannových modelů se však toto tvrzení nevztahuje k nějaké současnosti – pro uvedené pozorovatele se vesmír nemění ani v čase. Má tedy navíc jistou symetrii, která obvyklým modelům chybí.

Druhá podoba metriky ukazuje, že jiná symetrie Friedmannových modelů naopak chybí Gödelovu vesmíru – ten má pro každého fundamentálního pozorovatele osu symetrie, kolem které se otáčí, a není tedy stejný ve všech směrech. Gödelův model je tedy prostoročasově homogenní, není však izotropní.

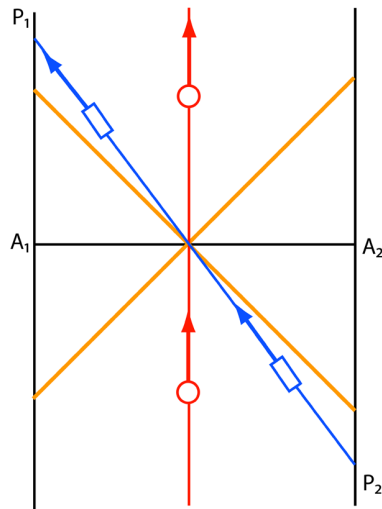
Gödel uvádí ve své práci transformační vztahy mezi oběma vyjádřeními metriky, konstatuje však, že přepočítávání je pracné a je lépe získat řešením Einsteinových rovnic každou metriku zvlášť. Jak dosvědčují současníci [9], zajímal se o možnost empirického ověření svého modelu, pro který by mohla svědčit převládající shodná orientace rotačních os galaxií. Tato naděje se však nepotvrdila. Také pozorování červeného posuvu spekter jednoznačně preferuje Friedmannovy modely. Nereálnou vlastností Gödelova vesmíru je také záporná hodnota kosmologické konstanty. (Je-li dnes potvrzované zrychlené rozpínání vesmíru [10] projevem kosmologického členu v Einsteinových rovnicích, má tato konstanta hodnotu kladnou.) Význam Gödelova výsledku je tedy v něčem jiném než v jeho souhlasu s realitou: poskytl jednoduchý příklad, že prostoročas nerozvrstvený do následných „současností“ neodporuje Einsteinovým rovnicím.

Cesta do minulosti

Vezměme druhou reprezentaci Gödelova modelu a uvažujme o „kružnici“ $r = R, t = y = 0$, podél níž se mění jen „úhlová“ souřadnice φ . Protože při $\text{sh}^4 r = \text{sh}^2 r$, čili $r = R_H = \ln(1 + \sqrt{2})$ se mění znaménko metrického koeficientu u $d\varphi^2$, mění se tu i charakter uvažované křivky – při menších R jde o křivku prostorové povahy, tedy o obyčejnou kružnici, která se po proběhnutí periody 2π vrací do výchozího bodu, při větších R je křivka světočarou pohybu, který se po proběhnutí pe-

riody vrací k výchozí události. Bude-li světočarou cestovatele křivka $r = R > R_H, y = 0, t = \alpha\varphi$, kde α je veličina kladná a dostatečně malá, aby pohyb nedosáhl nadsvětelné rychlosti, bude se cestovatel při každém oběhu propadat hlouběji do minulosti (tj. bude se ocitat na stejném místě ve stále zápornějším čase t).

Není těžké si udělat názornou pomůcku, která napomáhá představě o gödelovské cestě časem. Uvažujme pouze o událostech v dvourozměrném prostoru souřadnic φ a t při $r = R > R_H$. Protože koeficienty metriky jsou zde konstantní, jde o nezakřivený prostoročas Minkowskiho, přičemž však obě souřadnice t a φ mají časový charakter (soustava je tedy kosoúhlá). Vezměme výřez Minkowskiho diagramu (viz obrázek) a slepme protilehlé svislé linie omezující diagram. Kdyby při slepení splynuly body A_1 a A_2 , stala by se prostorová souřadnice cyklickou. Provedme však slepení tak, aby splynuly body P_1 a P_2 . Dostaneme válec, který si můžeme představovat do nekonečna prodloužený, na němž kružnice P_1P_2 znamená časovou smyčku absolvovanou „kosmonautem“, zatímco původně svislá osa diagramu se stává šroubovicí odpovídající světočáře nehybného pozorovatele. Při vhodném náklonu můžeme dostat též světočáru v podobě šroubovice klesající do minulosti.



Je ovšem třeba dodat, že naše pomůcka zvláštnost Gödelova čtyřrozměrného prostoročasu plně nevystihuje. Položíme-li náš válec

horizontálně, vidíme, že jsme fakticky dostali dvojrozměrný prostoročas s cyklickým časem a nekonečnou prostorovou rozlohou. Fundamentální pozorovatel, přežije-li cyklus, se ocitne na jiném místě prostoru. Stojí jistě za zmínku, že o časově periodickém světě uvažoval Lanczos, když ve shora uvedené práci napsal:

„Z hlediska fyziky vede tento předpoklad k poněkud zvláštním závěrům, které nicméně nevedou k žádnému rozporu. Protože elektron nemusí nikde začít ani skončit, mohl by se po jedné periodě času navrátit do téhož prostorového bodu, z něhož vyšel. To je sice vysoce nepravděpodobné, ale elektron by také mohl pokračovat v existenci v jiném bodě prostoru, kde by se nám jevil jako jiný elektron. Jsme tak vedeni k myšlence, že snad světočáry všech elektronů jsou segmenty jediné původní světočáry a že jednotlivé elektrony jsou pouze různými časovými stadii jediného primárního objektu. To by přirozeným způsobem vysvětlilo, proč všechny základní stavební bloky hmoty (přínejmenším pokud jde o záporné elektrony) jsou v principu jedno a totéž, čímž by se naše přesvědčení o jednotě vesmíru fascinujícím způsobem obohatilo.“

Poznamenejme, že podobnou myšlenku z poněkud jiných důvodů vyslovil i Feynman [11], podle něhož pozitron je elektron cestující proti směru času.

Časová smyčka ovšem znamená něco jiného než časovou periodičnost světa, která uchovává časovou následnost stavů během cyklu. Jak je patrné z první reprezentace Gödelovy metriky, je pro jeho prostoročas přirozené předpokládat eukleidovskou topologii bez periodičnosti. Řezy s konstantní hodnotou času T (resp. t) nemohou hrát úlohu po sobě následujících současností, protože nemají všude prostorovou povahu.

Gödelův vesmír tak nelze spojit s klasickou představou „zvedání opony času“. Lze v něm však čas globálně orientovat, „vybavit šípem“ mířícím od minulosti k budoucnosti, i když samotná metrika neumožňuje mezi dvěma možnými orientacemi rozhodnout.

Otázky bez odpovědi

Časové smyčky budí pozornost nejen fyziků, ale i filosofů. Zatím se nezdá, že by možnost jejich existence definitivně vyloučil nějaký fyzikální princip. Poukaz na paradox vznikající narušením kauzálních

souvislostí může být zpochybněn. Je nasnadě námitka, že v případě existence časové smyčky by se mohl člověk vrátit do minulosti, zabít sám sebe jako mladíka a znemožnit si tak pozdější návrat do minulosti, a tedy by se přece jen mohl dožít vyššího věku a mohl by . . . Na to se dá namítnout, že stačí požadovat „konzistentnost historie“ – nedojde k rozporu, pokud navrátilce z budoucnosti sám sebe nezabije. Třeba starý muž mladíka pouze poraní takovým způsobem, že ve stáří nebude schopen přesně zamířit a způsobí mladíkovi pouze takové zranění, že ve stáří . . . Ani na filosofické půdě nebylo patrně řečeno rozhodující slova, jak ukazuje např. vynalézavá knížka [12].

Biografická poznámka

V článku zmínění Kornel (též Cornelius) Lanczos (1893-1974) a Willem Jacob van Stockum (1910-1944) byli osobnostmi pozoruhodnými nejen svým fyzikálním dílem.

Lanczos se narodil v Maďarsku. Pro svůj židovský původ a demokratické přesvědčení musel několikrát změnit místo svého pobytu [13]. Působil v Německu (1921-1931), ve Spojených státech (1931-1952) a nakonec v Irsku. Patřil k nejbližším spolupracovníkům Alberta Einsteina. Je autorem rozsáhlého díla zahrnujícího práce z různých oblastí matematiky a fyziky.

Van Stockum byl Holanďan. Před válkou odešel do Spojených států. Dobrovolně se zúčastnil války jako bombardovací pilot. Zahynul v sestřeleném letadle. Krátce před smrtí napsal článek [14], v němž zdůvodňuje své rozhodnutí bojovat ve válce pocitem povinnosti pomáhat vražděným a pronásledovaným lidem v Evropě – výslovně se zmiňuje i o Čechách.

Literatura

- [1] *Brno Kurt Gödel Days*, Journal of Physics. Conference Series, vol. 82, 2007. <http://www.iop.org/EJ/toc/1742-6596/82/1>
- [2] Hájek, P. (ed.), *Gödel '96: Logical Foundations of Mathematics, Computer Science and Physics – Kurt Gödel Legacy*, Brno 1996.
- [3] Malina, J., Novotný, J. (eds.), *Kurt Gödel*, Nadace Universitas Masarykiana, Georgetown a Nauma, Brno 1996.
- [4] Wells, H. G., *Stroj času*, Liko, Praha 1992.