Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF

MATEMATIKA, FYZIKA
–
MINULOST, SOUČASNOST

Sborník

z XII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky
Editoři: A. Trojánek, J. Novotný, D. Hrubý
Velké Meziříčí, srpen 2004

VELKÉ MEZIŘÍČÍ
2006

ISBN 80-214-3208-X (VUTIUM)

Předmluva

Předkládáme čtenářům sborník z XII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky, který se konal ve dnech 23. – 26. srpna 2004 ve Velkém Meziříčí. Jsou v něm otištěny texty těch přednášek, které nám jejich autoři poskytli. Celkový přehled o všech přednáškách a doprovodných akcích si je možno udělat ze zprávy L. Sodomky, kterou jsme zařadili hned za obsah. Ačkoliv snahou organizátorů je, aby každý seminář měl nějakou „jednotící linii“, aby byl úžeji zaměřen, ne vždy se nám to úplně podaří, protože některé připravené přednášky vypadnou např. pro zaneprázdněnost autorů. Tematika je pak různorodější, i když obecně se příspěvky týkají filozofických a historických aspektů našich oborů a pokroků v nich, jakož i školské problematiky. Obsahu sborníku snad odpovídá i jeho název: Matematika, fyzika – minulost, současnost. Do sborníku jsme zařadili stručnou informaci o výstavě interaktivních fyzikálních pomůcek Vědecká hračka+, která se konala na Gymnáziu Velké Meziříčí, tedy v místě konání semináře. Informace o výstavě může být inspirací pro čtenáře k uspořádání podobné akce. Z příspěvků, které nezazněly na semináři, jsme dále přetiskli pěknou úvahu O jednom povolání od J. Novotného. Tradičně na závěr jsme připojili přehled populárně vědecké matematické a fyzikální literatury, která vyšla česky nebo slovensky v poslední době, tentokrát doplněný o postrecenzi Einsteinovy populární knihy o teorii relativity, kterou vydalo nakladatelství VUTIUM.

XII. seminář navazoval na tradici seminářů o filozofických otázkách matematiky a fyziky, která vznikla začátkem 80. let minulého století jako akce JČSMF určené zejména středoškolským učitelům M a F. Autor předmluvy se pravidelně zúčastňoval těchto seminářů (chyběl jen na prvním z nich v roce 1980) a rád dosvědčí, že pro něj i pro mnoho dalších středoškolských kolegů byla tato „prázdninová soustředění“ vítaným a naprosto ojedinělým zpestřením prázdninových dní. Hlavní organizátoři (Martin Černohorský, Josef Janás, Marie Fojtíková) připravovali výběrem přednášejících a propracovanou „seminární technologií“ všem účastníkům na svou dobu výjimečné možnosti poznávání nejen filozofických otázek matematiky a fyziky. Účastníci dostávali ve velkém časovém předstihu předseminární materiály, které obsahovaly kromě základních organizačních informací stručné (a někdy i velmi obsáhlé) anotace příspěvků.

Od roku 1992 organizuje tyto semináře Komise pro vzdělávání učitelů M a F při JČMF, konají se ve dvouletých cyklech a kromě předseminární brožury se daří (zatím) vydávat i sborníky. Od roku 1993 se také ve dvouletých cyklech pořádají v Jevíčku letní školy z historie matematiky. Uveďme přehlednou tabulku historie seminářů:

Pořadové číslo semináře	Místo konání	Rok
1	Bílovec	1980
2	Olomouc	1982
3	Jevíčko	1985
4	Bílovec	1986
5	Žďár nad Sázavou	1988
6	Jevíčko	1992
7	Jevíčko	1994
8	Jevíčko	1996
9	Jevíčko	1998
10	Velké Meziříčí	2000
11	Jevíčko	2002
12	Velké Meziříčí	2004
13	**Velké Meziříčí**	**2006**

Tabulka 1. Přehled seminářů o filozofických otázkách matematiky a fyziky

Podívejme se ještě hlouběji do minulosti přednáškové činnosti. V druhé polovině 19. století a začátkem 20. století zaujímaly reálky a gymnázia významná postavení center vzdělanosti, protože síť univerzit neexistovala. Proto na nich byly konány odborné a populárně vědecké přednášky pro odborníky – středoškolské profesory i pro širší veřejnost. Při listování starými výročními zprávami[1] mne zaujal název i termín přednášky prvního ředitele reálky ve Velkém Meziříčí:

Fysika.

Horváth Zik.: O Crookesově zářící hmotě a objevech Röntgenových. Brno, c. k. r. rok 1895.

Je s podivem, jak aktuální téma to bylo. Vždyť K. W. Röntgen konal svoje pokusy právě v roce 1895!

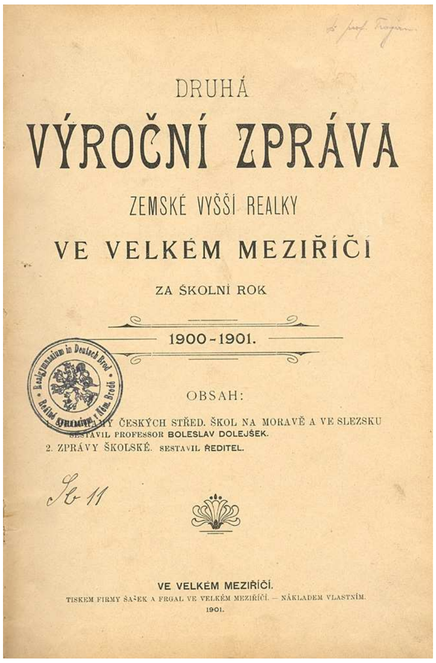
Jak již bylo výše zmíněno, od roku 1993 byla založena v Jevíčku(!) tradice pořádání seminářů z historie matematiky s úzkou vazbou na využití poznatků z historie matematiky při její výuce. Proto další překvapení způsobil následující text (v téže výroční zprávě):

Jevíčko. Zemská vyšší realka.

Šk. r. 1897-8: *Erhart Adolf*: V jakém rozsahu by mohl příležitostně při výkladu učitel podati kratičký nástin historie mathematiky žákům středních škol. (Část I.)

[1]Dolejšek B.: Programy čes. střed. škol na Moravě a ve Slezsku. Druhá výroční zpráva Zemské vyšší realky ve Velkém Meziříčí za školní rok 1900 – 1901. Velké Meziříčí, 1901.

Zikmund Horváth, 1. ředitel reálky ve Velkém Meziříčí



DRUHÁ

VÝROČNÍ ZPRÁVA

ZEMSKÉ VYŠŠÍ REALKY

VE VELKÉM MEZIŘÍČÍ

ZA ŠKOLNÍ ROK

1900-1901.

OBSAH:

1. ... ČESKÝCH STŘED. ŠKOL NA MORAVĚ A VE SLEZSKU SESTAVIL PROFESSOR BOLESLAV DOLEJŠEK.

2. ZPRÁVY ŠKOLSKÉ. SESTAVIL ŘEDITEL.

VE VELKÉM MEZIŘÍČÍ.

TISKEM FIRMY ŠAŠEK A FRGAL VE VELKÉM MEZIŘÍČÍ. — NÁKLADEM VLASTNÍM.

1901.

Titulní list výroční zprávy

Snahou editorů bylo předložit svébytnou publikaci, ve které mohou najít zajímavé a poučné články nejen účastníci semináře, ale i další zájemci, zejména z řad učitelů matematiky a fyziky. Ať vám alespoň některé texty přinesou nové informace, inspiraci a radost z poznání.

Děkuji autorům příspěvků a všem dalším spolupracovníkům, kteří se podíleli na vzniku sborníku. Zvláštní poděkování patří Mgr. Renatě Chytkové za obětavé zhotovení sazby a dále pak představitelům níže uvedených firem, které finančně podpořily jeho vydání.

Aleš Trojánek

Velké Meziříčí, červen 2006

Gremis Velké Meziříčí
stavební a obchodní společnost spol. s r. o.
`www.gremis.cz`

TDS Brno
`www.tdsbrnosms.cz`

Restaurant Na Obecníku
Velké Meziříčí

ELKAN, spol. s r. o.
Praha
`www.mathematica.cz`

Obsah

XII. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky [1]

LUBOMÍR SODOMKA

Ve dnech 23. až 26. srpna 2004 se konal na Gymnáziu ve Velkém Meziříčí XII. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky. Tyto „filozofické semináře“ pořádá Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF. Spolupořadatelem pak bylo letos Gymnázium ve Velké Meziříčí. Organizační výbor tvořili *J. Bečvář, M. Bečvářová, E. Fuchs, D. Hrubý, M. Hykšová, J. Novotný, J. Podolský, A. Troják.*

Seminář zahájil *A. Trojánek*, ředitel pořádajícího gymnázia. Ve svém příspěvku hovořil o dlouhé tradici konání populárně vědeckých přednášek na půdě středních škol a shrnul historii seminářů o filozofických otázkách matematiky a fyziky. Účastníky pozdravil též starosta Velkého Meziříčí *F. Bradáč*, který seznámil přítomné s některými zajímavými údaji o městě. V prvním odpoledni vyslechli účastníci přednášku *J. Novotného*: „Co dokázal Galilei? (Dialog z hlediska současné fyziky.)“

Druhý den zahájila *A. Kalvová* s tématem, které již přerostlo stěny vědeckých institucí a dostalo se do vědecko populárního tisku, „Zpomalené a zastavené světlo“. Po teoretickém výkladu tohoto jevu nezapomněla přednášející ani na aplikace vedoucí k nahrazení elektronů jako nosičů informace v informačních soustavách fotony, které jsou rychlejší a nepodléhají neřízenému vnějšímu ovlivňování jako elektrony.

V přednášce „Nejstarší světlo“ (přesnější by byl název Nejstarší záření) vyložil *J. Langer* podstatu reliktního mikrovlnného záření, které je jedním z experimentálních potvrzení a svědkem velkého třesku a za jehož objev získali Nobelovu cenu za fyziku pro rok 1978 *A. A. Penzias* a *R. W. Wilson*.

Odpolední část semináře byla věnována matematice, a to v přednášce *P. Hájka* o fuzzy logice, kterou porovnával s klasickou logikou,

[1] Přetištěno z časopisu *MFI* **14** 2004/2005, str. 248.

a v přednášce *D. Hrubého* na téma „Funkce a relace“, kterou jako vždy přednesl v lehkém humorném tónu.

Středa 25. 8. byla věnována převážně fyzice. *J. Podolský* přednesl téma „Od Newtona ke Keplerovi“. K přednášce se inspiroval „ztracenou přednáškou“ laureáta Nobelovy ceny za fyziku pro rok 1965 *R. P. Feynmana*. Ukázal, jak lze odvodit prostředky elementární geometrie z gravitačního zákona zákony Keplerovy a naopak, a tím na sílu elementární geometrie.

Velmi zajímavou (zvláště pro fyziky) byla přednáška *T. Šikoly* „Co jsou nanotechnologie a jak moc nás ovlivní?“ Vyčerpávajícím způsobem vysvětlil historii a současný stav nanotechnologií a jejich současné a budoucí aplikace. Význam nanotechnologií je podepřen i udělováním Nobelových cen v tomto oboru, jako je např. za objev fullerenů, uhlíkových trubiček (NC za chemii pro rok 1986, *R. F. Curl*, *H. W. Kroto*, *R. E. Smalley*), objev kvantového Hallova jevu (NC 1985, *K. von Klitzing*), objev zlomkového kvantového Hallova jevu (NC 1998, *L. B. Laughlin*, *H. L. Störmer*, *D. C. Tsui*). Další nanoobjevy najdeme v chemii, ve fyziologii, medicíně a v biologii. Zde se jeví nanotechnologie zvláště perspektivní.

J. Šimša pak řešil úlohu „Když matematik zabloudí v lese“, k čemuž použil jak matematické, tak i fyzikální prostředky a na animovaných obrázcích umožnil pochopit celou problematiku.

S náhradní přednáškou „Sluneční články“ vystoupil *A. Fejfar*. Vedle historie a stavu problematiky představil i vlastní výsledky svých prací na řešení amorfních a mikro-krystalických vrstev křemíku, kterých se využívá ke konstrukci slunečních článků.

Čtvrtek 26. 8. byl věnován opět matematice. *J. Herman* na několika zajímavých příkladech vysvětlil využití Dirichletova principu v teorií čísel.

Společenský večer byl vyplněn vystoupením pražských účastníků pod vedením *J. Langra* s jednoduchou aktovkou s vlastním scénářem, parodujícím průběh semináře. Humorná přednáška *A. Vrbského*

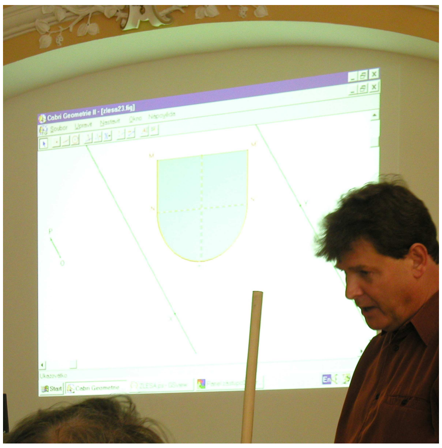
(*D. Hrubého*) plánovaná na tento večer byla vsunuta již do předcházejících běžných přednášek.

Součástí semináře byla prohlídka gymnázia – počítačových a jazykových učeben, učeben fyziky, chemie a biologie. Účastníci měli možnost si prohlédnout výstavku vybraných populárně vědeckých knih a dalších publikací.

Je třeba se zmínit i o exkurzi do dvou podniků, a to POEXu a pivovaru. POEX se představil jako podnik s desetiletou tradicí balení cukrářských potravin do celé republiky i do zahraničí a výrobou povlakovaných ořechů a kandovaného ovoce.

V roce 2005 se připravuje seminář z historie matematiky, který bude mít i fyzikální část v rámci Světového roku fyziky.

Lubomír Sodomka
Technická univerzita v Liberci



Obr. 1: Doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc. při přednášce **„Když matematik zabloudí v lese"**.

CO DOKÁZAL GALILEO?

Jan Novotný

Příběh Galilea Galileiho a jeho boje za nehybné Slunce a pohyblivou Zemi zná snad každý, kdo chodil do školy. Veliký vědec dokázal, že Země se točí kolem své osy a obíhá kolem Slunce, to však bylo nepřijatelné pro církevní autority, které ho pod hrozbou mučení a upálení donutily odvolat. Jak to však Galileo dokázal? A byly jeho důkazy opravdu tak přesvědčivé, jak se to vykládá ve škole?

Nejlepší odpověď si může dát sám tazatel, když si přečte stěžejní Galileovo dílo, *Dialog o dvou systémech světa.* Tato kniha vyšla poprvé 1632 ve Florencii a byla napsána v italštině. Galileo dal svému mateřskému jazyku přednost před latinou, kterou tenkrát obvykle vědci psali, aby mohl oslovit co nejširší okruh čtenářů. I když mezi jazyky, do nichž byla později přeložena, čeština schází, může náš čtenář sáhnout po slovenském vydání z roku 1962, které jistě mají ve větších odborných knihovnách. Zaujme-li vás následující stručný průvodce Dialogem natolik, že se zatoužíte seznámit s knihou přímo, neobávejte se slovenštiny (malé jazykové rozdíly přestanete po pár stránkách vnímat) ani přílišné učenosti. V té době se ještě i špičková věda obešla bez množství symbolů a odborných termínů. Kromě toho Galileo opravdu dovedl psát. Jeho kniha je mistrovským literárním dílem a dává čtenáři možnost nejen sestoupit k pramenům moderní vědy, ale též ponořit se do renesanční atmosféry, plné zvídavosti a nadšení nad nejnovějšími objevy.

Velmi zajímavé jsou už dvě předmluvy. První je nejponíženější a nejuctivější věnování nejjasnějšímu velkovévodovi Toskánskému (neměl spíše on za ně poníženě poděkovat Galileovi?). Domyslíme si, že věda se ani tenkrát neobešla bez sponzorů, jež bylo třeba si naklonit. V druhé předmluvě se Galileo na první pohled velmi opatrně vyrovnává s možnými námitkami ze strany církve, která o pohybu Země zakázala na veřejnosti mluvit. Ujišťuje, že mu vůbec nejde o polemiku s učením o nehybnosti Země, ale jen o porovnání argumentů zastánců Ptolemaiovy geocentrické a Koperníkovy heliocentrické soustavy. Hodlá především ukázat, že argumenty ptolemaiovců proti koperníkovcům jsou zcela nepřesvědčivé a že běžné přírodní jevy neumožňují mezi oběma soustavami rozhodnout. Dále slibuje vyložit důvody pro heliocentrickou soustavu a přidat jeden nový vlastní, a to ne aby zpochybnil učení církve, ale aby ukázal, že italští vědci nezaostávají za světem a drží se geocentrické soustavy jen z úcty k náboženství. Zde i na jiných místech předmluvy současný čtenář sotva přehlédne jedovatou ironii Galileových slov a nediví se, že ji nepřehlédli ani církevní hodnostáři.

Pro svůj výklad zvolil Galileo formu rozhovoru mezi třemi vzdělanci. Salviati obhajuje Koperníkův a Simplicio Ptolemaiův názor, zvídavý Sagredo má úlohu pozorného posluchače a tazatele a zároveň jakéhosi rozhodčího. Čtenář ovšem brzy pochopí, že nejde o střetnutí rovnocenných soupeřů. Galileo se ani příliš nesnaží předstírat neutralitu. Zatímco Salviati je informován o nejnovějších vědeckých objevech (občas se odvolává na výzkumy Akademika, kterým je míněn sám Galileo), Simplicio je muž sice učený, ale otrocký závislý na autoritách, z nichž rád dlouze cituje. Rozhovor se odehrává v Sagredově paláci v Benátkách a je rozvržen do čtyř dnů. Každý den má rozhovor své hlavní téma, často však odbočuje a rozbíhá se do šíře. Pokusíme se postihnout jeho osnovu.

První den

Hlavním námětem prvního dne debaty je, zda pozemské jevy se zásadně liší od nebeských, jak to předpokládala aristotelovská fyzika. O tento názor se opírali odpůrci Koperníka, kteří tvrdili, že kruhový pohyb může být vlastní pouze nebeským tělesům, mezi něž Země nepatří. Rozmluva začíná od věci zdánlivě velmi odtažité – z čeho plyne, že prostor je třírozměrný? Podle Simplicia to Aristotelés zdůvodňuje tím, že číslo tři je dokonalé, protože každá věc má začátek, střed a konec. Podle Salviatiho taková argumentace nic nedokazuje – podstatné je, že poloha každého bodu může být zadána třemi souřadnicemi. V kostce se tak ukazuje rozdíl mezi různými způsoby uvažování, první se opírá o klasické texty a povrchní analogie, druhý o pozorování, měření a počítání.

Debata se postupně soustředí na otázku, zda jsou nebeská tělesa vskutku naprosto neproměnná a dokonale hladká, jak to ze svých knih vyčetl Simplicio. Proti neproměnnosti nebes může Salviati uvést pádné doklady z nové doby – sledování pohybu komet z různých míst prokázalo, že jsou vzdálenější než Měsíc, a nové hvězdy (dnes bychom řekli supernovy) roku 1572 a 1604 dosvědčily, že stálá není ani hvězdná sféra. Z toho, jak vidíme povrch Měsíce, je zcela jasné, že je neméně drsný než povrch Země. Účastníci debaty se o tom prakticky přesvědčují, když sledují odraz slunečních paprsků na rovinném a sférickém hladkém zrcadle – ponechávám na čtenáři, aby usoudil či zjistil, co je v tom případě vidět a jak to souvisí s důkazem drsnosti měsíčního povrchu. Je podrobně rozebrána otázka, jak to na Měsíci vypadá a proč tam nemůže být život podobný našemu – dokážete sami přijít na argumenty, které byly v sedmnáctém století použitelné?

Rozhovor prvního dne má výrazné filosofické pozadí – Galileo tu dává najevo své okouzlení proměnami přírody, které se neomezují jen na Zemi, ale jsou vlastní celému vesmíru. Jak říká Sagredo:

Můžeme si představit větší hloupost, než nazývat stříbro a zlato hodnotami a zemi a hlínu marnostmi? Jak to, že ty lidi nenapadne, že kdyby země byla tak vzácná, jako klenoty a nejdražší kovy, nenašel by se člověk, který by nevěnoval měšec diamantů a rubínů či třeba čtyři vozy zlata, aby měl aspoň hrstku země postačující na zasazení jasmínu v malém květináči anebo jadérka čínského pomeranče, aby se díval, jak klíčí, roste, pokrývá se krásným listím, voňavými květy a lahodným ovocem? . . . Ti, kdož se tak ohánějí nezničitelností, neměnností atd., dospívají podle mne k podobných názorům jen proto, že z obavy před smrtí chtějí vydržet co nejdéle. Nemyslí přitom na to, že kdyby lidé byli nesmrtelní, nedostal by se na ně podíl na pobytu na světě. Takoví lidé by si zasloužili potkat se s hlavou Medúzy, která by je proměnila v sochy z jaspisu nebo diamantu, aby se tak stali dokonalejšími, než jsou.

Závěrečná Sagredova promluva je oslavou lidského rozumu a tvořivosti. Jejich nejvyšší projev vidí ve vynálezu písma, které nám umožňuje přenášet naše myšlenky v prostoru a v čase. Zbytek dne stráví přátelé projížďkou na lodičce.

Dnešního čtenáře překvapí, nakolik je sám Galileo poplatný tradici, proti níž bojuje. Pokládá za samozřejmé, že nebeská tělesa (mezi něž řadí i Zemi) se pohybují rovnoměrným kruhovým pohybem, který si nevyžaduje žádné další vysvětlení. Uvažuje dokonce o tom, že tato tělesa původně Bůh zhotovil na stejném místě a pak je nechal na své dráhy „skutálet“ rovnoměrně zrychleným pohybem, čímž by se vysvětlilo, proč planety bližší Slunci se pohybují rychleji. Některé problémy Galileo jen zformuloval, ale nevyřešil – odkud se např. bere světlo, které vidíme na Měsíci za jeho úplného zatmění? Víte to?

Druhý den

Tento den je věnován otáčení Země kolem své osy a důkazům, že taková možnost neodporuje běžné lidské zkušenosti. Debata opět začíná kritikou filosofů, kteří se slepě drží Aristotela. Sagredo připomíná, jak jeden z nich, když byl přítomen pitvě a viděl na vlastní oči, že nervy vycházejí z mozku a ne ze srdce, prohlásil, že by tomu skoro uvěřil, kdyby Aristotelés netvrdil opak. I tam, kde se ctitelé Aristotela dovolávají zkušenosti, mluví často o pokusech, které ve skutečnosti vůbec nedělali. Salviati pak nejprve poukazuje na to, jak absurdní je předpokládat, že kolem Země se spořádaně otáčí celý obrovský vesmír, a jak přirozené je naopak vysvětlení pohybů na nebi rotací Země. Potom se zabývá námitkami odvolávajícími se na pozemské jevy: kdyby se Země točila, kameny puštěné z výše by nepadaly svisle, ale šikmo, při míření by bylo třeba brát ohled na směr střelby, vál by neustále prudký vítr, stavby by se zřítily a neupevněná tělesa by byla vymrštěna do prostoru. Salviatiho argumentace vrcholí vylíčením experimentů na stojící a plující lodi:

Vejděte s přítelem do velké místnosti nacházející se pod palubou lodě, a zásobte se mouchami, motýly a podobným hmyzem. Vezměte si i velkou nádobu s vodou, do které dáte rybičky. Zavěste dále nahoru malé vědro, z něhož bude kapat voda do další nádoby z úzkým hrdlem, stojící na podlaze.

Salviati podrobně popisuje, že živočichové se rozptýlí rovnoměrně do všech směrů, voda bude kapat do hrdla a také řada dalších pokusů dopadne stejně bez ohledu na to, zda loď stojí nebo se pohybuje rovnoměrným pohybem. Je to snad nejslavnější a nejčastěji připomínané místo Dialogu, které se mnohdy pokládá za první vyjádření principu relativity.

Současný fyzik by k němu mohl vznést dvě zajímavé připomínky. Zaprvé situace stojící a pohybující se lodi není úplně stejná. Loď se pohybuje vůči zdroji gravitace, kterým je Země, a proto by experimenty, jejichž výsledek je závislý na gravitaci, mohly dopadnout jinak než na stojící lodi, aniž by se tím zpochybnil princip relativity. Podle Newtonova gravitačního zákona ovšem gravitační síla působící na tělesa nezávisí na jejich rychlosti a relativistické odchylky od tohoto závěru jsou při malých rychlostech zcela zanedbatelné a nepozorovatelné. Můžeme proto souhlasit s tím, že vodorovný pohyb v gravitačním poli Země je nezjistitelný. Navíc je v Salviatiho argumentaci stojící a pohybující se loď analogií stojící a pohybující se Země, a v tom případě už tu není žádné další těleso, pohybem vůči němuž by se obě situace lišily.

Další námitka by spočívala v tom, že princip relativity se vztahuje k inerciálním soustavám, které se vzájemně pohybují rovnoměrně a přímočaře. Stojící loď se však spolu s povrchem Země pohybuje vůči inerciální soustavě po kružnici a plující loď, nejede-li podél rovnoběžky, vykonává pohyb ještě složitější. Nejde tedy o inerciální soustavy. Mohli bychom Galilea obhajovat tím, že vliv neinerciálnosti považoval při popisu pokusů za zanedbatelný a měl přesně vzato na mysli vzájemný pohyb inerciálních soustav.

To bychom však jeho stanovisko příliš přikrašlovali. Jak je vidět z více míst rozhovoru, Galileo se nezřekl představy, že kruhový pohyb těles spočívajících na povrchu Země je pohybem přirozeným, který nemusí být udržován silou. Jeho „princip relativity", jak bychom to dnes nazvali, je proto možno vztahovat na kruhové pohyby kolem středu Země. Takový princip ovšem neplatí a pokusy na stojící a plující lodi dají proto jen přibližně stejný výsledek, přičemž při větší rychlosti lodi budou rozdíly nápadnější.

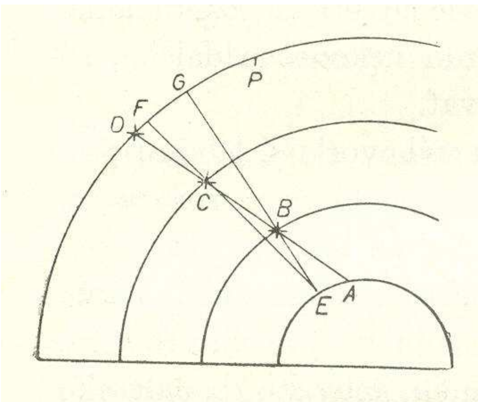
Pro cíl, který si Galileo klade – dokázat, že rotace Země je **možná**, je to sice dostačující, zbavuje se tím však příležitosti dokázat, že Země **skutečně** rotuje. Padající kámen či vodní kapka se ve skutečnosti odchyluje od svislice a střely vypálené v různých směrech se vzhledem k Zemi pohybují různě, i když jev je mnohem méně nápadný, než by měl být podle názoru Simplicia. Pozornému čtenáři neujde, jak Salviati ve svých výkladech tápe na rozhraní mezi starými a moderními představami. Když má vysvětlit pohyb kamene puštěného z věže, skládá jeho „přirozený" kruhový pohyb s vlivem gravitace, naopak pro vodorovně vržené těleso neuvažuje o podílu tohoto přirozeného pohybu a pokouší se složit s vlivem gravitace rovnoměrný a přímočarý pohyb, jehož těleso nabývá vrhem. Zde je už blízko principu setrvačnosti a zákonu síly, jak je stanovil Newton, a v jeho uvažování se projevují prvky diferenciálního počtu. Nedovede jej ovšem správně použít a tak dospívá k závěru, že ani při sebevětší rychlosti otáčení by nemohly kameny, sloni, věže a města vyletět do povětří. V tom se mýlí právě tak jako Simplicio, který si naopak myslí, že by k tomu muselo dojít i při sebepomalejší rotaci.

Během druhého dne je uveden jeden z největších Galileových objevů – matematické vyjádření závislosti dráhy volného pádu na čase a zjištění, že při zanedbání odporu vzduchu zrychlení volného pádu nezávisí na váze a složení tělesa. Salviati naivně užívá tohoto objevu k výpočtu, za jak dlouho by dopadl na zem kámen spuštěný „ze sféry Měsíce“. Zde je pěkně vidět, jak je Galileo dosud v zajetí tradičních názorů – pohyb kamene k Zemi, k níž náleží, je „přirozený pohyb“ a zdá se tedy logické, že jeho zrychlení se nemění. Pak ovšem následuje jedno z nejpozoruhodnějších míst Dialogu – Salviati zapochybuje o tom, zda má vůbec smysl rozlišovat přirozené a násilné pohyby, když o jejich příčinách nic nevíme. Prohlašuje, že kdyby mu někdo vysvětlil, co způsobuje pád kamene k Zemi, dovedl by už zdůvodnit, proč Měsíc obíhá kolem Země a planety kolem Slunce. Simplicio dokonce připomene, že příčina pádu kamene je všeobecně známa a každý ví, že je to gravitace. Salviati ovšem odpoví, že se neptá, jak se tato příčina nazývá, ale jaká je její podstata.

Jako by tu Galileo bezděčně narazil na stopu vedoucí ke gravitačnímu zákonu, ale nebyl schopen ji dále sledovat.

Třetí den

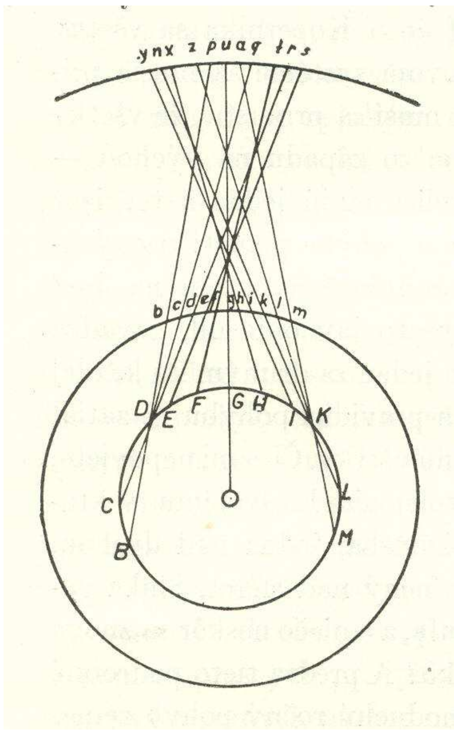
Další den se Simplicio, který dojížděl do paláce na gondole, dostaví se zpožděním, protože loď při odlivu uvázla na mělčině. Autor Dialogu si tak připravuje půdu pro závěrečný den. Debata třetího dne je jinak věnována převážně obíhání Země kolem Slunce. Její značnou část ale zabírají Salviatim komentované výpočty, které potvrzují, že „nová hvězda“ z roku 1572 byla opravdu hvězdou, protože byla mnohem dále než planety (viz obr. 1). Galilea zřejmě právě v době psaní velmi upoutaly nové informace o určování její vzdálenosti různými autory, mezi nimiž byl i český učenec Tadeáš Hájek z Hájku. Spis tak po nějakou dobu připomíná čistě odbornou práci, která příliš nebere ohled na čtenáře. Nakonec se ale rozhovor vrací k problematice Koperníkovy soustavy. Na rozdíl od prvního dne, věnovaného převážně pozemským jevům, si všímá argumentů, jež vyplývají z astronomických pozorování. Ta většinou podnikl sám Galileo svým dalekohledem a získal tak údaje, které ještě Koperník nemohl mít k dispozici. Srpkovitý tvar Venuše, jež při obíhání okolo Slunce jeví fáze podobné měsíčním, a proměnná velikost kotoučků Venuše a Marsu v závislosti na jejích měnících se vzdálenostech od Země odpovídají Koperníkově soustavě a přesvědčivě vyvracejí Ptolemaiovu představu o rozložení a pohybech planet ve Sluneční soustavě. (Poznamenejme ovšem, že ani všechna tato pozorování nevyvracejí kompromisní variantu geocentrické soustavy, kterou vymyslel Tycho Brahe. Podle ní sice Slunce obíhá kolem Země, ale ostatní planety obíhají kolem Slunce. Vzájemné rozložení těles Sluneční soustavy je tedy v každém okamžiku stejné jako podle Koperníka.)



Obr. 1: Vysvětlení z Dialogu, jak je možno rozpoznat vzdálenost svítícího objektu. Z různých míst zemského povrchu se objekt promítá do různých míst nebeské klenby. Pouze velmi vzdálené objekty je vidět ze všech míst na Zemi v témž místě hvězdné oblohy a tak bylo možno potvrdit, že „nová hvězda“ z roku 1572 si vskutku zaslouží tento název, protože nepatří nejen do zemské atmosféry, ale ani do Sluneční soustavy.

Galileo mimo jiné ukazuje, jak přirozeně vysvětluje Koperníkova soustava období „zpětného“ pohybu vnějších planet vzhledem k hvězdné obloze (viz obr. 2) či střídání ročních dob. Užívá příležitosti k připomenutí vlastních objevů (čtyři Jupiterovy a dva Saturnovy měsíce – ve druhém případě ovšem Galileo ve skutečnosti pozoroval okraje prstence – a otáčení Slunce kolem osy, jež objevil sledováním pohybu slunečních skvrn). I tyto objevy svědčí aspoň nepřímo ve prospěch Koperníkovy soustavy. Zbavují totiž Zemi jejích zvláštností: není jedinou planetou, která má vlastní oběžnici, ani jediným tělesem, které rotuje kolem své osy.

Potom se Dialog obrací k hvězdnému vesmíru a čelí argumentu proti Koperníkovi, jenž se zdál být zvláště silný. Obíhá-li Země kolem Slunce, proč se to nejeví ve změnách úhlů, pod nimiž během roku pozorujeme hvězdy? Galileo to vysvětluje jejich nesmírnou vzdáleností a předvídá, že jednou bude vzdálenost hvězd právě díky obíhání Země kolem Slunce změřena.



Obr. 2: Vysvětlení kličky planety Jupiter převzaté z Dialogu. Ačkoliv planeta obíhá stále stejným směrem, díky pohybu Země se pro pozemského pozorovatele její pohyb po nějakou dobu promítá na nebeskou klenbu tak, že planeta se na své cestě zvířetníkovými souhvězdími „vrací“. Výsledkem takovýchto kliček může být vícenásobné míjení planet během kratšího časového období.

Dovídáme se též, jaké jsou Galileovy názory na hvězdný vesmír. Mluví sice ještě tradičně o hvězdné sféře, ale nepředstavuje si, že by hvězdy byly nějak upevněny ve stejné vzdálenosti od středu vesmíru. Jsou podle něho rozesety v obrovském mezikoulí a mají pravděpodobně své vlastní pohyby. Nikde se však v Dialogu neuvažuje, že by mohly být podobné Slunci a mít i vlastní planety. Je možné, že Galileo o tom nepsal z opatrnosti, poněvadž měl na paměti osud upáleného Giordana Bruna, který takové myšlenky hlásal.

V závěru Sagredo a Salviati mluví s velkým zájmem a nadšením o nových objevech v oblasti magnetismu, které jsou obsaženy v nedávno vydané knize britského učence Williama Gilberta a jež obohatili vlastními pozorováními. Tato pozorování ve skutečnosti zřejmě konal sám Galileo. Všímají si i magnetického pole Země a uvažují o tom, že stálý směr zemské osy v prostoru může souviset s jejím magnetismem.

Z hlediska dnešní fyziky a astronomie nemůžeme výsledkům třetího dne debaty vytknout nic podstatného. Překvapivé je pouze to, jak se Galileo drží představy o přesně kruhových drahách planet, ačkoliv již od Koperníka mohl vědět, že taková představa je neslučitelná s přesnými měřeními, a sám Koperník proto musel vykládat pohyby planet skládáním kruhových pohybů podobně, jako to činil Ptolemaios. Od této komplikace osvobodily průkopníky heliocentrismu až Keplerovy zákony, které Galileo rovněž mohl v době napsání Dialogu znát. Z dosti záhadných důvodů, o nichž historikové vědy často diskutují, je však zcela ignoruje.

Bylo by škoda neocitovat z třetího dne rozhovoru alespoň jednu pasáž vloženou do úst Sagredovi:

Kdo by se odvážil věřit, že prostor mezi Saturnem a stálicemi, považovaný některými lidmi za příliš velký a nepotřebný, neobsahuje jiná tělesa náležející vesmíru? Snad proto, že je nevidíme? Copak čtyři Medicejské planety a Saturnovy družice jsou na nebi až od chvíle, kdy se staly přístupnými lidskému zraku? A podobně, což neexistovaly další nesčetné stálice, dokud je lidé neobjevili? Mlhoviny byly pro nás nejdříve světlými skvrnami a až poté jsme pomocí dalekohledu zjistili, že jsou to seskupení mnoha zářivých hvězd. Ach, jak je domýšlivá, a ba co víc, drzá lidská nevědomost!

Čtvrtý den

Korunou Dialogu má být čtvrtý den, od něhož se očekává definitivní rozhodnutí sporu. Sagredo je tak napjat, že poslední hodinu před příchodem spolubesedníků je nedočkavě vyhlíží z okna svého paláce. Salviati shrnuje, že dosavadní debata pouze ukázala, jak běžné lidské zkušenosti a pozorování nemohou heliocentrický názor vyvrátit, nevyvracejí však ani názor opačný. Tuto možnost ale dává úvaha o mořských přílivech a odlivech, které by na nehybné Zemi nemohly vzniknout. Tyto jevy může ovšem vyvolat pouze **nerovnoměrný** pohyb Země a vzniká otázka, jak může takovýto pohyb vzniknout složením **rovnoměrných** kruhových pohybů – otáčení Země kolem své osy a jejího oběhu kolem Slunce. Salviati nejprve podrobně popisuje jevy mořských dmutí a odmítá jejich vysvětlování tím, že Měsíc k sobě vody přitahuje nebo že je pod sebou ředí, takže zaujímají větší objem. Tyto teorie jsou zřejmě neudržitelné, protože nevysvětlují, proč k přílivu nedochází pouze na přivrácené straně k Měsíci, ale i na straně odvrácené, a proč pod Měsícem nestoupá voda i v rybníce nebo ve sklenici.

Na cestu, kterou považoval za správnou, ho uvedlo pozorování chování pitné vody v cisternách, které byly převáženy po moři. Houpání lodi – čili její nerovnoměrný pohyb – vyvolalo kmitání vody v nádržích. Podobným jevem jsou podle Salviatiho – a tedy Galilea – i mořská dmutí. Salviati pak vykládá, že skládáním obou pohybů Země vzniká nerovnoměrný pohyb, který je schopen mořská dmutí vyvolat.

Zajímavá je ještě vložka o pohybu vzduchu. Salviati konstatuje, že vzduch podobně jako voda není nucen přesně sledovat pohyb Země, a tedy pohyb Země by se měl projevit pohybem vzduchu vůči Zemi. Odvoláním na zkušenosti mořeplavců a lodní deníky dokládá, že k tomu opravdu dochází – plavby plachetnic z východu na západ po Středozemním moři jsou v průměru o čtvrtinu rychlejší než plavby opačné.

Konečně se Salviati pokouší vysvětlit, proč jev mořských dmutí přece jen závisí na poloze Měsíce, ačkoliv Měsíc na vody nepůsobí. Vysvětluje si to tím, že pohyby Měsíce a Země se navzájem ovlivňují nějak podobně jako posunutí závaží u hodin ovlivňuje pohyby kyvadla. Země proto v závislosti na poloze Měsíce obíhá kolem Slunce s proměnnou rychlostí a prostřednictvím této nerovnoměrnosti pohybu Měsíc přece jen mořská dmutí ovlivňuje. Opět se tu patrně projevuje jakési tušení gravitačního zákona a navíc zákonů zachování, bohužel blíže nerozvedené.

Na debatě posledního dne se Simplicio téměř nepodílí a v závěru přiznává, že jí příliš nerozuměl. Uznává sice, že argumenty ve prospěch Koperníkovy soustavy byly působivé, ale drží se mínění jisté učené a slavné osoby, z něhož plyne, že

Bůh mohl svou nekonečnou mocí a moudrostí dát vodě pohyb, který v ní pozorujeme, i jinak než pohybováním nádrže. Oba potvrdíte, že to mohl a uměl udělat nesčetnými způsoby, které náš rozum dokonce ani nedokáže postihnout. Je-li tomu tak, docházím k závěru, že by bylo krajně opovážlivé, kdyby někdo chtěl omezit a zmenšit boží moc a moudrost jen čistě lidským rozumem.

Podobné prohlášení by se dalo chápat jako zdvořilý ústupek vyžadovaný církví, kdyby je Galileo nevložil do úst právě Simpliciovi, který se po celou debatu jevil jako její nejméně důvtipný účastník. Papež Urban VIII. patrně ve zmíněné „učené a slavné osobě" poznal sám sebe, na Galilea definitivně zanevřel a přispěl k jeho odsouzení.

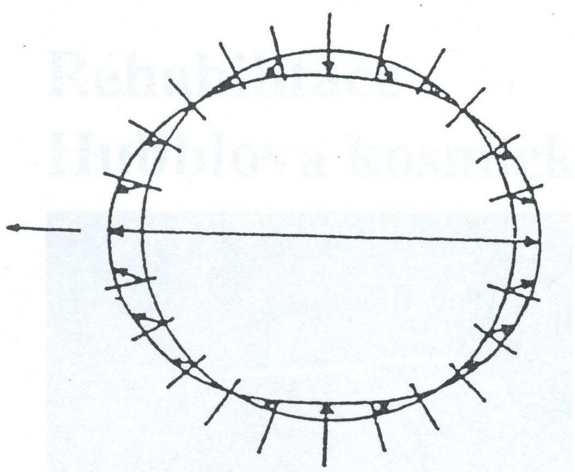
Nemůžeme se nyní vyhnout otázce, nakolik Galileo poslední den uspěl v očích pozdějších fyziků. Není pochyby, že vysvětlení správné není. Galileo se pustil do problému, který značně přesahoval jeho možnosti. Někdy je mu vytýkáno, že výsledek své teorie nesrovnal se skutečností. On však neměl ucelenou teorii o vlivu pohybu Země na pohyb vod ani matematický aparát, který by z takové teorie vyvodil jednoznačný důsledek. Podvědomě proto upravoval své vývody tak, že aspoň v něčem odpovídaly realitě.

Abychom vůbec mohli o Galileově teorii diskutovat, pokusme se ji přizpůsobit pozdější fyzice. Myšlenka, že mořská dmutí jsou způsobena pohybem Země, stojí jistě za uvážení. Je však třeba přesněji vymezit různé druhy pohybů vztažných soustav. Ve shodě s newtonovskou fyzikou rozlišujme **inerciální** soustavy, jejichž setrvačný pohyb není ovlivňován silami. Tyto soustavy se vzájemně pohybují rovnoměrně a přímočaře. Ostatní soustavy jsou **neinerciální**. Nejsou-li hmoty v neinerciálních soustavách pevně drženy, začnou se vůči nim díky své setrvačnosti pohybovat, což se však z hlediska neinerciální soustavy jeví jako výsledek působení sil. Lze tedy říci, že v neinerciálních soustavách působí setrvačné síly. Podle toho, zda tyto síly nezávisí na čase anebo se s časem mění, můžeme ještě neinerciální soustavy rozdělit na **stacionární** a **nestacionární**.

Stejných termínů užijme pro pohyb soustav. Inerciální – tedy rovnoměrný a přímočarý pohyb soustavy – žádným pozorováním či experimentem prokázat nemůžeme. Neinerciální pohyb, jako je otáčení Země kolem své osy, však prokázat lze. Příkladem je tu vliv na směr větrů, kterého si Galileo povšiml. Není ovšem pravda, že by musely nutně převládat větry vanoucí proti směru zemské rotace, jak to naivně předpokládal. Ve skutečnosti lze pouze říci, že se větry (a podobně mořské proudy) stáčejí na severní polokouli doprava a na jižní doleva. K určení jejich převládajícího směru v daném místě a ročním období je třeba podrobnějšího rozboru meteorologických podmínek.

Galileův názor, že mořská dmutí by bylo možno vysvětlit pouze nerovnoměrným pohybem Země, zůstane správný, jestliže ztotožníme nerovnoměrný pohyb s pohybem nestacionárním. Zatímco rotace tělesa kolem osy je sama o sobě stacionární, kruhový oběh je nestacionární (za předpokladu, že těleso nepřivrací ke středu stále stejnou stranu). Vidíme tedy, že Galileovy myšlenky byly velmi pronikavé, i když si vyžadovaly upřesnění.

Po tomto upřesnění vede ovšem Galileova teorie k výsledku, který je v naprostém rozporu se skutečností. Můžeme jej snadno předpovědět, vezmeme-li si nádobu naplněnou vodou na kolotoč, kde jí případně ještě můžeme otáčet kolem její vlastní osy. Voda se bude zvedat na straně nádoby odvrácené od osy otáčení kolotoče. Podle upravené Galileovy teorie by tedy existovala jediná přílivová vlna následující Slunce s půldenním zpožděním – příliv by tedy vrcholil po půlnoci a odliv po poledni. Čtenáři je asi jasné, co Galileo opomenul, protože o tom nevěděl – gravitační působení nebeských těles na Zemi. Geocentrická teorie připisující mořská dmutí gravitaci těles obíhajících kolem Země by zřejmě vedla k opačnému výsledku – přiliv po poledni a odliv po půlnoci. Vliv polohy Měsíce by byl v obou případech oproti vlivu Slunce podružný a dmutí by byla nesrovnatelně větší než ve skutečnosti. Správný výsledek dostaneme, jestliže obě teorie spojíme. Vliv pohybu Země a gravitace Slunce a Měsíce se pak téměř zruší a projeví se jen malé rozdíly gravitačních sil od Měsíce a Slunce na její přivrácené a odvrácené straně. Protože nerozhoduje samotná síla, ale její změny, je vliv Měsíce na mořská dmutí výrazně větší než vliv Slunce a jeho pohyb kolem Země neustále sledují dvě přílivové vlny. Vyvolává je rozdíl mezi zrychlením, které Měsíc udílí mořským vodám, a zrychlením, které udílí pevné části Země – intenzita pole **slapových sil** (viz obr. 3), které je na přivrácené i odvrácené straně Země od Měsíce orientováno odstředivě, na kolmici ke spojnici Země s Měsícem, procházející středem Země, dostředivě, a v jiných místech má nenulový průmět do vodorovného směru, čímž působí, že vody se neustále vzdouvají pod Měsícem a na opačné straně zeměkoule.



Obr. 3: Pole slapových sil vzniká (podle newtonovské mechaniky) vektorovým sečtenímm gravitačního pole Měsíce (Slunce) a pole setrvačných sil daných translačním obíháním Země okolo těžiště soustavy Země-Měsíc (Slunce). Zatímco první pole ubývá s kvadrátem vzdálenosti, druhé je homogenní. Slapové působení je proto určeno nehomogenitou gravitačního pole Měsíce (Slunce). Dynamický efekt má průmět slapových sil do tečné roviny k povrchu Země, pod jehož vlivem se mořské vody stále snaží vytvořit ekvipotenciální hladinu v poli všech gravitačních a setrvačných sil. Tato hladina odpovídá protažení povrchu světového moře ve směru spojnice Země-Měsíc a jeho zkrácení ve směru kolmém. Vzhledem k setrvačnosti pohybu vod a mnoha faktorům (geografickým, meteorologickým, termodynamickým), které tento pohyb ovlivňují, je výsledný jev velmi složitý. Maximum dmutí nastává proto v různých místech Země v dobách různě zpožděných za kulminacemi Měsíce.

Tímto způsobem správně vyložil mořská dmutí až Newton, který se narodil v roce, v němž Galileo zemřel. Je otázka, zda si Galileo neuspokojivost svého výkladu časem neuvědomil. Protože byl pod dohledem inkvizice, nemohl již o problémech astronomické povahy otevřeně mluvit. Krátce před smrtí, kdy – patrně v důsledku neopatrného pozorování slunečních skvrn – oslepl, napsal svému příteli o tom, že o mořských dmutích stále přemýšlí.

A závěr?

Bylo by naprostým nepochopením, kdyby se po přečtení předchozích řádků čtenářovo mínění o Galileovi zhoršilo. Hodnotu vědcova díla nesmíme posuzovat podle toho, co víme dnes, ale podle toho, čím dřívější lidské vědění rozšířil. A takové rozšiřování se neobejde bez tápání a omylů. I když Galileo ještě geocentrický názor s definitivní platností nevyvrátil a použil proti němu i argumentů, které nebyly dobré, znamenal jeho Dialog velký krok správným směrem. Jiným takovým krokem bylo objevení Keplerových zákonů a za opravdu definitivní vítězství nové fyziky a astronomie můžeme považovat vydání Newtonových *Matematických základů přírodní filosofie* roku 1687. Toto dílo podalo ucelenou teorii jednotně vysvětlující pohyby ve sluneční soustavě na základě principů, které platí pro celý vesmír v libovolném měřítku. Proti tomu nemohli odpůrci pohybu Země postavit nic alespoň trochu srovnatelného. V protestantských zemích se mohla nová fyzika rozvíjet v podstatě bez překážek a katolické církvi po čase nezbylo, než se s ní mlčky smířit, i když vyučování Koperníkově teorii oficiálně povolila až roku 1822. O historických, filosofických a morálních aspektech Galileova sporu s církví se diskutuje dodnes a čtenář o tom najde řadu zajímavých textů na internetu.

Zde si povšimneme jen vědeckých objevů, které by mohly Galileovi pomoci, kdyby k nim došlo už v jeho době. Roku 1725 britský astronom James Bradley zjistil, že světlo hvězd dopadá na Zemi během roku pod proměnným úhlem. Hvězdy se zdánlivě pohybují na nebi po kružnicích (v okolí pólu zemské dráhy kolem Slunce) či elipsách, přičemž odchylka od středu činí asi 21 úhlových vteřin, což je v obloukové míře podíl rychlosti Země kolem Slunce a rychlosti světla – rozumíte proč? Tento jev, nazvaný **aberace** světla, nám přiblíží přirovnání – kdybychom v dešti obíhali stadion s úzkou válcovou odměrkou a přáli si, aby kapky dopadaly až na dno a neuvázly na stěnách, museli bychom měnit sklon trubice. Podobně je třeba vzhledem k pohybu Země měnit sklon dalekohledu, kterým se díváme na hvězdu.

Aberace není působena změnou polohy Země, ale změnou směru jejího pohybu. Zjistit, že i přemístění Země má vliv na úhel, pod nímž vidíme hvězdy, bylo mnohem obtížnější. Poprvé to dokázal roku 1839 německý astronom a matematik Friedrich Wilhelm Bessel. Vybral si nenápadnou hvězdičku 61 Cygni v souhvězdí Labutě, protože věděl, že ze všech tehdy známých hvězd se po nebi nejrychleji pohybuje a patří tedy patrně k nejbližším. Změna úhlu během roku (neboli úhel, s nímž by bylo z hvězdy vidět průměr zemské dráhy, zvaný **paralaxa**) činila 0,3 vteřiny. Krátce nato uspěli další vědci, kteří si vybrali mimořádně jasné hvězdy α Centauri a Vegu. V té době již ovšem o Koperníkově teorii nikdo rozumný nepochyboval a hlavním přínosem měření bylo zjištění vzdáleností nejbližších hvězd.

O názorné důkazy pohybu Země nevyžadující pohled na oblohu se zasloužil francouzský učenec Gustave Gaspard Coriolis, který roku 1835 prozkoumal, jak působí setrvačná síla vznikající rotací Země na hmoty, které se vůči Zemi pohybují. Vliv Coriolisovy síly můžete pozorovat v televizních zprávách o počasí – povšimněte si rozdílu mezi pohybem oblaků kolem tlakové výše a kolem tlakové níže. Nejpůsobivější demonstraci zemské rotace podal 1851 v pařížském Panteonu Leon Foucault, když v něm nechal houpat se obří kyvadlo, rovina jehož kyvů se plynule stáčela. U nás bylo – a snad ještě je – Foucaultovo kyvadlo k vidění v pavilonu v Květné zahradě v Kroměříži. Je zajímavé, že na popsaný jev by mohl přijít a předvést jej již sám Galileo, kdyby se jeho myšlenky ubíraly tímto směrem.

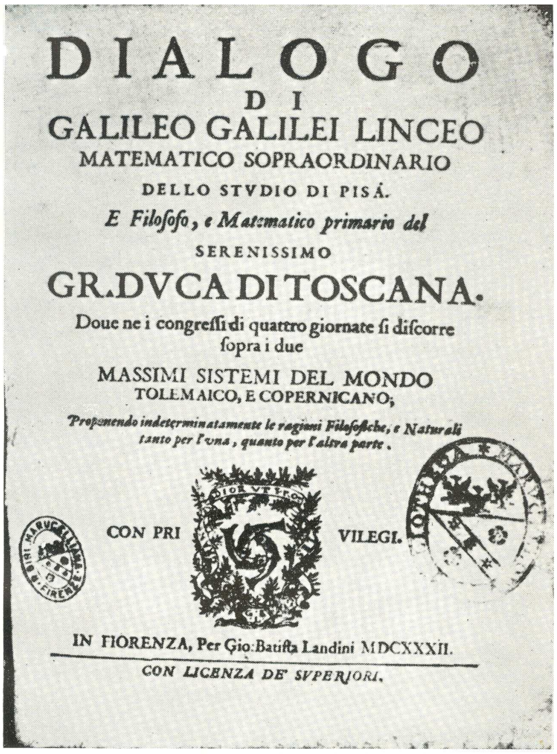
Nevyhýbejme se na závěr ošemetné otázce: není ale podle teorie relativity nakonec jedno, co stojí a co se pohybuje, a nevede tak moderní fyzika k závěru, že se vlastně nebylo o co přít? Připomeňme nejprve, že už od Newtonových dob přestalo mít smysl spojovat Koperníkovu soustavu s absolutní nehybností Slunce (či lépe řečeno jeho středu, protože už Galileo zjistil, že Slunce se otáčí). Nehybný může být pouze střed hmotnosti Sluneční soustavy a Slunce pak musí vlastním pohybem jeho nehybnost udržovat, aby vyvážilo pohyby planet. Avšak i středu hmotnosti dovoluje newtonovská mechanika, aby se pohyboval rovnoměrně a přímočaře. Můžeme tedy pouze říci, že existuje inerciální vztažná soustava, v níž je tento střed hmotnosti v klidu (pomineme-li působení vzdálených kosmických hmot, která jsou krátkodobě zanedbatelná).

Podle Einsteinovy speciální teorie relativity z roku 1905 nemá žádný smysl jít dál a hledat mezi inerciálními soustavami tu „nejinerciálnější“, absolutně klidnou. Smysl Galileovy práce bychom tedy mohli vidět v důkazech, že soustava spojená se Zemí má do inerciálnosti velmi daleko, a pro rozumný popis a pochopení pohybů Sluneční soustavy je třeba užívat inerciální soustavy, v níž planety obíhají kolem středu hmotnosti, v jehož blízkosti se nachází Slunce.

Je však ještě obecná teorie relativity z roku 1915, podle níž mají zákony přírody stejný tvar ve všech vztažných soustavách. Nebudeme se zde pokoušet tuto teorii vysvětlit, řekneme jen, že i ona zachovává rozdíl mezi inerciálními a neinerciálními soustavami. Inerciální soustavy lze však podle ní zavést jen místně a jsou to soustavy, jejichž pohyb je určován pouze všudypřítomnou gravitací. Tím se pohled na celou problematiku opět poněkud mění. Otáčení Země je možné jen díky negravitačním silám. Působí proto řadu jevů, které jsou pozorováním na Zemi zjistitelné. Naopak oběžný pohyb Země kolem Slunce působí jen sluneční gravitace a vztažná soustava, která se bez otáčení pohybuje spolu se středem Země, je místní inerciální soustavou. Oběžný pohyb Země kolem Slunce tedy nelze na Zemi samotné prokázat. Měli tedy z hlediska dnešní fyziky církevní otcové Galileovi uznat, že Země se točí (kolem své osy), ale trvat na tom, že její střed můžeme právě tak dobře považovat za nehybný jako střed Slunce?

Zde by Galileovi přišla na pomoc aberace a paralaxa. Ty svědčí o tom, že Země mění směr svého pohybu a přemísťuje se vůči rozsáhlejší inerciální soustavě, na jejímž pozadí je soubor těles Sluneční soustavy jen nepatrnou poruchou, zatímco Sluneční soustava, reprezentovaná svým středem hmotnosti, je vůči ní v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně a přímočaře.

Nejnovější příspěvek ke sporu však patří relativistické kosmologii. Podle ní je vesmír ve velkém měřítku homogenní a izotropní, čili všude a ve všech směrech stejný. Spojíme-li vztažnou soustavu se samotným vesmírem, tj. zavedeme-li ji tak, aby vzhledem k ní byla střední rychlost kosmické hmoty nulová, můžeme přece jen dát slovům „klid“ a „pohyb“ jednoznačný smysl. Je ovšem možno se ptát, zda lze takovouto soustavu definovat i v dostatečně malém měřítku, v jakém Galileo uvažoval o Slunci a o planetách. Od roku 1963, kdy britští fyzikové Arno Penzias a Roger Wilson objevili reliktní záření, však víme, že to možné je. Jedná se o elektromagnetické záření, vyplňující vesmír, které je pozůstatkem jeho raných vývojových fází a projevuje se radiovým šumem, jejž zmínění fyzikové nechtěně zaznamenali. Samotným vesmírem privilegovaná vztažná soustava je velmi přesně definována tím, že je v ní frekvence reliktního záření ve všech směrech stejná. Vhodným místem pro její zaznamenávání je kosmický prostor. Družice COBE (Cosmic Background Explorer) vypuštěná roku 1989 byla schopna z anizotropie zachycovaného reliktního záření zjistit nejen pohyb Sluneční soustavy „vůči vesmíru“, který se děje rychlostí asi 400 km/s, ale z jejích změn během roku potvrdit i obíhání Země kolem Slunce rychlostí 30 km/s. A to je snad poslední slovo vědy ve prospěch Mikuláše Koperníka a Galilea Galileiho.


DIALOGO
DI
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STVDIO DI PISA.
E Filosofo, e Matematico primario del
SERENISSIMO
GR.DVCA DI TOSCANA.
Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre
sopra i due
MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;
Proponendo indeterminatamente le ragioni Filosofiche, e Naturali
tanto per l'vna, quanto per l'altra parte.
CON PRIVILEGI.
IN FIORENZA, Per Gio:Batista Landini MDCXXXII.
CON LICENZA DE' SVPERIORI.

Obr. 4: Titulní list prvního vydání Dialogu.

Obr. 5: Účastníci dialogu. Protějšek titulního listu knihy.

O Galileovi v češtině a slovenštině

Galileo Galilei: Dialóg o dvoch systémoch světa. SAV, Bratislava 1962
Josef Smolka: Galileo Galilei – legenda moderní vědy. Premetheus, Praha 2000
Gino Loria: Galileo Galilei. Praha, Svoboda 1949
Petr Sís: Hvězdný posel. Albatros, Praha 1977
Desiato Luca: Můj otec Galileo. Praha, Svoboda 1988.
Émile Namer: Případ Galilei. MF, Praha 1982
Berthold Brecht: Život Galileiho. Praha, Dilia 1971
Štefan Senčík: Prípad Galilei. Dobrá kniha, Trnava 2002

K vysvětlování mořských dmutí v literatuře

Galileo se v Dialogu zmiňuje o tom (jde nepochybně o legendu), že Aristotelés se ze zoufalství nad svou neschopností najít příčinu přílivů a odlivů vrhl do moře. Vysvětlení mořských dmutí dělá autorům populárních článků a učebnic problémy ještě dnes. Netýká se to zdaleka jen textů psaných geografy. Podle rčení „někdy si zdřímne i vzácný Homér“ se ve snaze o co nejjednodušší vysvětlení jevu „minou“ i vynikající fyzikové.

Zamysleme se nad pasáží z prvního dílu Feynmanových lekcí (hlava 7, paragraf 5).

Země i Měsíc se otáčejí kolem společného centra a obě na ně padají. Tento pohyb kolem společného centra vyrovnává pád každého z obou nebeských těles. Takže ani Země se nepohybuje po přímce, nýbrž po kružnici. Masy vod na vzdálenější straně se odpuzují „odstředivou silou“ silněji, nežli střed Země, který je uveden do rovnováhy pohybem Měsíce. Přitažlivost Měsíce na vzdálenější straně je slabší a „odstředivá“ síla je větší. Výsledek je, že rovnováha vody se narušuje: voda se vzdaluje od středu Země. Na bližší straně Měsíc přitahuje silněji, ale vzhledem k menší hodnotě velikosti polohového vektoru je zde menší i „odstředivá síla“, rovnováha se narušuje opačným směrem, ale opět od středu Země. Jako výsledek se objevují dva přílivové „hrby“.

Přemýšlivého čtenáře zarazí, že vypočte-li podle tohoto návodu velikost slapových sil v nejbližším a nejvdálenějším místě zemského povrchu vzhledem k Měsíci, dojde k názoru, že vliv nehomogenity měsíčního gravitačního pole na mořská dmutí je zanedbatelný – po zanedbání nehomogenity se tu „nadlehčující“ síla rovná co do intenzity měsíční gravitaci ve středu Země a převyšuje příspěvek nehomogenity asi třicetkrát. Zruší-li se část odstředivé síly měsíční gravitací ve středu Země a zanedbá se vliv nehomogenity, zbývá odstředivá síla odpovídající jedné otočce Měsíce během jeho oběhu kolem společného centra (středu hmotnosti). Pole této síly je na povrchu Země časově neproměnné a nemůže tedy ovlivnit časově proměnná mořská dmutí.

V čem je potíž? Do výpočtu slapových sil nesmíme zahrnout rotační pohyb Země (ani jeho část). Musíme brát do úvahy jen „translační oběh“, při němž se každá část Země pohybuje po kružnici o stejném poloměru a pole „odstředivé síly“ je tedy homogenní – tato síla není menší na bližší a větší na vzdálenější straně. Po jejím vektorovém sečtení s měsíční gravitací zbude pouze skutečné pole slapových sil dané nehomogenitou.

Pohleďme nyní, jak řeší problém výkladu dmutí naše současná středoškolská učebnice (Macháček, *Astrofyzika pro gymnázia*, paragraf 2.4.2).

Gravitační pole Měsíce není homogenní. Tělesa, která jsou Měsíci blíž, k němu „padají" s větším zrychlením než tělesa, která jsou od něj dál. Kdyby tedy Země své oceány nepřitahovala svou gravitační silou, za nějakou dobu by se přivrácené oceány dostaly k Měsíci daleko blíž než střed Země a střed Země zase daleko blíž než „odvrácené" oceány. Ve skutečnosti samozřejmě Země působí na své oceány daleko větší silou než Měsíc, a proto se slapové působení Měsíce projevuje jen změnou mořské hladiny maximálně o několik metrů.

Text doprovází obrázek ukazující rozdílný vzájmené vzdalování částic různě umístěných v nehomogenním poli. I zde zůstává cosi nedopovězeného, jak se přesvědčí čtenář, který si položí otázku, proč k dmutím nedochází i v rybníce či ve sklenici. Pro vysvětlení mořského dmutí je patrně důležité uvážit působení celého pole slapových sil, jak je vidíme na obr. 3, nikoliv jen jeho hodnoty na průsečících spojnice středů Země a Měsíce se zemským povrchem. Tyto hodnoty se bezprostředně projeví pouze nadlehčováním těles v příslušných místech (pro lidské tělo přibližně o váhu slzy).

Redakční poznámka: O slapových silách je přehledně pojednáno v publikaci: Bajer J.: *Mechanika 2.* Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2004, str. 444.

Brechtův Galileo

Hra Bertholda Brechta **Život Galileiho** byla napsána v polovině padesátých let a je jakousi závětí autora, který zemřel 1956. Jeho pozornost se soustřeďuje k odvolání, k němuž byl vědec donucen, a k jeho důsledkům pro osud vědy. V jedné z nejpůsobivějších scén Galileovi učedníci s napětím očekávají na náměstí, zda se ozve zvon, ohlašující pokání jejich Mistra. Když se tak stane, jsou hluboce zklamáni. Později Galileův žák Andrea Sarti navštíví Galilea v jeho domácím vězení a když vidí, že pokračuje ve své práci, mění svůj názor: domnívá se, že Galilei jednal moudře, když neobětoval svůj život a zachoval si tak možnost pokračovat ve svém díle, které se nakonec prosadí svou vlastní vahou. Galileo s touto „rehabilitací" nesouhlasí:

Jestliže se vědci, zastrašeni sobeckými vládci, spokojují tím, že hromadí vědění pro vědění, pak se z vědy může stát mrzák a vaše nové stroje se mohou stát jen novým zdrojem útrap. Můžete časem objevit vše, co objevit lze, ale váš pokrok bude přesto jen dalším pokročením směrem od lidstva. Propast mezi vámi a jím by se jednoho dne mohla prohloubit tak, že by váš jásot nad nějakou novou vymožeností mohl zaniknout v jediném výkřiku hrůzy. Měl jsem jako vědec jedinečnou příležitost. V mé době dosáhla astronomie tržišť. Za těchto zcela zvláštních okolností mohla neochvějnost jediného muže vyvolat velké otřesy. Kdybych byl nepodlehl, mohli přírodovědci dojít k něčemu, co by se rovnalo hippokratické přísaze lékařů, totiž ke slibu, že použijí svých vědomostí jedině pro blaho lidstva! Jak situace dnes vypadá, dá se však nanejvýš doufat v pokolení vynalézavých skrčků, jež možno najmout k čemukoliv. Došel jsem nadto k přesvědčení, že jsem nikdy v opravdovém nebezpečí nebyl, Sarti. Po několik let jsem byl stejně silný jako vrchnost. A já dával své vědění vládcům, aby ho užili nebo neužili, a třebas i zneužili, zcela podle libosti.

Poslední věty posouvají problém odvolání do jiné roviny – Galileovým selháním není nedostatek hrdinství (měl by někdo vůbec právo je po něm žádat?), ale nevyužití příležitosti k vítězství nad vládci. Je ovšem pochybné, zda takto někdy uvažoval historický Galilei. I když si nepochybně přál rozšířit své vědomosti mezi širší okruh lidí – proto psal *Dialog* italsky – sotva uvažoval o nějakém zásadním politickém převratu. Brecht zobrazil pod historickou maskou problémy své vlastní doby a lze dokonce uvažovat o tom, že i přímo napovězená paralela s vědci sloužícími vládcům výrobou ničivých zbraní byla jakousi maskou: dramatik mohl myslet na situaci levicových intelektuálů, jako byl on sám, kteří se nechali politickou mocí zotročit.

Brechtova hra naznačuje ještě problém jiného druhu. Nastoluje ho jedna z epizodních postav hry – Malý mnich – ještě před tím, než se dočasně stane Galileovým žákem (po odvolání ho opět opustí), když mluví o svých venkovských krajanech:

Ti lidé čerpají sílu, aby v potu tváře mohli vléci koše vzhůru po kamenitých stezkách, rodit děti, ba i jíst, z pocitu stálosti i nutnosti, který jim vnuká pohled na půdu, na stromy, na kostelík, nebo na poslech nedělních kázání. Byli ujištěni, že na nich spočívá oko boží, zkoumavě, ba téměř s bázní, že celé divadlo světa bylo vybudováno kolem nich, aby se oni, účinkující, mohli ve svých velkých nebo malých rolích osvědčit. Co by moji lidé řekli, kdyby se ode mne dověděli, že přebývají na kamenné hroudě, která se bez ustání točí v prázdném prostoru a krouží kolem jiného nebeského tělesa jako jedna z nesčetných hrud, jako hrouda dosti bezvýznamná? K čemu by jim teď ještě bylo tolik trpělivosti, tolik porozumění pro vlastní bídu? K čemu by jim teď ještě bylo Písmo svaté, které vše vysvětlovalo, které zdůrazňovalo nutnost jejich potu, trpělivosti, hladu a nesvobody, když se ukáže, že je plné omylů?

Galilei tuto argumentaci sebevědomě odmítá: *Pane, moje nová vodní čerpadla dovedou udělat větší zázraky než to jejich směšné nadlidské plahočení.* Autor hry mu patrně dává za pravdu a motiv dále nerozvíjí. Třeba čtenáře zaujme jeho uchopení v následujícím textu (je už asi třicet let starý a samozřejmě také odráží hlavně problémy své doby).

A přece se točí

Inkvizitor: Toto nemá být součast procesu, ale čistě soukromý rozhovor. A byl bych rád, kdyby to byl rozhovor zcela upřímný.

Galileo: Starý člověk, který viděl mučidla, nemá právě náladu na upřímné soukromé rozhovory.

Inkvizitor: Je mi líto, že věci došly tak daleko. Nejen já, ale i většina mých kolegů ví, kdo je to Galileo: jedna z největších hlav, jaké má svět, sláva Itálie. Špatné zacházení s ním nám dělá před světem hanbu. A přece jsme nemohli jednat jinak, když jsi nám odmítal porozumět.

Galileo: Mučidlům rozumím velmi dobře. A nebojte se, že se pošpiníte mou smrtí. Jsem rozhodnut zklamat některé své přívržence. Jiné jsem zklamal už tenkrát, když jsem se pustil do boje za svou teorii, místo abych jako pravý učenec seděl nad výpočty v bezpečí, které mi byli ochotni opatřit. Ale já jsem považoval za správné učinit vše, abych vás přesvědčil argumenty, jako myslící člověk myslící lidi. S mučidly a s ohněm hranice se však diskutovat nedá. Tenhle boj vzdávám – a nejen z lidské slabosti. Vzdal bych jej, i kdybych se vůbec nebál bolesti a smrti, protože mé hrdinství by bylo právě tak málo argumentem pro mou pravdu, jako je vaše násilí argumentem pro váš blud. Má pravda nepotřebuje mučedníky. A právě v tom je její velikost.

Inkvizitor: Právě to se mi zdá podezřelé. Přicházíte s pravdou, pro niž nemá smysl umírat, proti pravdě, za kterou lidé zemřeli.

Galileo: Jedině pro dogma je třeba umírat, protože váha dogmatu je dána počtem obětí, bez nich by bylo jen snůškou prázdných slov. Pravda však mluví sama za sebe. Kdo by věřil, že Země se točí, protože Galilei za to umřel, nebyl by mým žákem. Mým žákem je ten, kdo se nebude trápit mým vynuceným odvoláním, protože zná jazyk, kterým k nám hovoří Příroda, a ví, co neustále křičí Země i nebesa: A přece se točí! Můžete zakázat vyučovat mé teorii ve školách, ale jste slabí na to, abyste zakázali námořníkům používat tabulek, které jsou vypočteny podle ní. Uvádíte lidi do stejně trapné a směšné situace, jako kdyby museli předstírat, že ve dne je tma a v noci světlo. To nemůže skončit jinak než všeobecným výsměchem, který se vám jednou snese na hlavy. Pak budete pozdě litovat, že jste byli hluší k mému varování. Věřím, že jako se člověk stále více odpoutává od pevniny a hledá nové kontinenty, odpoutá se jednou i od zemského povrchu v hledání nových světů. Až zpozoruje svou rodnou Zemi jako zrníčko mezi zrníčky v nekonečném prostoru, jak komická mu bude připadat vaše domýšlivá představa, že žijeme ve středu vesmíru a že vše se točí okolo nás.

Inkvizitor: Devadesát devět lidí ze sta by se dnes vysmálo takovým fantaziím. Ale já se jim nesměji. Stačí si porovnat, jak se za několik staletí zdokonalily zbraně. Xerxova, Alexandrova, Cézarova vojska bychom dnes roztříleli jako hadrové panáčky. A to byl pokrok na tomto poli většinou dílem náhod - což teprve až to noví Archimédové vezmou do rukou stejně systematicky jako zkoumání nebeských pohybů! Máme se na co těšit! Vyložme si karty, Galileo, vy opravdu přicházíte s něčím ohromným, co převrátí svět, ale při tom převracení se vám svět může rozbít na kousky. Toho se bojíme, tomu chceme zabránit. Rádi byste nám namluvili, že otázka rotace Země je vědecky zajímavá a prakticky důležitá, ale že nemá žádný morální ani náboženský význam; proto bychom se neměli plést do vašeho svobodného bádání. V praxi však nevynecháte jedinou příležitost, jak – tu zjevněji, tu skrytěji – znevážit církevní učení, naznačit, že nikoliv ono, ale jen vaše věda přináší pravdu a spásu. Dáváte lidem zdroj obrovské síly a moci, ale netušíte, že tato moc a síla bez autority, která ji ovládá, je jako křesadlo v rukou dětí – prokletí a nikoliv požehnání. Jedinou osvědčenou autoritu své doby však podkopáváte a jste nevšímaví k tomu, jakou strašnou odpovědnost tím na sebe berete. Právě proto, že my o této odpovědnosti víme, stavíme se vám do cesty.

Galileo: I já budu otevřený. Nevidím ve vaší autoritě žádnou trvalou a neotřesitelnou hodnotu. Připouštím, že pro lidi, jací byli včera a jací jsou většinou ještě dnes, je nezbytná. Ale je to nakonec jen autorita obecně přijatého dogmatu. A proti dogmatu se kdykoliv může zvednout nové dogma. Sváry, převraty, války neberou konce. Kdežto my chceme založit lidský život na pravdě – a pravda může vést jen ke spolupráci těch, kteří ji hledají, nikdy ne k tomu, že se lidé na sebe vrhají jako divá zvěř. Pravda ovšem ničí každou autoritu založenou na pouhé tradici, náhodě, násilí, ale činí tak proto, že je sama nejvyšší autoritou. Budoucí svět nebude uctívat papeže a císaře, ale pravdu. Myslím nyní na to, jak jsem jako první člověk obrátil dalekohled do nebeských prostor a spatřil jsem, co ještě nikdo přede mnou ze Země nviděl: měsíční povrch rozbrázděný horstvy a krátery, Mléčnou dráhu rozdrobenou do nesčíslných hvězd. Jak se mi v okolí Jupitera ukázaly čtyři nové hvězdy a noc za nocí mne stále více přesvědčovala, že tyto hvězdy jsou jeho oběžnicemi, že jediný zákon řídí běh Země okolo Slunce, běh hvězd okolo Jupitera, a všechny kosmické i pozemské pohyby. V chrámech a při kázáních jsem nikdy nezažil takový vznešený a radostný pocit. Pocit údivu nad tajemstvími přírody i nad lidským duchem, který do nich dokáže nahlédnout.

Inkvizitor: Můžeš se opájet vesmírem, dokud nepřestáváš být člověkem. I s očima obrácenýma k nebesům patříš do lidského světa, který je nějak uspořádán, má své hodnoty, kulturu, tradice – a to všechno nevzniklo z tvé vědy a tvá věda to nikdy nedokáže nahradit něčím jiným. Tvá přírodovědecká pravda se překrývá a vždy bude překrývat jen s částí lidských zájmů a potřeb. A co je hlavní: nikdy neodpoví člověku na otázku, co má dělat. Pravda o pozemských a kosmických pohybech, ať se v ní prokopeš jakkoliv hluboko, ti nikdy nevysvětlí lidský život, nedá ti žádný vzor k následování. Zjistil jsi, že geocentrické učení je ve své doslovné podobě v rozporu s fakty. Ihned se cítíš jako osvoboditel a spasitel lidstva – nechápeš však hlubší pravdu, kterou toto učení chtělo vyjádřit: že Bohu na člověku záleží, že člověk tu k něčemu je, že v nějakém smyslu znamená víc než nekonečné prostory vyplněné pouhou hmotou. Co je naproti tomu člověk podle tvé vědy? I samo Slunce je pro ni pouhá jiskřička, která vzplála a zase zhasne. Co je tedy člověk? Jeho tělo je klubko nečistot a o jeho duchu nedovedete povědět vůbec nic – je to pro vás záblesk uvědomění vázaný na tyto nečistoty, prosycený bolestmi a vášněmi a uzavřený mezi dvojí nekonečnou prázdnotu.

Galileo: Naše věda je teprve v samých počátcích. Její mravnost, její účinnost je založena na tom, že se vyhýbá vzletným, ale pustým spekulacím. Postupujeme trpělivě krok za krokem – a každý krok má smysl jen tehdy, když vychází z probádané, pevné půdy. Bylo by předčasné klást si otázku, co je člověk, co je jeho duch, v čem spočívá jeho smysl a štěstí, ve chvíli, kdy jsme se právě dověděli, jak padají k zemi kameny. Ale protože náš obzor se s každým krokem rozšiřuje, není pro nás žádná otázka trvale uzavřena. Jednou si ji položíme a pak na ni také dokážeme odpovědět. A odpovíme způsobem, který se nebude opírat o zjevené dogma, ale o objektivní, prokazatelnou pravdu.

Inkvizitor: Ale to jsou přece otázky, které nelze přenechat vzdálené budoucnosti! Každý den, každý lidský čin je neustále naléhavě klade a zároveň – ať už dobře či špatně – zodpovídá.

Galileo: Uznávám, že je třeba provizorních odpovědí, a nepopírám, že vaše odpovědi zatím vyhovují většině lidí. Nechtěl jsem nikdy omezovat vaši autoritu ve věcech, o nichž se naše věda dosud nemůže vyslovit. Žádal jsem jen plnou svobodu pro vědu tam, kde její zjištění mohou být postavena před soud objektivně prokazatelných faktů.

Inkvizitor: Je od tebe opravdu hezké, že přiznáváš církvi právo na existenci. Ale nečekej, že to stačí k tomu, abychom si padli do náruče. Pro tebe je církev a náboženství jen provizoriem, něčím, co je snad dočasně užitečné, ale přesto náhodné a problematické, protože nepodepřené věděním. To je právě tvůj omyl a tvá pýcha, proti níž se bráníme. Ty myslíš, že věda si jednou položí každou otázku – my tvrdíme, že jsou otázky vědě nepřístupné, kterým se nikdy ani nepřiblížíte, které nanejvýš lidem k jejich škodě dokážete zastírat. Hybnou silou života není přece vaše mechanika, ale víra, láska, naděje – a co o nich dokážete povědět? Jak byste se jich mohli byť i jen dotknout, když váš svět nemá dokonce ani barvy, zvuky a vůně? Ovšem, když vyloučíte všechno živé a lidské, můžete se mezi sebou shodnout, můžete spolupracovat – ale kterou skutečně lidskou otázku tím zodpovíte? Tyto otázky se kladou a zodpovídají v prostoru, který vaše věda nedobývá, ale spíše ničí. Chlubíte se tím, jaké bohatství dáváte člověku do rukou, a nevnímáte, jak se tím dostáváte do rozporu sami se sebou: na jedné straně tvrdíte, že lidská vůle nemůže v přírodě změnit ani čárku – a na druhé straně přece na základě vaší vědy přírodu ovládá. Tady je jen jedno logické východisko a závěr, před nímž jednou stanete s hrůzou, až vám spadnou s očí optimistické klapky: je-li povaha světa taková, jak ji předpokládáte ve vědě, pak člověk nemůže změnit ani čárku na sobě samém. To bude vaše poslední moudrost: že i lidský život se dá nejlépe poznávat a ovládat bez víry, lásky a naděje, jako pohyby kamenů a hvězd, protože ve skutečnosti je jako ony nezměnitelně dán včetně svého poznávání a ovládání. Za takovou moudrost nemá ovšem smysl umírat – jaký má však smysl pro ni žít?

Galileo: Nemysli si, že tvou řeč poslouchám s lhostejným pohrdáním. Nejsou to obavy, které by mne a mé přátele nenapadaly. Ale opakuji: jsme na samém počátku. Naše metoda je kompas, který ukazuje okamžitý směr, nikoliv ohrazená cesta, z níž se nikdy nebudeme moci vzdálit. My věříme, že člověk je víc než kameny a hvězdy, a věříme, že to jednou naši následovníci budou umět dokázat. Vyčítáš nám, že nevíme nic o lásce – co nás však vede k tomu, abychom za studených nocí pozorovali hvězdy, abychom pokrývali stránky vysilujícími výpočty? Prý nevíme nic o víře a o naději – jak bychom však bez nich mohli zaútočit na tajemství vesmíru? Náš jazyk, naše metody jsou střízlivé a chladné, ale naše srdce jsou horká a živá – a to se nedá říci o vás. To vy chcete zastřít člověku skutečnost, udržet pořádek, který se udržet nedá, zakázat každou hlubší otázku a pochybnost, která pramení z upřímné a opravdové touhy po vědění. Mučidla, hranice, to je vaše poslední moudrost!

Inkvizitor: Ani já neposlouchám tvou řeč bez účasti. Musíme opravdu stát tak nesmiřitelně proti sobě? Nemohli bychom si porozumět aspoň natolik, aby se náš dialog obešel bez mučidel a hranic?

Galileo: Nejsme to my, kteří je do dialogu vnášejí. Ostatně já jsem byl vždy dobrým katolíkem. To vy jste mi vyhlásili boj, ne já vám.

Inkvizitor: Takové prohlášení nemá v tvých ústech daleko k pokrytectví. Z každé tvé knihy by se daly citovat věty, z nichž mluví výsměch naší víře. Kde naoko ustupuješ jejím požadavkům, má to při pozornějším čtení jen takovýto smysl: jsem katolík, a proto jsem povinen chvílemi se tvářit, mluvit a psát jako pitomec, pochop to, čtenáři, a vyber si, jen co je potřeba.

Galileo: To není moje vina, že každé hájení vaší víry musí takto vyznít. Popíráte očividná fakta, rozešli jste se s pravdou. Takovým způsobem nic nezachráníte a všechno prohrajete.

Inkvizitor: Co s pravdou, která nevede ke spáse lidské duše?

Galileo: A jak může lidskou duši spasit nepravda?

Inkvizitor: Tady je jádro našeho sporu. Tušil jsem, že naše stanoviska jsou příliš vyhrocena, než aby se mohla smířit. Ale snad – mohu v to doufat? – jsme se přece jen lépe pochopili. Velice dobře vím, že naše dočasné vítězství, zajištěné hrozbami mučidel a ohně, je vítězstvím Pyrrhovým. A přece budu církev všemožně bránit, dokonce i s lidmi a metodami, které se mi osobně příčí. Doháníte mne k tomu. Chcete postavit svět na nové základy, ale odmítáte chápat, že jsou to základy příliš úzké, než aby na nich vskutku mohl stát. Kéž byste tolik nevěřili v samospasitelnost vaší vědy! Místo osvobození přinesete lidem zkázu! Jsem šťasten, že se nedožiji katastrof, k nimž vaše vítězství jednou přivede.

Galileo: Kéž byste tolik nevěřili v samospasitelnost vašich dogmat! Zdržíte lidstvo, zatížíte je, zkomplikujete jeho cestu, ale nezastavíte čas! Budoucnost bude patřit vědění a pravdě. Možná to bude trvat třista, možná čtyřista let. Ale přijde doba, kdy si potomci nebudou umět ani představit války, mučení lidí, bídu a nenávist. Je mi líto, že se toho nedožiju – a je mi líto, že se toho nedožijeme společně. Pak by náš spor rozsoudila fakta.

ZPOMALENÉ A ZASTAVENÉ SVĚTLO

Anděla Kalvová, Bedřich Velický

1. Úvod.

Zhruba před šesti roky otiskl vědecký časopis Nature článek Lene Hau a kol. z Harvardské University [1], ve kterém bylo popsáno, jak lze světelný puls zpomalit na rychlost 17 m/s a to tak, že jej nechali procházet skrz úzký obláček ultrastudených sodíkových atomů, které byly přivedeny do speciálního „temného stavu“ silným pomocným laserovým svazkem. Tato skutečnost byla dovedena do extrému zhruba před třemi roky, kdy tatáž autorka oznámila, že zpomalený puls dokonce zastavila na několik milisekund a pak ho posléze zase uvolnila [5]. Toto doslova spustilo lavinu vědecké aktivity, a brzy bylo dosaženo obdobných výsledků na méně exotických materiálech, jako např. na obyčejném rubínovém krystalu při pokojové teplotě [4].

Mikroskopických mechanismů, které mohou vést ke snížení světelné rychlosti, je mnoho. My si v dalším podrobněji probereme pouze jeden. Všechny však mají makroskopické rysy stejné, a ty uvedeme nejdříve.

a) *ČASOVÝ TVAR PULSU.* V experimentech se vždy jedná o světelný puls, který je zpomalován, nikoli o monochromatickou světelnou vlnu. Ten si představíme jako „vlnové“ klubíčko, tj. objekt, který má *nosnou frekvenci* ω. Obsahuje rovněž frekvence blízké této nosné frekvenci, což v časovém popisu vyjadřujeme jeho *časovou obálkou.*

b) *HMOTNÉ PROSTŘEDÍ.* Pro šíření pulsu může nastat dvojí situace. Buď se šíří *bezdispersním* prostředím. Potom se obě časové charakteristiky, nosná frekvence i časová obálka, šíří stejnou rychlostí. Ve vakuu je to $c = 3 \cdot 10^8 m/s$. Pokud mu do cesty postavíme prostředí s indexem lomu n, puls se zpomalí podle Snellova zákonu lomu c/n . Maximální hodnota se však pohybuje kolem 4. Takže jednoduchý Snellův zákon nedá kýženou redukci rychlosti. Šíří-li se však puls *dispersním* prostředím, tj. takovým, kde se jednotlivé jeho frekvence šíří různou rychlostí, dojde k situaci, že se nosná frekvence šíří jinou rychlostí než jeho časová obálka. Mluvíme o rychlosti *fázové* (nosná frekvence) a *grupové* (časová obálka). Explicitní vztahy uvádíme v kapitole 2. Rychlost, u níž došlo k tak dramatickému poklesu, byla rychlost grupová. Prostředí, ve kterém se puls šíří tak pomalu, musí být proto *silně dispersní.* V dalším uvidíme, že tato skutečnost sama ke zpomalení nestačí. Silně dispergující prostředí musí být ještě „určitým způsobem“ modifikováno.

c) *MAKROSKOPICKÝ POPIS.* Jaké tedy doopravdy musí být prostředí, davající tak drastickou redukci grupové rychlosti optického pulsu, to nám vyjeví již Maxwellova teorie pro šíření elmag. vln v dispersním spojitém prostředí. Stručně o tom pojednává kapitola 3. Nakonec uvedeme pár poznámek o systémech, které byly pro zpomalování světla doopravdy použity [1] – [8], a podrobněji si uvedeme jeden základní mikroskopický mechanismus, vedoucí na ono kýžené zpomalení, resp. zastavení světla. O tom pojednávají kapitoly 4 a 5.

2. Šíření vlnových pulsů dispersním prostředím.

Předpokládejme isotropické lineární prostředí s indexem lomu n, které závisí na frekvenci. Puls, šířící se podél osy x, který má nosnou frekvenci ω a obálku $u(0,t) = A(t)$ v $x = 0$, se bude skládat z rovinných vln, jejichž frekvence budou ležet v intervalu $(\omega - 2\pi/T, \omega + 2\pi/T)$. Jestliže tento interval je dostatečně úzký, aby zaručil platnost lineární aproximace $n(\omega + \eta) \approx n(\omega) + \eta \cdot \mathrm{d}n(\omega)/\mathrm{d}\omega$, potom se puls šíří jako

$$u(x,t) = \exp(-\mathrm{i}\omega[t - x/\nu_f(\omega)]) \cdot A(t - x/\nu_g(\omega)) \tag{1}$$

To znamená, že nosná frekvence rovinné vlny se šíří fázovou rychlostí ν_f a je modulovaná obálkou, která se šíří jako celek grupovou rychlostí ν_g. Obě tyto rychlosti jsou dány vztahy

$$\nu_f = c/n(\omega) \qquad \nu_g = c/n_g(\omega) \tag{2}$$

$$n_g(\omega) = n(\omega) + \omega \cdot \mathrm{d}n(\omega)/\mathrm{d}\omega \quad \nu_g(\omega) = \nu_f \cdot 1/(1 + \omega/n(\omega) \cdot \mathrm{d}n(\omega)/\mathrm{d}\omega)$$

kde jsme zavedli grupový index lomu n_g. Explicitní tvary ve druhém řádku rovnice (2) ukazují, že sklon indexu lomu – tzv. *disperse* – musí být pro nosnou frekvenci velká, aby způsobila malou grupovou rychlost. Velký záporný sklon – tzv. *anomální disperse* – dává nadsvětelnou (superluminální) rychlost, nebo dokonce rychlost zápornou. Tento případ v našich následujících úvahách vynecháme.

3. Elektromagnetické vlny v hmotném prostředí.

V předcházející kapitole jsme došli k následujícímu závěru: Aby prostředí „citelně“ snížilo grupovou rychlost šířícího se pulsu, musí toto prostředí vykazovat velkou dispersi, neboli index lomu tohoto prostředí musí „silně“ záviset na frekvenci. Jaký je vlastně fyzikální původ indexu lomu n? Odpověď nalezneme v Maxwellových rovnicích pro šíření elektromagnetických vln v homogenním nekonečně rozlehlém prostředí, které neobsahuje vtištěné náboje a proudy. Pro elektrické pole $\mathbf{E}$, indukci $\mathbf{D}$ a magnetickou indukci $\mathbf{B}$ máme čtyři Maxwellovy rovnice. Dvě z nich jsou však pouze okrajové podmínky. Máme tedy pouze dvě rovnice pro tři neznámé $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ a $\mathbf{B}$. Třetí rovnici musíme dodat, aby systém byl uzavřený.

Nejprve si místo vektoru el. indukce $\mathbf{D}$ zavedeme vektor elektrické polarizace $\mathbf{P}$. Význam této záměny spočívá v tom, že fyzikálně odděluje dvě odlišné součásti celkové indukce, a to Maxwellovo posunutí vakua a polarizaci látky. Pochopitelně ve vlně jsou tyto dvě komponenty propojeny, takže elektromagnetická vlna má dvě skryté součásti, polní a hmotnou. Sada Maxwellových rovnic má tedy tvar

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}\mathbf{E} &= -\mathbf{B}^{\bullet} \qquad \mathrm{div}\mathbf{D} = 0 \\ \mathrm{rot}\mathbf{B} &= \mu_0\mathbf{D}^{\bullet} \qquad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0 \\ \mathbf{D} &= \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} \end{aligned} \tag{3}$$

Celý systém rovnic uzavřeme tím, že uvážíme, že bez vnějších zdrojů je polarizace látky indukována elmag. polem a zavedeme příslušný *materiálový vztah.* Připomeňme si původní Maxwellovu volbu $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}$. Relativní permitivita ε_r je bezrozměrné číslo větší než jedna. Tento vztah přímé úměrnosti mezi okamžitými hodnotami polí na témž místě nyní zobecníme na vztah, který je stále lineární a lokální, ale není v čase synchronní. Synchronitu oslabíme na *kausalitu*, tzn., že odezva látky na vnejší pole v daném okamžiku závisí na jeho celkové minulosti, nezávisí však na jeho budoucnosti. Závislost polarisace látky na elektrickém poli je tedy dána *kausálním materiálovým vztahem* [9]

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t' \chi(t-t')\mathbf{E}(\mathbf{r}, t'), \tag{4}$$

ve kterém vystupuje paměťová funkce χ zobecňující statickou polarisovatelnost na rychlé optické děje. Celou soustavu rovnic (3),(4) řešíme polem ve tvaru rovinné monochromatické vlny s amplitudou $\mathbf{A}\perp x$

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\exp(\mathrm{i}\omega[t-\mathcal{N}(\omega)x/c]) \tag{5}$$

kde $\mathcal{N}(\omega)$ má fyzikální význam „indexu lomu“, a pro něho hledáme nějaký vztah. Vektor polarisace $\mathbf{P}$ má pak také tvar rovinné vlny (důsledek vztahu (4))

$$\mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0\chi(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \tag{6}$$

Paměťová funkce v této relaci vystupuje ve tvaru Fourierovy transformace $\chi(\omega) = \int_0^\infty \mathrm{d}t'\chi(t')\exp(\mathrm{i}\omega t')$. Jako podmínka řešitelnosti ($c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$) pak vychází

$$[\mathcal{N}(\omega)]^2 = 1+\chi(\omega), \qquad [\mathcal{N}(\omega)]^2 = \varepsilon_r \tag{7}$$

Funkce $\chi(\omega)$ je komplexní, stejně jako funkce $\varepsilon_r = 1+\chi(\omega)$. V důsledku toho je pak rovněž funkce $\mathcal{N}(\omega)$ komplexní a má tvar

$$\mathcal{N}(\omega) = n(\omega)+\mathrm{i}k(\omega) \tag{8}$$

a je nazývána *komplexní index lomu*. Její reálná část $n(\omega)$ je právě ten index lomu, zmiňovaný v části 2, imaginární část $k(\omega)$ je extinkční (útlumová) funkce. Obě části nejsou nezávislé. Spojuje je Kramers-Kronigova relace

$$n(\omega) = 1+2/\pi\int_0^\infty \mathrm{d}\eta\frac{\eta}{\omega^2-\eta^2}k(\eta) \tag{9}$$

Z tohoto vztahu je ihned patrný známý výrok, a to že *bez absorpce není disperse*. Je-li totiž absorpční funkce $k(\omega)$ rovna nule, je $n(\omega)$ rovno 1.

Integrand vztahu (9) je singulární vůči frekvenci ω. Ze vztahu (9) si můžeme udělat tyto kvalitativní závěry: PÍK v $k \leftrightarrow$POKLES v n, DŮLEK v $k \leftrightarrow$ NÁRŮST v n, [10]. Je tedy evidentní, jaké prostředí pro zpomalování světla budeme hledat. Bude to takové prostředí, které vykazuje široký absorpční pík. Bylo by ovšem nežádoucí, aby puls byl místo zpomalení absorbován. Proto musíme do tohoto absorpčního píku nějakým „fyzikálním procesem“ vtisknout absorpční důlek (absorpční okénko). Pro ty frekvence, které budou právě z tohoto absorpčního okénka, bude prostředí vykazovat vysoký nárůst v indexu lomu (vysokou strmost, neboli vysokou dispersi), zároveň však *nebudou absorbovány.* Takové prostředí, jak jsme sdělili v části 2, povede k žádanému prudkému poklesu grupové rychlosti pulsu, jehož spektrum je právě z oblasti tohoto absorpčního okénka.

4. Jak zpomalit a zastavit světlo. Praktické provedení.

a) *ZPOMALENÍ*

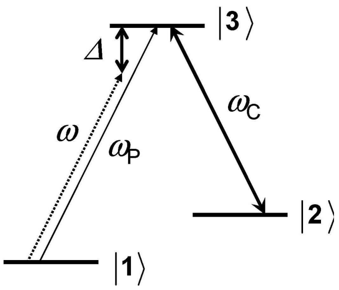
V tabulce 1 je uvedeno šest nejznámějších experimentů na zpomalování a zastavování světla. První čtyři jsou odděleny, to proto, že pro vytvoření absorpčního okénka využívají speciálních vlastností atomových hladin. Je nutný tudíž mikroskopický pohled. U zbývajících dvou experimentů je zpomalování a zastavování dosahováno makroskopicky.

Technicky velice náročný, avšak na představu nejjednodušší, je experiment při velmi nízkých teplotách [1,5]. Je založen na kvantovém jevu tzv. Elektromagneticky Indukované Transparence (EIT).

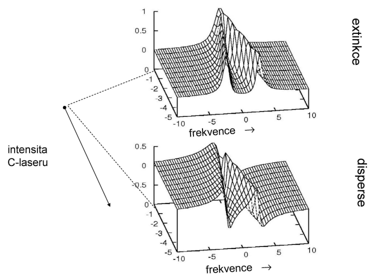
Ta byla navržena a teoreticky analysována již velmi dávno [11], avšak realizována poprvé právě v roce 1999 při zpomalování světla. Využívá tříhladinového modelu atomu (tzv. Λ-systému), který je znázorněn na obrázku 1. Při teplotě T $\rightarrow$ 0 je obsazena pouze nejnižší hladina $|1\rangle$. Silný C-laser (tzv. Coupling laser), je naladěn přesně na stavy $|2\rangle$ a $|3\rangle$, které jsou prázdné, nezávislé, avšak akcí laseru C se stávají „propletenými“ (entangled) a „saturovanými“. Slabý P-laser (tzv. Probe laser), ten, který má být prostředím zpomalen, je naladěn svou nosnou frekvencí resonančně na hladiny $|1\rangle$ a $|3\rangle$. Kdyby C-laser nebyl zapnut, způsoboval by P-laser reálné optické přechody. Prostředí by pro něj bylo absorpční, energie P-laseru by byla prostředím pohlcována a excitovala by se. Tím, že je C-laser zapnut, P-laser nezpůsobuje optické přechody. Je navozen tzv. *temný stav.* Atomové prostředí se stává pro P-laser transparentní (EIT, neboli dříve zmiňované absorpční okénko), jeho šíření je značně zpomaleno. Toto ovšem platí pro resonančně naladěný P-laser. Je-li rozladěn, (tzv. detuning Δ je konečný, viz. obr. 1), prostředí se pro něj stane opět absorpčním i přesto, že je C-laser zapnut. Pro názornost výkladu bylo použito P-laseru jako jediné nosné vlny. Jedná se však vždy o *puls*, a jak víme z předchozího, jeho časová obálka je zpomalována. Znamená to tedy, že musí projít i frekvence velice blízké centrální nosné frekvenci. EIT, neboli absorpční okénko, musí mít konečnou šířku. Jeho velikost určuje právě intensita C-laseru, viz. obrázek 2. Horní část obrázku 2 je závislost šířky absorpčního okénka na intenzitě C-laseru, dolní část je odpovídající index lomu. Všimněte si jednoho nápadného rysu. Čím je intezita C-laseru větší, tím je sice absorpční okénko větší (projde víc frekvencí), zároveň však dochází k poklesu strmosti v ploše indexu lomu, a to je pro náš účel nežádoucí.

b) ZASTAVENÍ

První experiment se zastaveným světlem [5] připomíná situaci se zpomaleným světlem. Je to opět hra P- a C-laseru na Λ-systému velice studených atomů. Rozdíl je v tom, že je nyní k zastavení využito tzv. *dynamické* EIT (dynamické absorpční okénko). Představa je velice jednoduchá. Světlo P-laseru vstupuje do obláčku velmi studených alkalických atomů, které jsou již nasvíceny C-laserem. Spektrální naladění je stejné jako v předchozím případě. Velikost obláčku je taková, aby existovala doba, po kterou je P-puls zcela uvnitř něho a pomalu se tam šíří. Během této doby je světlo C-laseru postupně vypnuto. Tím jsme vlastně zavřeli absorpční okénko. V celém oboru frekvencí je teď absorpce nenulová. Nepřekvapí proto, že P-puls zůstal uvnitř „absorbován". Co se však stane, když C-laser opět zapneme? P-puls doslova vyklouzne ven a mimo hmotný obláček se šíří opět rychlostí c. Znamená to tedy, že k pravé absorpci nedošlo. Byl tam pouze „zmrazen". Dá se to pochopit, připomeneme-li si, že v látce je puls tvořen nejen polem, ale také látkovou excitací – indukovanou polarisací, viz. (3). Čím je puls více zpomalen a zhuštěn, tím větší část jeho energie se v látce ukládá ve formě polarisace. Jak vnitřní pohyb zastavením pulsu utuchá, energie není disipována, ale je udržována jako *koherentní vnitřní stav hmotné soustavy*, tzv. temné polaritony. Proto se ji znovuzapnutím C-laseru podaří uvést do pohybu téměř reversibilně, stále v koherentním stavu narůstá její polní složka a zároveň vzrůstá i grupová rychlost.



Obr. 1. Tříhladinový atomový systém.



Obr. 2. Disperse indexu lomu (spodní plocha) a útlumu (horní plocha) jako funkce intenzity c-laseru.

5. Přehled vybraných experimentů.

Přehled materiálů, na kterých bylo předvedeno zpomalení, resp. zastavení světla, je obdivuhodně pestrý. Mají však některé rysy společné. Z makroskopického hlediska je jejich chování prakticky stejné. Prakticky všechny používají k vytvoření absorpčního okénka techniky laserové spektroskopie s vysokým rozlišením. To samo o sobě je výrazným limitujícím faktorem, protože jen málo laboratoří na světě disponuje tak nákladným zařízením. Má-li se uvažovat o využití zpomaleného resp. zastaveného světla dostupnějším a levnějším způsobem, musí se v budoucnu vyvinout mnohem levnější technika na ovládání rychlosti světla. První kroky již byly učiněny, jsou to experimenty uvedené pod čarou.

hmotný systém	T K	*zpomal. rok obj.*	*zastav. rok obj.*	*poznámka*	*ref.*
páry alkalických kovů	$\rightarrow 0$	1999	2001	koherence, užito EIT	[1,5]
páry alkalických kovů	$\cong 300$	1999	2001	nehomogenní rozšíření-Doppler, užito EIT	[2,6]
Pr:YSO krystal	$\cong 5$	2002	2002	nehomogenní rozšíření-Doppler, užito EIT	[3]
ionty chromu v rubínu	$\cong 300$	2003		homogenní rozšíření, jediný laser, snadné	[4]
fotonický krystal	$\cong 300$		2004	slibné, pouze jen simulace	[7]
dynamická difrakční mřížka		2004		makroskopický jev, zpomalení 2 cm/s	[8]

Tabulka 1. Přehled experimentů na zpomalování a zastavování světla.

Literatura

[1] Hau L. V., Harris S. E., Dutton Z., Behrozi C. H.: *Nature* 397, 594 (1999).

[2] Kash K. M., Sautenkov V. A., Zibrov A. S., Hollberg L., Welch G. L., Lukin M. D., Rostovcev Y., Fry E. S., Scully M. O.: *Phys. Rev. Lett.* 82, 5229 (1999).

[3] Turukhin A. V., Sudarshanam V. S., Shahriar M. S., Musser J. A., Ham B. S., Hemmer P. R.: *Phys. Rev. Lett.* 88, 023602 (2002).

[4] Bigelow M. S., Lepeshin N. N., Boyd R. W.: *Phys. Rev. Lett.* 90, 113903 (2003).

[5] Liu C., Dutton Z., Behroozi C. H. & Hau L. V.: *Nature* 409, 490, (2001)

[6] Phillips D. F., Fleischhauer A., Mair A., Walsworth R. L.: *Phys. Rev. Lett.* 86, 783 (2001).

[7] Yanik M. F., Fan S.: *Phys. Rev. Lett.* 92, 083901 (2004).

[8] Podivilov E., Sturman B., Shumelyuk A., Odoulov S.: *Phys Rev Lett.* 91, 083902 (2003).

[9] Landau L. D., Lifshitz E. M.: *Electrodynamics of continuous media.* Pergamon Press, New York (1960).

[10] Velický B.: *Czech. J. Phys.* B 11, 787 (1961).
[11] Scully M. O., Zubairy M. S.: *Quantum Optics.* Cambridge University Press, Cambridge New York (1997).

V češtině je k dispozici několik populárních článků na toto téma od Vl. Dvořáka:

[12] Dvořák V.: *Vesmír.* 82, 203 (2003).
[13] Dvořák V.: *Vesmír.* 82, 327 (2003).
[14] Dvořák V.: *Čs. čas. pro fyziku* 53, 20 (2003).

Redakční poznámka: Velmi populární výklad daného jevu je v publikaci Kulhánek P. a kol.: *Astronomie a fyzika na přelomu tisíciletí. Dialog.* Litvínov 2004, str. 182.

FUZZY LOGIKA V KONTEXTU MATEMATICKÉ LOGIKY[1]

Petr Hájek

Stručně o klasické logice

Logika studuje vztah *důsledku* mezi výroky: definuje, co znamená, že výrok φ (závěr) logicky plyne z výroku (předpokladu) ψ nebo z množiny výroků (předpokladů) $\psi_1, \ldots, \psi_n$. Přitom jde o dvojí pojem důsledku:

– sémantický (kdykoli jsou pravdivé předpoklady, je pravdivý závěr)

– syntaktický (závěr je dokazatelný z předpokladů).

V matematické logice jsou výroky matematické objekty (formule); dokazatelnost a pravdivost jsou matematicky definované pojmy. Čtenář se jistě hned ptá: jsou tyto pojmy ekvivalentní, tj. platí *Dokazatelné = Pravdivé*? Na tuto otázku jsou dvě odpovědi, jedna kladná a jedna záporná, podle toho, jak dotyčné pojmy chápeme.

Pravdivost výroku závisí na významu jeho složek. V klasické logice máme dvě pravdivostní hodnoty: 1 (pravda), 0 (nepravda). Pokud je výrok složen z jiných výroků pomocí logických spojek (konjunkce, disjunkce, implikace, negace,...), je jeho pravdivostní hodnota určena pravdivostními hodnotami výroků, z nichž je složen, pomocí známých pravdivostních funkcí logických spojek:

φ	$\neg\varphi$
1	0
0	1

φ	ψ	$\varphi \& \psi$	$\varphi \vee \psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\varphi \equiv \psi$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

[1]Článek je součástí grantového projektu Grantové agentury AV ČR A100300503 a ústavního výzkumného záměru AV0Z10300504.

Formule je *tautologie* (logicky pravdivá formule), jestliže je pravdivá při každém významu složek. Následující formule jsou příklady tautologií:

$$\varphi \to (\psi \to \varphi)$$

$$(\varphi \& \psi) \to \varphi$$

Jsou to formule složené z libovolných formulí φ a ψ. Co jsou *atomické* formule, tj. formule, které nejsou složeny z jiných formulí? Ve výrokovém počtu pracujeme s výrokovými proměnnými, to jsou dále nestrukturované proměnné pro výroky. V predikátovém počtu mají atomické formule strukturu, kterou popíšeme.

Predikátový počet pracuje s následujícími symboly:
predikáty (každý má četnost, tj. počet argumentů)
objektové proměnné a objektové konstanty
logické spojky (viz výše)
kvantifikátory $\forall, \exists$
(a případně další).

Atomická formule má tvar $P(x_1, \ldots, x_n)$, kde P je predikát četnosti n a $x_1, \ldots, x_n$ jsou objektové proměnné nebo konstanty.

Formule jsou definovány takto: každá atomická formule je formule; jsou-li φ, ψ formule a x je objektová proměnná, pak také $\varphi \to \psi, \neg\varphi, \varphi \& \psi, \varphi \vee \psi$, $(\forall x)\varphi$, $(\exists x)\varphi$ jsou formule. (A každá formule vzniká z atomických iterovaným použitím tohoto pravidla.)

Interpretace daného systému predikátu je dána neprázdnou množinou M (nosič), pro každý predikát P četnosti n n-ární *relací* r_P na M, tj. množinou n-tic prvků množiny M; a pro každou objektovou konstantu b nějakým prvkem m_b nosiče M.

Uveďme dva příklady interpretace binárního predikátu P.

(a) $M = \{1, 2, 3, 4\}$

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

Jednička v tabulce znamená, že příslušná dvojice je v relaci, např. dvojice $(1, 2)$ je v relaci r_P.

(b) Přirozená čísla

$M = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ s obvyklým uspořádáním.

Je $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$ pravdivý? Snadno vidíme, že v příkladu (a) *ne,* (prvek 4 je protipříkad), ale v případě (b) je odpověď *ano*: ke každému číslu existuje číslo větší.

Formální (Tarského) definici pravdivostní hodnoty formule v interpretaci zde neuvádím, v dalším čtenář najde její zobecnění pro fuzzy logiku. Pokud je formule uzavřená (všechny její proměnné jsou svázány kvantifikátory, jako v našem případě), je její pravdivostní hodnota (1 nebo 0) jednoznačně určena interpretací; píšeme $\|\varphi\|_M = 1$ nebo 0. Pravdivostní hodnota formule s *volnými* proměnnými závisí ještě na ohodnocení těch proměnných, např. $\|(\exists y)(x < y)\|_{M,v}$ pro $v(x) = d$ je 1 (formule je pravdivá v dané interpretaci pro dané ohodnocení volné proměnné).

Axiomy, důkazy. Některé tautologie přijmeme za *logické axiomy.* Konkrétní vhodná volba je např. tato: Pro libovolné formule φ, ψ, χ a libovolnou proměnnou x jsou následující formule *logické axiomy*:

$$\varphi \to (\psi \to \varphi)$$

$$(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi))$$

$$(\neg\varphi \to \neg\psi) \to (\psi \to \varphi)$$

$$(\forall x)\varphi(x) \to \varphi(y)$$

$$(\forall x)(\alpha \to \psi) \to (\alpha \to (\forall x)\psi),$$

kde y je libovolná proměnná splňující jistou podmínku substituovatelnosti za x a α je libolovná formule, v níž proměnná x není volná.

Máme dvě *dedukční pravidla:*
Modus ponens: z φ a $\varphi \to \psi$ bezprostředně plyne φ
Generalizace: z φ bezprostředně plyne $(\forall x)\varphi$.
Důkaz: je libovolná posloupnost $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ formulí, jejíž každý člen je buď logický axiom, nebo bezprostředně plyne z předchozích členů pomocí některého dedukčního pravidla. Formule je *logicky dokazatelná,* má-li důkaz (tj. je-li posledním členem nějakého důkazu).

Všimněte si, že axiomy se explicitně zmiňují jen o spojkách implikace a negace a o universálním kvantifikátoru; to proto, že ostatní spojky jsou v klasické logice z uvedených spojek definovatelné a existenční kvantifikátor je v klasické logice definovatelný z universálního (pomocí negace).

Tvrzení o *korektnosti* říká, že každá dokazatelná formule je tautologií. (To proto, že každý logický axiom je tautologie a dedukční pravidla dělají z tautologií tautologie.) Tvrzení, že to platí také obráceně, je slavná Gödelova veta o úplnosti logiky (K. Gödel 1930):

Každá tautologie je logicky dokazatelná.

Obecněji lze definovat *teorii* jako jakoukoli množinu formulí – speciálních axiomů teorie a definovat důkaz v dané teorii. Modelem takové teorie je každá interpretace, v níž jsou všechny speciální axiomy teorie pravdivé.

Věta o úplnosti pak říká pro libovolnou formuli φ, že φ je dokazatelná v teorii T, právě když je pravdivá ve všech modelech teorie T.

Zde je nutno dát pozor: co když nás zajímají formule pravdivé v jednom modelu? O tom mluví jiný slavný výsledek K. Gödela *o neúplnosti* (K.Gödel 1931) Žádná „rozumná“ teorie nedokazuje všechny formule pravdivé ve struktuře přirozených čísel. (Co se míní slovem „rozumná“, přitom je přesně definováno.)

Teorie je sporná, jestliže dokazuje nějakou (uzavřenou) formuli φ i její negaci $\neg\varphi$. Uveďme příklad teorie, která je (v rámci klasické logiky) sporná: Mějme binární predikát „Má-rád“, značíme MR.

Naivní altruista říká: já mám rád právě ty, kteří se sami rádi nemají. Formální axiom naivního altruisty je tento:

$$(\forall x)(MR(a,x) \equiv \neg MR(x,x))$$

(a značí naivního altruistu.) Z toho však plyne dosazením a za x

$$MR(a,a) \equiv \neg MR(a,a),$$

z čehož v klasické logice plyne jak $MR(a,a)$, tak $\neg MR(a,a)$, tedy spor. (Důkaz tzv. rozborem případu.) K tomuto příkladu se ještě vrátíme.

Základní pojmy fuzzy logiky

Anglické slovo „fuzzy“ znamená „roztřepený“. Vlastnost je fuzzy, když jí některé objekty mají více a některé méně – např. *(tlustý).*

Mohou fuzzy pojmy mít *logiku*? Co to je *fuzzy logika?*

Lotfi Zadeh je autorem pojmu fuzzy množin (fuzzy sets), který zavedl v roce 1965. Přesněji jde o fuzzy podmnožiny nějaké množiny A; fuzzy podmnožina X množiny A je dána charakteristickou funkcí, která pro každý prvek $x \in X$ udává *stupeň náležení* x do X; stupeň náležení je číslo z reálného intervalu $[0,1]$. Pojem fuzzy množiny došel četných aplikací a teorii fuzzy množin se někdy říká fuzzy logika; to je užití tohoto termínu *v širokém smyslu. V úzkém smyslu* je fuzzy logika logický systém velmi podobný logice klasické, ale pracující s *komparativním pojmem pravdy*: výroky mohou být více či méně pravdivé a stupně jejich pravdivosti lze porovnávat. Tak je fuzzy logika v úzkém smyslu formální logikou důsledku mezi vágními výroky, tolik obvyklými v běžném jazyce. Fuzzy logika je druhem vícehodnotové logiky; obvykle pracuje s čísly z jednotkového reálného intervalu jako s pravdivostními hodnotami.

– *Základní pojmy a fakta*

Atomické formule mají tvar $P(x_1, \ldots, x_n)$, kde P je n-ární predikát; také formule $\bar{0}$ (identicky nepravdivá formule) je atomická.

Základní logické spojky jsou implikace $\rightarrow$ a konjunkce &; kvantifikátory jsou $\forall$ a $\exists$ jako v klasické logice. Formule jsou definovány stejně jako v klasické logice.

Interpretace jazyka sestává z těchto věcí: neprázdná množina M (nosič), každému predikátu P četnosti n přiřazena n-ární *fuzzy relace* $r_P(a_1, \ldots, a_n)$ na M udávající v jakém stupni je n-tice $(a_1, \ldots, a_n)$ v relaci interpretující P. Konstanty jsou interpretovány prvky nosiče M. Tedy interpretace má tvar

$$\mathbf{M} = (M, (r_P)_{P \text{ predikát}}, (M_b)_{b \text{ konstanta}}).$$

Příklad.

$M = \{1,2,3,4\}$, binární predikát „má-rád“ (MR). Jeho interpretace je dána tabulkou:

	1	2	3	4
1	1	0.3	0.1	0.1
2	0.2	0.3	0.4	0.9
3	0.9	0.5	0.8	1
4	0	0.7	0.2	0.5

Snadno vidíte, že při ohodnocení $v(x) = 3$; $v(y) = 1$ je

$\|$má-rád$(x,y)\|_{\mathbf{M},v} = 0.9$ a $\|$má-rád$(y,x)\|_{\mathbf{M},v} = 0.1$.

Ve fuzzy logice pracujeme s logickými spojkami podobně jako v klasické logice, tj. přijímáme předpoklad *extensionality:* každá logická spojka má svou pravdivostní funkci, určující pravdivostní hodnotu formule vytvořené pomocí této spojky z pravdivostních hodnot formulí touto spojkou spojených.

Zde je nutno *velmi* naléhavě upozornit: z extensionality jasně plyne, že pravdivostní hodnoty ve fuzzy logice *nejsou* žádné pravděpodobnosti. Pravděpodobnost nesplňuje předpoklad extensionality, např. pravděpodobnost konjunkce dvou výroků není funkcí pravděpodobností těchto výroků.

Uveďme přirozené podmínky na pravdivostní funkci konjunkce dvou výroků (značme ji hvězdičkou):

$$x * y = y * x,$$
$$x * (y * z) = (x * y) * z,$$
$$\text{když } x \le x' \text{ a } y \le y', \text{ pak } x * y \le x' * y',$$
$$1 * x = x.$$

Tedy: konjunkce má být komutativní, asociativní, neklesající a 1 má být jednotkový prvek. Binární operace $*$ na intervalu $[0,1]$ splňující tyto požadavky se nazývá t-norma. Navíc ještě žádáme, aby naše operace byla spojitou funkcí, tj. pracujeme se spojitými t-normami.

Tři spojité t-normy jsou mimořádně důležité: Łukasiewiczova, Gödelova a produktová.

$x * y = \max(0, x + y - 1)$	(Łukasiewiczova)
$x * y = \min(x, y)$	(Gödel)
$x * y = x \cdot y$	(obvyklý součin reálných čísel)

Každá spojitá t-norma určuje jednoznačně operaci $\Rightarrow$ nazývanou její residuum, definovanou takto:

$$x \Rightarrow y = \max\{z | x * z \le y\}.$$

Ta je velmi vhodná jako pravdivostní funkce implikace příslušná operaci $*$. Má tyto vlastnosti: pokud $x \le y$, pak $x \Rightarrow y = 1$; pro $x > y$ je hodnota residua tří důležitých spojitých t-norem dána takto:

$x \Rightarrow y = 1 - x + y$ (Łukasiewiczova)
$x \Rightarrow y = y$ (Gödel)
$x = y = y/x$ (residuum produktové implikace)

Negaci $\neg\varphi$ definujeme jako zkratku za formuli $\varphi \rightarrow \bar{0}$. Pro Łukasiewicze dostaneme:

$$(-)x = 1 - x$$

Pro Gödela a produkt dostaneme

$$(-)0 = 1,$$

$$(-)x = 0 \text{ pro } x > 0.$$

(Gödelova negace).

Poznamenávám, že je možno pomocí dosud popsaných spojek definovat ještě další logické spojky; do podrobností nepůjdeme. Např. $\varphi \equiv \psi$ je definováno jako $(\varphi \rightarrow \psi) \mathbin{\&} (\psi \rightarrow \varphi)$.

Pravdivostní hodnoty formulí. Závisí na *třech* věcech: interpretaci **M** predikátového jazyka, ohodnocení v proměnných a spojité t-normě $*$.

Pro atomické formule $\|P(x_1, \ldots, x_n)\|^*_{\mathbf{M},v}$ nezáleží na $*$ a rovná se $r_P(v(x_1), \ldots, v(x_n))$, tj. je to stupeň, v němž n-tice významů proměnných $x_1, \ldots, x_n$ je v relaci, která je významem predikátu P. (Podobně pro atomickou formuli s konstantami.)

Stupeň pravdivosti formule vytvořené logickou spojkou je dán pomocí její pravdivostní funkce, tj.

$$\|\varphi \& \psi\|^*_{\mathbf{M},v} = \|\varphi\|^*_{\mathbf{M},v} * \|\psi\|^*_{\mathbf{M},v};$$

$$\|\varphi \rightarrow \psi\|^*_{\mathbf{M},v} = \|\varphi\|^*_{\mathbf{M},v} \Rightarrow \|\psi\|^*_{\mathbf{M},v};$$

Pravdivostní stupeň formule začínající velkým kvantifikátorem $\forall$ je infimem stupňů pravdivosti kvantifikované formule pro všechny možné významy kvantifikované proměnné; pro existenční kvantifikátor je to supremum. Tedy:

$$\|(\forall x)\varphi\|^*_{\mathbf{M},v} = \inf_{v' \equiv_x v} \|\varphi\|^*_{\mathbf{M},v'}$$

$$\|(\exists x)\varphi\|^*_{\mathbf{M},v} = \sup_{v' \equiv_x v} \|\varphi\|^*_{\mathbf{M},v'}.$$

Zde $v' \equiv_x v$ značí, že ohodnocení v' se liší od ohodnocení v nejvýše v hodnotě pro proměnnou x.

Připomeňme altruistu:

	1	2	3	4
1	1	0.3	0.1	0.1
2	0.2	0.3	0.4	0.9
3	0.9	0.5	0.8	1
4	0	0.7	0.2	0.5

Zde pokud pracujeme v Łukaziewiczově logice, je objekt 4 altruista, tj. $\|Altr(4)\|^{\text{Ł}}_{\mathbf{M}} = 1$. Vskutku, ověřte následující tabulku:

	1	2	3	4
$MR(x,x)$	1	0.3	0.8	0.5
$\neg MR(x,x)$	0	0.7	0.2	0.5
$MR(4,x)$	0	0.7	0.2	0.5
$MR(4,x) \equiv \neg MR(x,x)$	1	1	1	1

Pro altruistu x musí platit $MR(x,x) \equiv \neg MR(x,x)$, tj. v Łukasiewiczově logice musí mít hodnotu $\frac{1}{2}$. V Gödelově logice ani v produktové logice nelze altruistův axiom splnit.

Buď $*$ spojitá t-norma. Formule φ je $*$-tautologie, jestliže $\|\varphi\|^*_{\mathbf{M},v} = 1$ pro každou interpretaci $\mathbf{M}$ a každé ohodnocení v. (Formule je identicky pravdivá ve smyslu daném t-normou $*$.) Formule, která je $*$-tautologií pro každou spojitou t-normu, se nazývá t-tautologie (t-normová tautologie).

Deduktivní systémy fuzzy logiky

Podobně jako v klasické logice se nespokojíme s tím, že jsme uvedli sémantiku (definovali význam formule v libovolné fuzzy interpretaci), ale budujeme pojem důkazu a dokazatelnosti. Za axiomy bereme některé t-tautologie; dedukční pravidla zachovávají t-tautologičnost.

Axiomy logiky $BL\forall$ – první část

(A1)	$(\varphi \to \psi) \to ((\psi \to \chi) \to (\varphi \to \chi))$
(A2)	$(\varphi \& \psi) \to \varphi$
(A3)	$(\varphi \& \psi) \to (\psi \& \varphi)$
(A4)	$(\varphi \& (\varphi \to \psi)) \to (\psi \& (\psi \to \varphi))$
(A5a)	$(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \& \psi) \to \chi)$
(A5b)	$((\varphi \& \psi) \to \chi) \to (\varphi \to (\psi \to \chi))$
(A6)	$((\varphi \to \psi) \to \chi) \to (((\psi \to \varphi) \to \chi) \to \chi)$
(A7)	$\bar{0} \to \varphi$

Axiomy logiky $BL\forall$ – druhá část

($\forall$1)	$(\forall x)\varphi \to \varphi(t)$
($\exists$1)	$\varphi(t) \to (\exists x)\varphi$
($\forall$2)	$(\forall x)(\nu \to \varphi) \to (\nu \to (\forall x)\varphi)$
($\exists$2)	$(\forall x)(\varphi \to \nu) \to ((\exists x)\varphi \to \nu)$
($\forall$3)	$(\forall x)(\varphi \vee \nu) \equiv ((\forall x)\varphi \vee \nu)$

V uvedených axiomech musí t splňovat jistou podmínku substituovatelnosti a formule ν nesmí obsahovat proměnnou x volně (nekvantifikovaně).

Dedukční pravidla: jsou stejná jako v klasické logice: *modus ponens* a *generalizace*

Uveďme (triviální) příklad důkazu v $BL\forall$:

$$(\varphi \& \psi) \to \varphi \text{ (axiom (A2))}$$

$$((\varphi \& \psi) \to \varphi) \to (\varphi \to (\psi \to \varphi)) \text{ (axiom (A5)}$$

$$\varphi \to (\psi \to \varphi) \text{ (modus ponens)}$$

Je logika $BL\forall$ *úplná?* Vůči t-tautologiím není (a dokonce žádná „rozumná“ úplná axiomatika pro t-tautologie neexistuje). Naše logika je však úplná vůči obecnějšímu pojmu logické pravdivosti (obecnějšímu pojmu množiny pravdivostních hodnot a pravdivostních funkcí spojek). Jde o takzvané BL-algebry, jejichž speciálním případem jsou algebry dané na intervalu $[0, 1]$ spojitými t-normami a jejich residuy.

Łukasiewiczova predikátová logika je rozšíření logiky $BL\forall$ o schéma axiomu

$$\neg\neg\varphi \to \varphi,$$

Gödelova predikátová logika o schéma axiomu

$$\varphi \to (\varphi \& \varphi)$$

a *produktová predikátová logika* o

$$\neg\neg\chi \to [((\varphi\&\chi) \to (\psi\&\chi)) \to (\varphi \to \psi)],$$

$$\neg(\varphi \wedge \neg\varphi).$$

Závěr

Pokusili jsme se o stručný přehled fuzzy logiky jakožto formálního logického systému analogického klasické predikátové logice. Zmiňme, že jisté velmi elementární partie fuzzy logiky došly (ve spojení s teorií regulace) velmi významných aplikací. Velmi stručně řečeno jde o užití nepřesných (vágních) znalostí formulovaných jako *fuzzy pravidla* ke konstrukci řídícího mechanismu pracujícího dostatečně dobře. Příkladem fuzzy pravidla může být třeba: *Když tlak je vysoký, pak trochu přivři kohout.* Fuzzy regulátory se objevily např. v pračkách, takže bylo možno číst o „pračkách s fuzzy logikou". Logiky v našem smyslu tam ovšem bylo jen málo; nicméně (matematická) fuzzy logika může podat dobré teoretické základy řady přístupů k práci s neurčitostí, vágností apod.

Náš *závěr* tedy zní: (1) Matematická logika je *hluboké exaktní* studium vztahu důsledku.

(2) To platí i o vhodné formalizované a matematizované fuzzy logice (v úzkém smyslu).

V češtině je k dispozici mj. má kapitola „Deduktivní systémy fuzzy logiky" v knize Umělá inteligence (4) (V. Mařík a j. editoři, Academia Praha 2003, str. 71-92) a starší kniha V. Nováka Fuzzy množiny a jejich aplikace, SNTL Praha 1986 a 1990. Podrobný výklad je obsažen v mé monografii Metamathematics of fuzzy logic, Kluwer 1998, dále mohu doporučit monografii (V. Novák a I. Perfilieva editoři) Discovering the world with fuzzy logic, Physica-Verlag 2000.

OD NEWTONA KE KEPLEROVI GEOMETRICKY

Jiří Podolský

Už od základní školy všichni známe Newtonovy zákony mechaniky a od střední školy také Keplerovy zákony pohybu planet. Bez velké nadsázky lze říct, že tyto dvě trojice zákonů tvoří základní kameny fyzikálního poznání světa. Víme také, že sehrály klíčovou roli v historii přírodovědy. Zmíněné zákony – klenoucí se jako duchovní oblouk mezi počátkem a koncem 17. století – vymezují první úspěšný pokus v dějinách o matematické vystižení složitých dějů, které se odehrávají ve vesmíru. V jistém smyslu právě jimi lidstvo překročilo stín středověkých dogmat a vstoupilo do éry novověku, ve kterém rozum a racionalita přinesly své překvapivé a netušené plody.

Připomenutí

V tomto příspěvku se chceme věnovat souvislosti mezi Keplerovými a Newtonovými zákony, a proto logicky začneme jejich stručným připomenutím (v dnešní „neškolometské“ formulaci).

Keplerovy zákony: geometrie planetárních orbit

K1 („elipsy“): *Planety se pohybují po elipsách, v jejichž společném ohnisku je Slunce.*

K2 („plochy“): *Spojnice Slunce a planety opíše za stejný čas vždy stejnou plochu.*

K3 („$T^2 \sim R^3$“): *Druhá mocnina oběžné doby planety je úměrná třetí mocnině hlavní poloosy její trajektorie.*

První dva zákony byly Keplerem objeveny během jeho plodného pobytu v Praze a poprvé otištěny ve slavném díle *Astronomia nova* (Nová astronomie, 1609), třetí zákon objevil 15. 5. 1618 a publikoval o rok později v práci *Harmonice mundi* (Harmonie světa, 1619).

Newtonovy zákony: dynamika pohybu

N1 („setrvačnost“): *Těleso setrvává v klidu nebo rovnoměrně přímočarém pohybu, není-li nuceno vnějšími silami tento stav změnit.*

N2 („zákon síly“): *Časová změna hybnosti hmotného bodu je (co do velikosti i směru) rovna působící síle,*
pro naše účely tedy platí vzorec $m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{F}$.

N3 („akce a reakce“): *Tělesa na sebe působí stejně velkými silami opačného směru.*

K těmto základním zákonům mechaniky ještě připojíme významný „čtvrtý Newtonův zákon“, jímž je zákon všeobecné gravitace. Označme ho pro naše účely symbolem

NG („gravitační síla“): *Dvě tělesa hmotnosti m_1 a m_2 vzdálená R se přitahují silou*

$$F = \kappa \frac{m_1 m_2}{R^2} \ ,$$

která leží na spojnici obou těles.

Gravitační zákon a jeho souvislost s Keplerovými zákony Newton poprvé prezentoval ve svém krátkém pojednání *De motu corporum in gyrum* (O pohybu těles po oběžných drahách, listopad 1684). Úplná verze pohybových zákonů a zákona gravitačního je pak vlastním obsahem jeho slavných *Principií*, tedy díla *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Matematické základy přírodní filosofie, červenec 1687).

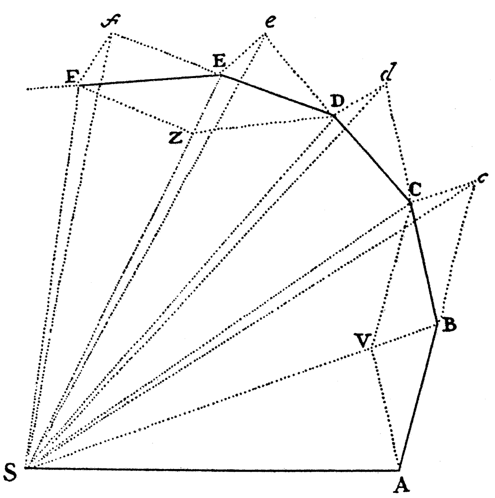
Od Keplera k Newtonovi a nazpátek

Newtonův důvtipný postup fyzikálně-geometrických úvah, které vedou od Keplerových zákonů k zákonům dynamickým, je fascinující a v minulosti zaujal řadu lidí, mezi nimi i Feynmana. Ten 13. 3. 1964 proslovil na Caltechu přednášku právě na toto téma. Nebyla ovšem zařazena do jeho známého kurzu *Feynmanových přednášek z fyziky.* Feynmanovy stručné rukopisné poznámky se záhy „ztratily“, byly znovu objeveny až v roce 1992 v pracovně jeho bývalého spolupracovníka Leightona. Podařilo se je rekonstruovat a vydat knižně [1] (nedávno vyšel slovenský překlad [2]). Kniha vyvolala značný ohlas v odborných pedagogických časopisech [3, 4, 5, 6], záhy se objevil i český článek [7]. Náš příspěvek je inspirován právě zmíněnou knihou [1]. Přebíráme zde jak logiku argumentací, tak klíčové obrázky.

Postup, kterým zde ukážeme geometrickou souvislost Keplerových a Newtonových zákonů, lze rozdělit do dvou částí. V první nejprve z Keplerova druhého a třetího zákona odvodíme Newtonův gravitační zákon. Následně pak z Newtonových zákonů odvodíme Keplerův první zákon, čímž se ověří správnost Newtonovy teorie a její predikativní schopnost. Poutavá je především skutečnost, že posloupnost úvah do značné míry odpovídá historickému Newtonovu postupu.

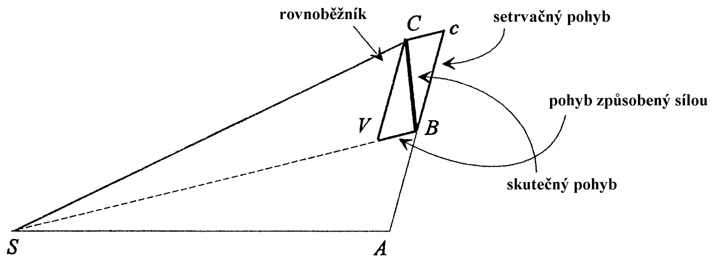
K2 implikuje dostřednost gravitační síly

Ukážeme nejprve, že za předpokladu platnosti Newtonových dynamických zákonů N1-N3 je Keplerův zákon ploch K2 ekvivalentní skutečnosti, že gravitační síla působí vždy směrem ke Slunci. Newtonův postup spočívá v tom, že dráhu planety nejprve „diskretizujeme“, tedy spojitou trajektorii aproximuje na sebe navazujícími úsečkami, které planeta uběhne za stejné časové intervaly Δt, viz obr. 1.



Obr. 1: Newtonův originální diagram z *Principií*.

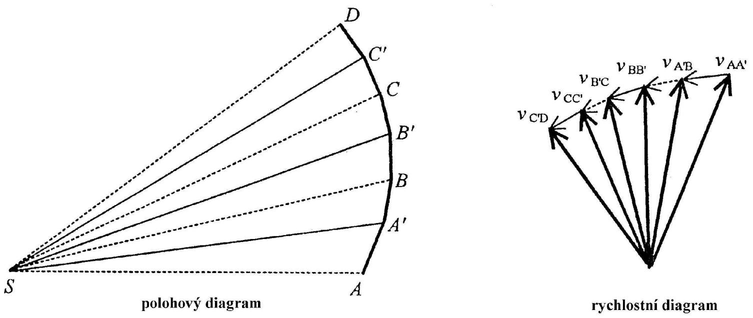
V nepřítomnosti Slunce by se planeta v souladu se zákonem setrvačnosti N1 pohybovala rovnoměrně přímočaře z bodu A do bodu B a pak dále za stejný čas z bodu B do bodu c (v detailu viz obr. 2). Slunce umístěné v bodě S však planetu gravitačně přitahuje k sobě, přičemž jeho působení můžeme soustředit do okamžiku, kdy se planeta nachází v bodě B. Protože gravitační síla je dostředná, bude v souladu s N2 zrychlení a tedy i změna rychlosti mířit na spojnici BS. Z prostého skládání rychlostí plyne, že planeta se nedostane do bodu c, ale do bodu C, přičemž úsečka Cc je rovnoběžná s BS. To ale nutně implikuje, že plocha trojúhelníka SAB je stejně velká jako plocha trojúhelníka SBC. Opravdu: Trojúhelník SAB má stejnou plochu jako (na obr. 2 nezakreslený) trojúhelník SBc (poněvadž mají stejné základny AB resp. Bc a totožné výšky, neboť mají společný vrchol v S), a ten má zase stejnou plochu jako trojúhelník SBC (neboť mají společnou základnu SB a také stejnou výšku právě proto, že úsečka Cc je rovnoběžná s SB). Stejný postup můžeme aplikovat i dále na úseku CD, jen s tím rozdílem, že síla nyní působí na spojnici CS, a podobně na všech následujících úsecích. Můžeme tedy shrnout, že dostřednost gravitační síly implikuje platnost zákona ploch. Protože pořadí výše uvedených argumentů můžeme snadno obrátit, lze také naopak odvodit, že *z Keplerova zákona K2 plyne fakt, že gravitační síla Slunce působí vždy centrálně*, tedy ve směru od planety ke Slunci.



Obr. 2: Plocha trojúhelníka SAB je stejně velká jako plocha trojúhelníka SBC.

K3 implikuje ubývání gravitační síly se čtvercem vzdálenosti

Nyní je vhodné zavést pojem *rychlostního diagramu*. Zatímco obvyklý diagram znázorňuje závislost polohového vektoru $\vec{R}$ planety vůči Slunci na čase, rychlostní diagram (zvaný též hodograf) znázorňuje časový vývoj vektoru okamžité rychlosti $\vec{v}$, přičemž posloupnost vektorů $\vec{v}$ vykreslujeme vůči společnému počátku, viz obr. 3.



Obr. 3: Polohový diagram (vlevo) a odpovídající rychlostní diagram (vpravo).

Z pouhé kinematiky plyne, že rychlost je okamžitá změna polohy, a proto například vektor rychlosti $\vec{v}_{AA'}$ je rovnoběžný s úsečkou AA' atd. Uvažme nyní speciální případ kruhové orbity. Představme si, že planeta obíhá po kružnici poloměru R, a to rovnoměrně konstantní rychlostí o velikosti v. Rychlostní diagram proto bude také kružnice, ovšem poloměru v. Když planeta oběhne Slunce právě jednou dokola, polohový vektor $\vec{R}$ opíše úplný kruh a vektor rychlosti v rychlostním diagramu také, a to za stejný čas oběhu T. Protože rychlost je změna polohy a zrychlení je změna rychlosti – a navíc jde o pohyb rovnoměrný – platí elementární vztahy $v = 2\pi R/T$ a $a = 2\pi v/T$, takže dosazením z první rovnice do druhé dostáváme $a = 4\pi^2 R/T^2$. Když nyní použijeme třetí Keplerův zákon $T^2 \sim R^3$, dostáváme ihned $a \sim R/R^3 = 1/R^2$. Podle N2 je ovšem síla F úměrná zrychlení a, a tak *velikost gravitační síly ubývá s druhou mocninou vzdálenosti* planety od Slunce, $F \sim 1/R^2$.

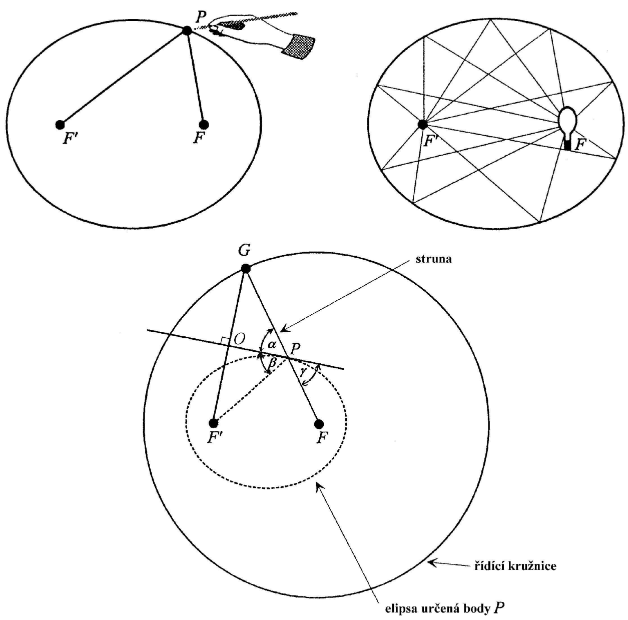
Shrneme-li oba předchozí body, můžeme tedy uzavřít, že NG je ekvivalentní K2 a K3.

Finále: odvození K1 z Newtonových zákonů

Dva Keplerovy zákony nám tedy umožnily nalézt správnou podobu zákona gravitační síly. Zbývá provést klíčový test, totiž ověřit, že z Newtonových zákonů mechaniky N1-N3 a z gravitačního zákona NG plyne také hlavní Keplerův zákon K1. Jinými slovy, zbývá odvodit, že dráha planety kolem Slunce je elipsa. Podobně jako v předchozích úvahách použijeme i zde výhradně geometrické argumenty.

Geometrické konstrukce elipsy

Musíme pochopitelně začít tím, co to vlastně elipsa je a jak se dá zkonstruovat. Všichni známe ze školy, že elipsa je množina bodů, které mají konstantní součet vzdáleností od dvou privilegovaných bodů – ohnisek, viz obr. 4 vlevo nahoře.



Obr. 4: Obě hlavní vlastnosti elipsy (nahoře) lze dokázat pomocí konstrukce zobrazené na spodním diagramu a vysvětlené v textu.

Další důležitou (avšak méně známou) charakteristikou elipsy je skutečnost, že každý paprsek vyslaný z jednoho ohniska se na eliptické křivce odrazí přesně do druhého ohniska. (Tento fakt známe v limitním případě: extrémně excentrická elipsa přechází v parabolu, jejíž druhé ohnisko leží v nekonečnu. Proto je rovnoběžný svazek paprsků parabolou soustředěn do jejího ohniska.)

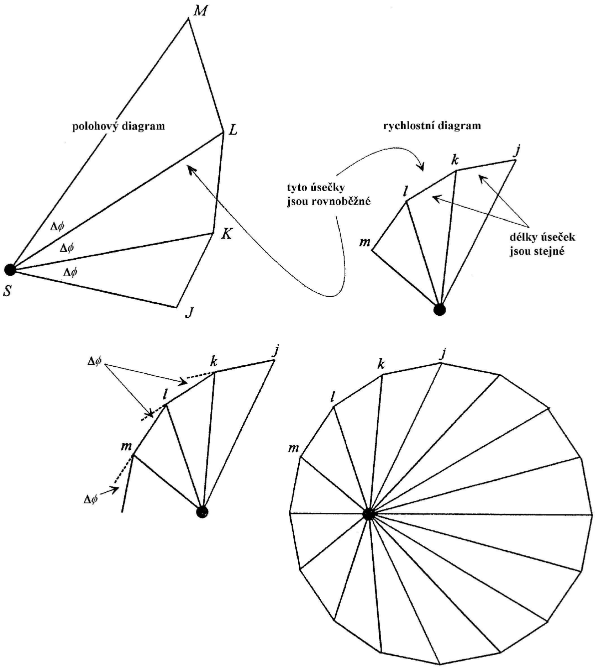
Pro náš další výklad je ovšem nutné připomenout ještě další zajímavou geometrickou konstrukci elipsy. Ta nám navíc umožní podat elegantní důkaz platnosti obou výše zmíněných vlastností. Kolem bodu F opišme tzv. *řídící kružnici* a uvnitř ní zvolme další bod F', jak je znázorněno na obr. 4 dole. Spojme oba body s libovolným bodem G ležícím na kružnici. Průsečík osy úsečky GF' s úsečkou GF je bod P, který leží na elipse. Provedeme-li tuto konstrukci pro každý bod G na řídící kružnici, opravdu dostaneme elipsu s ohnisky F a F'.

Tuto skutečnost snadno dokážeme. Trojúhelníky GOP a $F'OP$ jsou zjevné identické, takže i strany PG a PF' jsou stejně dlouhé. Součet vzdáleností $FP + PF'$ je roven $FP + PG$, což je konstanta rovná poloměru kružnice. Body P odpovídající všem bodům G na řídící kružnici tedy leží na elipse. Nyní dokážeme také druhou vlatnost, trotiž že světlo vyslané z ohniska F se nutně odrazí do ohniska F'. Ze shodnosti trojúhelníků GOP a $F'OP$ plyne, že úhel α je roven úhlu β. Dále zjevně platí, že úhel α je roven úhlu γ. Je tedy jasné, že $\beta = \gamma$, což je právě hledaný zákon odrazu. Stačí pouze dokázat, že osa OP úsečky GF' je *tečna* k elipse v bodě P. To je ovšem snadné: vezmeme-li kterýkoli jiný bod na této ose, evidentně bude (opět díky shodnosti příslušných trojúhelníků) součet jeho vzdáleností od ohnisek *větší* než $FP+PG$, což je poloměr kružnice. Každý takový bod proto musí ležet *vně* elipsy, takže osa úsečky GF' je opravdu tečna.

Rychlostní diagram planety

Po této krátké geometrické předehře se můžeme vrátit k naší fyzikální úloze, totiž odvození Keplerova zákona K1. Celou dráhu planety kolem Slunce, jež leží v bodě S, rozdělíme na *pevně daný počet* úseků takových, že *jejich středové úhly jsou všechny stejné* a mají konstantní hodnotu $\Delta\phi$, viz obr. 5 vlevo nahoře. Podle zákona ploch K2 proletí planeta příslušný úsek dráhy za čas Δt, který je přibližně (v limitě $\Delta\phi \to 0$ pak přesně) úměrný ploše příslušného trojúhelníka, tedy $\Delta t \sim \Delta S \sim R^2\Delta\Phi \sim R^2$, kde R je (průměrná) vzdálenost planety od Slunce na daném úseku.

Uvažme nyní, jaká je změna rychlosti $\Delta\vec{v}$ na těchto úsecích. Podle Newtonova pohybového zákona N2 je změna hybnosti rovna působící síle co do směru i velikosti, takže $\Delta\vec{v} \sim \vec{F}\Delta t$. Změna *velikosti* rychlosti Δv je tedy úměrná $F\Delta t$, přičemž $\Delta t \sim R^2$, zatímco podle NG je $F \sim 1/R^2$, takže Δv *je na všech úsecích vymezených* $\Delta\phi$ *stejná.* Pokud jde o *směr* změny rychlosti $\Delta\vec{v}$, je podle NG přesně dostředný, tedy působí *ve směru okamžité spojnice* $\vec{R}$ *Slunce a planety.*

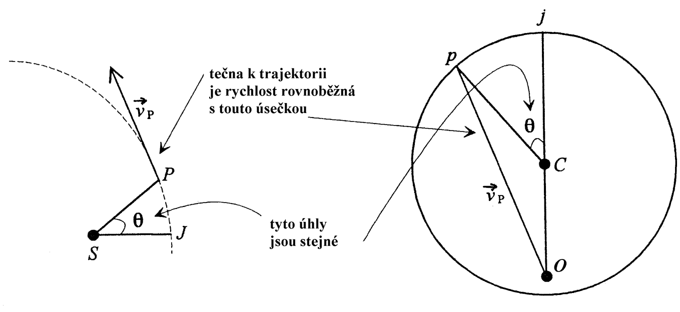


Obr. 5: Rychlostní diagram pohybu planety je pravidelný mnohoúhelník, ve spojité limitě pak kružnice.

Z těchto informací již snadno odvodíme, že rychlostní diagram pohybu planety musí být *pravidelným mnohoúhelníkem*, viz obr. 5 vpravo dole. Změna velikosti rychlosti Δv je totiž na každém úseku rychlostního diagramu stejná, takže úsečky jk, kl, lm atd. mají stejnou délku. Navíc směry těchto úseček odpovídají směrům $\Delta\vec{v}$, která jsou rovnoběžné se směry $\vec{R}$, tedy úsečkami KS, LS, MS atd. v polohovém diagramu. Tyto směry jsou ovšem vzájemně otočené vždy o konstantní úhel $\Delta\phi$. Rychlostní diagram je tedy pravidelný mnohoúhelník. Ve spojité limitě $\Delta\phi \to 0$ se *rychlostní diagram stává kružnicí.* To je docela překvapivá skutečnost!

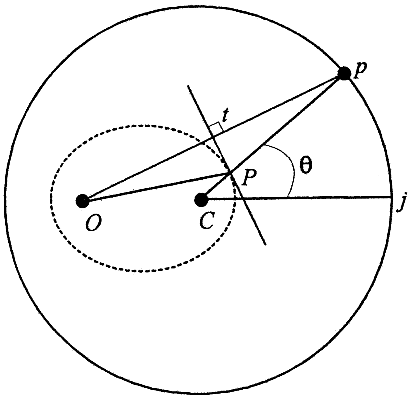
Vlastní důkaz

Dospěli jsme tedy k obrázku znázorněném na obr. 6. Nechť se planeta při svém pohybu kolem Slunce dostala do bodu P, který svírá s periheliem v bodě J úhel θ. Její okamžitou rychlost $\vec{v}_P$ můžeme zjistit v rychlostním diagramu, jenž má podobu kružnice. Stanovíme bod p, aby úhel určený body pCj byl právě θ. Spojnice excentrického bodu O a bodu p v rychlostním diagramu pak určuje okamžitou rychlost planety $\vec{v}_P$ (co do směru i velikosti), která je tečnou k trajektorii.



Obr. 6: Poloha planety a odpovídající rychlost jejího pohybu.

Nyní stačí provést poslední elegantní trik: *otočme rychlostní diagram o 90 stupňů* ve směru hodinových ručiček a vykresleme ho do stejného obrázku, v němž znázorňujeme trajektorii planety (ztotožníme body C a S). Dostaneme tím obr. 7. Oba úhly θ v polohovém i otočeném rychlostním diagramu splynuly. Nyní stačí si jen uvědomit, že *rychlostní diagram se stal řídící kružicí pro konstrukci eliptické trajektorie*! Opravdu: *osa* úsečky Op v *otočeném* rychlostním diagramu určuje okamžitou rychlost, která je tečnou k trajektorii planety v bodě P. Jak jsme ale již dříve ukázali, takto zkonstruovaný bod P musí ležet na elipse, a to pro každou hodnotu úhlu θ. Tím jsme dokázali, že trajektorií planety v gravitačním poli Slunce popsaném Newtonovými zákony je opravdu elipsa. I první Keplerův zákon je tedy důsledkem zákonů Newtonových.



Obr. 7: Rychlostní diagram planety otočený o 90 stupňů kreslený do stejného obrázku jako diagram polohy ukazuje, že trajektorie planety musí být elipsa, protože osa přímky Op určující směr okamžité rychlosti je tečnou k elipse v bodě P (srovnej s obr. 4).

Literatura

[1] Goodstein D. L. and Goodstein J. R.: *Feynman's lost lecture*, Norton, New York, 1996 a 1999.

[2] slovenský překlad knihy [1]: Hanč J. and Tuleja S., *Feynmanova stratená prednáška*, Enigma, Nitra, 2001. Viz též webové stránky `www.lostlecture.host.sk`

[3] Stein S. K.: Exactly how did Newton deal with his planets?, *The Mathematical Intelligencer* **18** (1996) 7–11.

[4] Gonzáles-Villanueva A. *et al*: From circular paths to elliptic orbits: a geometric approach to Kepler's motion, *Eur. J. Phys.* **19** (1998) 431–438.

[5] Butikov E. I.: The velocity hodograph for an arbitrary Keplerian motion, *Eur. J. Phys.* **21** (2000) 297–302.

[6] Debres D.: Reinventing the wheel: Hodographic solutions to the Kepler problems, *Am. J. Phys.* **69** (2001) 481–489.

[7] Kuběna J.: O Newtonových a Keplerových zákonech, aneb jak asi Newton na své zákony přišel, *Matematika-fyzika-informatika* **7** (1997/98) 409–416, 472–482.

NANOTECHNOLOGIE

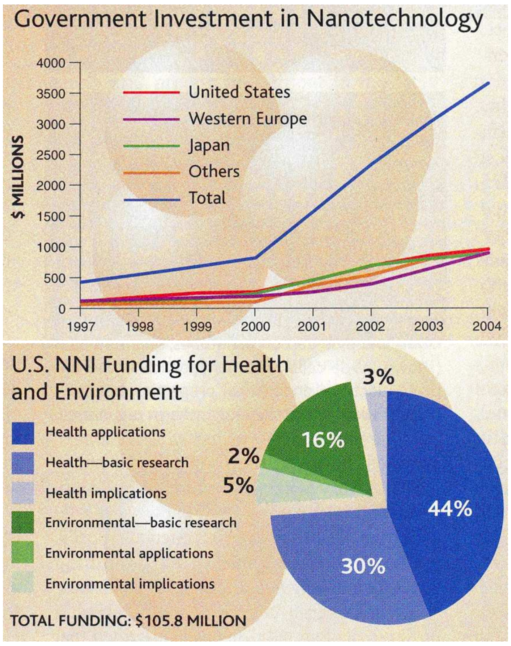
Tomáš Šikola

1. Úvod

V současné době jsme svědky dramatického rozvoje relativně nové vědní disciplíny nazývané nanotechnologie. Ještě před několika málo lety znělo toto slovo poněkud futuristicky, avšak dnes se stává, ať už oprávněně nebo ne, zcela samozřejmým pojmem i v neodborných kruzích a literatuře. Malé věci se stávají velkým „byznysem“ a ochota společnosti investovat do nanotechnologií rychle vzrůstá. To dokládají např. programy rozvoje nanotechnologií vyhlášené v 6. evropském rámcovém programu, strategický výzkumný program „Národní nanotechnologická iniciativa“ vyhlášený v roce 2000 vládou USA [1] i rozhodnutí americké vlády z roku 2003 podpořit rozvoj ve zmíněné oblasti formou zákona [2]. Zatímco v roce 2000 představovaly investice americké vlády do nanotechnologií 270 mil. USD, o dva roky později to byla již jedna miliarda. Ani ostatní rozvinuté státy, např. Japonsko a státy Evropské unie, však nemíní ve výzkumu nanotechnologií zůstat pozadu a jak dokládá obrázek 1, jejich investice dosáhly v roce 2004 stejných hodnot [3]. Finanční prostředky jsou vynakládány do badatelského, základního i aplikovaného výzkumu s cílem získat nové poznatky z oblasti nanověd a převést je do technologické i medicínské oblasti.

2. Význam a přitažlivost nanotechnologií

Vedle miniaturizace je zmiňovaná „honba za menším“ motivována především skutečností, že nanostruktury nabízejí oproti makroskopickým objektům a materiálům zcela nové unikátní vlastnosti. Velmi často se můžeme setkat s otázkou, co jsou to nanotechnologie a jakými rozměry objektů se vlastně tato disciplína zabývá. Nutno říci, že nanotechnologie se primárně vymezují od dosavadních oblastí moderní fyziky ne rozměry studovaných objektů, ale právě unikátními vlastnostmi materiálů a struktur. Ty se však objevují zpravidla při rozměrech menších jak 100 nm. Z tohoto důvodu jsou nanotechnologie často definovány



Obr. 1: Investice vyspělých států do oblasti technologií [3].

jako metody a přístupy zabývající se materiály a systémy, které splňují tyto klíčové vlastnosti [4]:

- Mají alespoň jeden rozměr přibližně v intervalu 1 – 100 nm,
- umožňují přímou kontrolu fyzikálních a chemických vlastností struktur molekulárních rozměrů,
- mohou být kombinovány tak, aby vytvářely větší struktury.

Je tedy zřejmé, že ne všechny submikronové technologie splňují automaticky uvedenou definici.

Nanotechnologie si získaly popularitu nejen v odborných kruzích, ale i u široké veřejnosti. Důvodem tohoto zájmu je především „sci-fi“ přitažlivost spojená se slovem „nano“. Svůdná myšlenka světa nanorobotů vyrábějících nové systémy, dokonalé materiály i potraviny s atomární přesností nebo chránící naše tělo, již dala vznik mnoha úvahám i literárním útvarům v žánru sci-fi. Fascinace mikrosvětem nebo také často „technoutopie“ je zřejmě hlavní příčinou tohoto zájmu [4].

Na druhé straně obavy spojené s úvahami o nekontrolovatelném rozvoji samoreprodukujících se nanorobotů může samotný vývoj nanotechnologií ohrozit. O tom bude pojednáno na konci tohoto článku.

3. Vlastnosti nanostruktur

Pod pojmem „nanostruktury" budeme v tomto příspěvku rozumět veškeré produkty nanotechnologií, tedy jak nanosystémy, tak i nanostrukturní materiály. Nanostruktury se vyznačují vlastnostmi odlišnými od „klasických" makroskopických objektů a materiálů. Je zřejmé, že obecně malá množství atomů se chovají v důsledku platnosti principů kvantové mechaniky naprosto odlišně od systémů s velkým počtem atomů (Feynman: „Atoms on a small scale behave like *nothing* on a large scale [5])". Speciálně u nanostruktur jsou příčinou změny jejich vlastností dva druhy efektů: a) první, tzv. *kvantový efekt*, způsobený malou velikostí nanoobjektů (a tedy malým počtem atomů) a b) druhý, tzv. *povrchový* nebo mezipovrchový *efekt*, způsobený nárůstem relativního počtu povrchových atomů vůči objemovým.

Efekt redukce velikosti nanoobjektů, vedoucí k nahrazení pásové elektronové struktury, typické pro pevné látky, sérií diskrétních elektronových hladin je odpovědný zejména za fyzikální vlastnosti nanostruktur (např. luminiscenci, kvantové transportní vlastnosti aj.). Na druhé straně vliv povrchu (resp. rozhraní povrchů) hraje důležitou roli zejména ve fyzikálně-chemických procesech, jako je třeba heterogenní katalýza.

Elektronová struktura, jakož i typické *transportní vlastnosti* nanostruktur (kvantování elektrické vodivosti, Coulombova blokáda, kvantování elektrické vodivosti) byly popsány např. v [6]. V tomto textu bude věnována pozornost nové oblasti, tzv. *nanoplazmonice*, která je součástí *nanofotoniky* zabývající se problematikou šíření světla podél nanostruktur.

Nanoplazmonika

Optické frekvence jsou 100 000 krát vyšší než nejvyšší taktovací frekvence současných mikroprocesorů. Protože existuje přímá úměra mezi vlnovou frekvencí a množstvím informací, které mohou být přeneseny, fotonická zařízení nanometrových rozměrů využívající optické signály by představovala kvalitativní skok ve výkonnosti počítačů [7]. Tradiční fotonické prvky jako optické elementy a vlnovody jsou však velké ve srovnání s elektronickými obvody a jejich minimální laterální rozměry jsou omezeny difrakcí světla. Kromě toho, světelná pole jsou v klasické optice ve svém principu trojdimenzionální, což znesnadňuje výrobu vysoce integrovaných planárních zařízení.

Naštěstí v důsledku nedávného vývoje v nanotechnologiích se začíná uplatňovat nový přístup kombinující principy fotoniky a miniaturizace elektroniky. Tento přístup využívá plazmoniky, která je založena zjednodušené řečeno na povrchových plazmonech, tedy kolektivních vlnách oscilací elektronů šířících se podél povrchů kovů (přesněji se jedná o povrchové plazmonové polaritony – SPP, [8 – 9].

Povrchové plazmony mají stejné frekvence jako světlo, jejich vlnová délka je však kratší v důsledku menší rychlosti šíření a s nimi spojená elektromagnetická energie ve viditelné a blízké infračervené oblasti se může šířit podél nanovodičů a těsně uspořádaných kovových nanočástic bez difrakce [9]. Podobně již bylo demonstrováno, že kovové nanostruktury mohou působit jako optické elementy, zrcadla, děliče svazku a interferometry. Je tak zřejmé, že optické a fotonické systémy představují potenciálně novou cestu pro tvorbu vysoce integrovaných fotonických obvodů s rozměry pod difrakčním limitem [10]. Je však jasné, že k dosažení těchto cílů je nutné ještě vyřešit mnoho problémů, jako např. malou vzdálenost šíření v důsledku útlumu plazmonů, malou účinnost excitace plazmonů, obvykle špatnou kvalitu rozhraní aj.

V současné době je možné vyrobit antény nanometrických rozměrů ve vrstvě Au pracující na principu povrchových plazmonů s rezonancí v oblasti optických frekvencí [11]. Při rezonanci mohou pikosekundové laserové pulsy vybudit v mezeře uprostřed antény silné pole (až tisíkrát větší), které vede ke generaci lokalizovaného superkontinua bílého světla. Toto kontinuum vzniká vlivem nelineárních optických efektů 4. řádu a bylo pozorováno dosud pouze v dielektrických materiálech [12]. Zmíněné záření může nalézt aplikace v pokročilých optických spektroskopiích, manipulaci nanostruktur a kvantově optických informačních procesech.

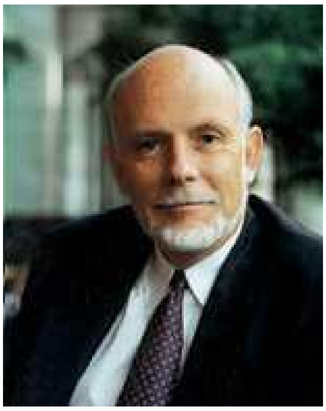
Zcela nedávno se objevila unikátní a velmi perspektivní aplikace plazmonových nanoantén ve tvaru motýlku (tzv. „bow-tie“ antény). Když umístíme do středové mezery antény nanoobjekt (polovodičovou kvantovou tečku), jeho fotoluminiscence se výrazně zvýší za současného snížení doby života excitovaného stavu. Získáváme tak bodové zdroje intenzivního světla, které mohou být součástí plazmonických nanoobvodů.

4. „Nanosny“ versus současný stav nanotechnologií

Futuristické „nanosny“ dosud nebyly a zřejmě dlouho nebudou naplněny, přičemž je otázkou, zda Feynmanovy vize konstruování komplexních zařízení a obvodů atom po atomu je vůbec možné realizovat. V této souvislosti je nepochybně nejznámější ostrá polemika o reálnosti tzv. *molekulárních asemblerů* mezi dvěmi osobnostmi v oboru nanotechnologií, které věří v prakticky neomezené možnosti této disciplíny pro rozvoj společnosti [13]. Na jedné straně je to Eric Drexler z „Foresight“ institutu v americkém Palo Altu, na straně druhé nositel Nobelovy ceny Richard Smalley. Profily těchto osobností jsou uvedeny v Tabulce.

Drexler věří v reálnost molekulárních asemblerů, tedy nanostrojů, které provedou chemickou syntézu komplexních struktur pomocí mechanické manipulace reaktivních molekul. Předpovídá, že zavedení asemblerů totálně změní svět, neboť povede k rozvoji tzv. molekulárního „strojírenství“, které umožní sestavit cokoliv s absolutní přesností a bez kontaminace prostředí. Jeho myšlenky jdou dokonce tak daleko, že hovoří o přiblížení se nesmrtelnosti a následné „kolonizaci“ sluneční soustavy. Na druhé straně rozvíjí myšlenku, že samokopírující se asemblery a myslící stroje („nanoboty“) mohou být v principu nebezpečné pro člověka a život na Zemi („Engines of Destruction“ vedoucí k devastaci Země v pustinu – tzv. Grey Goo).

Naproti tomu Richard Smalley vznáší řadu vědeckých námitek. Říká především, že chemie komplexních systémů nemůže být uskutečňována jednoduše „mačkáním“ dvou molekulárních systémů dohromady. Pro chemickou syntézu jsou nezbytné enzymatické látky na konci „ramen“ molekulárních robotických asemblerů (katalyzátory) a z tohoto důvodu je nutné, aby pracovaly v kapalném prostředí (tj. ve vodě v případě enzymů, což zužuje okruh možných materiálů pouze na biologické látky). Kromě toho vytýká svému oponentu, že spekulace o potenciálním nebezpečí nanotechnologií ohrožují jejich podporu ze

K. Eric Drexler	Richard E. Smalley
	
1991 – PhD na MIT (Molekulární nanotechnologie) Zakladatel „Foresight“ institutu, Palo Alto (pomoc společnosti při přípravě na přicházející technickou revoluci) Knihy: 1986 – Engines of Creation: The coming era of Nanotechnology 1992 – Nanosystems: Molecular Machinery, Manufacturing, and Computation	Profesor chemie, fyziky a astronomie na Rice University 1996 – Nobelova cena za chemii (objev fulerénů – C60). Výzkum uhlíkových nanotrubic

strany společnosti. To dokumentuje jeho následující text adresovaný Eriku Draxlerovi, který pro zachování autentičnosti a působivosti je uveden v angličtině [13]:

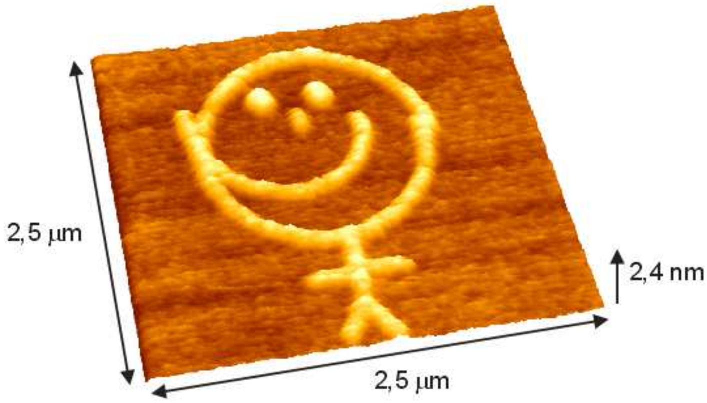
„. . . You and people around you have scared our children. I don't expect you to stop, but I hope others in the chemical community will join with me in turning on the light, and showing our children that, while our future in the real world will be challenging and there are real risks, ***there will be no such monstres as the self-replicating mechanical nanobot of your dreams***.“

V současné době se zdá, že počáteční okouzlení nanotechnologiemi začíná opadávat a na možnosti tohoto perspektivního oboru se začínáme dívat očima současných možností a tedy více realističtěji. Je nutné si uvědomit, že v oblasti nanotechnologií probíhá především laboratorní výzkum a že počet aplikací nanotechnologií v pravém slova smyslu je stále ještě malý. Uvádí se, že v roce 2004 pracovalo v USA zhruba 800 firem a organizací v oblasti nanotechnologií, z toho však existovalo pouze 130 různých nano-produktů na trhu. Mezi typické výrobky patří např. nanokrystalické katalyzátory (Exxonmobil), magnetická záznamová média (IBM), léky (Gilead Sciences), uhlíkové nanotrubice (Carbon Nanotechnologies) a nanokrystalické prášky pro zlepšení mechanických vlastností výrobků (pneumatik, lyží aj.). Očekává se však, že situace se bude dramaticky měnit ve prospěch nanotechnologických výrobků, neboť výrazně rostou investice firem do tohoto oboru. Zatímco firmy v USA investovaly v roce 1993 do nanotechnologií 300 miliónů USD, v roce 2012 to již bude podle vlády USA jeden bilión USD.

5. Jsou nanotechnologie a jejich produkty nebezpečné?

Je nesporné, že utopistické představy o nanotechnologiích i úvahy o samoreprodukujících se nanobotech, jakož i jiné skutečnosti, navodily ve společnosti určitý strach z nanotechnologií. Situace zašla až tak daleko, že Královská učená společnost a Královská akademie pro inženýrství ve Velké Británií vydaly v srpnu 2004 rozsáhlou zprávu posuzující nebezpečnost nanotechnologií [14]. Zpráva konstatuje, že není potřeba zakládat novou komisi pro dohled nad nanotechnologiemi, jak bylo požadováno některými iniciativami, a že neexistuje reálné nebezpečí od samokopírujících se nano-robotů a „Grey Goo“. Na druhé straně však zdůrazňuje, že je nutné testovat vyšší toxicitu nanočástic a nanodrátů, neboť je nesporné, že mají vysokou schopnost pronikat lidským organizmem a reagovat s buňkami.

Přestože zpráva vyznívá celkem příznivě ve prospěch nanotechnologií, nesmí být otázka možných, byť iracionálních obav společnosti z nebezpečí nanotechnologií podceňována. Mohl by je tak postihnout podobný osud jako v případě nukleární energie a biotechnologií (geneticky modifikované potraviny). Jedním z receptů, jak zamezit strachu společnosti typickému pro jiné pokročilé technologie, je kvalitní informovanost společnosti a opatrný přístup při uplatňování nanotechnologií od samého počátku. Je rovněž žádoucí ukazovat i přívětivější povahové vlastnosti nanobotů, a ne pouze jejich možné destruktivní rysy. Na obrázku 2 je proto ukázán sympatický a velmi oblíbený nanobot naší laboratoře vzniklý použitím mikroskopu AFM na substrátu Si.



Obr. 2: Nanobot s převážně pozitivními povahovými vlastnostmi.

Literatura

[1] http://www.nano.gov/

[2] http://www.smalltimes.com/document_display.cfm?document_id=7035

[3] Science 304, 5678 (18 June 2004), p. 1732 - 1734.

[4] Stix G.: *Little Big Science.* Nanotech, Scientific American, spec. vydání, září 2001.

[5] www.its.caltech.edu/ feynman

[6] Šikola T.: *Nanotechnologie – vize či skutečnost?* Čes. čas. fyz. 2 (2003), str. 70 – 74.

[7] Barnes W. L., Dereux A. and Ebbesen T. W., NATURE 424: 824, AUG 14 2003.

[8] Raether H.: *Surface Plasmons.* Springer Tracts in Modern Physics, Springer-Verlag, Berlin, 1988.

[9] Maier S. A., Brongersma M. L., Kik P. G., Meltzer S., Requicha A. A. G., and Atwater H. A., Adv. Mat., 13 (19), 2001, p. 1501.

[10] Brongersma M. L., http://stanford.edu/profiles/profile_infotech_brngrs.html

[11] Mühlschlegel P., Eisler H. - J., Martin O. J. F., Hecht B., Pohl D. W., Science, 308, 2005, 1607.

[12] http://www.rp-photonics.com/supercontinuum_generation.html

[13] http://pubs.acs.org/cen/coverstory

[14] www.nanotec.org.uk

HISTORIE A PERSPEKTIVY FOTOVOLTAICKÝCH ČLÁNKŮ PRO VYUŽITÍ SLUNEČNÍ ENERGIE

Antonín Fejfar

Začátek doby sluneční

S dostatečným odstupem je možné, že doba, ve které žijeme, bude označována za začátek „doby sluneční“. Ostatně, lidská civilizace ani nemá jinou možnost, protože zásoby fosilních paliv jsou omezené a při současném tempu spotřeby se vyčerpají nejdéle za několik století [1]. Naštěstí máme k dispozici víc než dostatek energie ve formě slunečního svitu. Za jeden rok dopadne na povrch Země více energie ze Slunce, než je naakumulováno ve všech zásobách fosilních paliv. Pro srovnání: na výrobu celosvětové spotřeby elektřiny by stačila sluneční elektrárna z dnes vyráběných článků pokrývající poušť Gobi mezi Čínou a Mongolskem [2], tedy s využitím asi 10% plochy světových pouští. I energeticky nejnáročnější zemi světa (USA) by stačilo k výrobě veškeré elektřiny méně plochy, než je celková plocha tamních dálnic. Sluneční energie je tedy dostatek, problém je „pouze“ v tom, jak tuto energii využít. K tomu směřuje rychle se rozvíjející fotovoltaický průmysl.

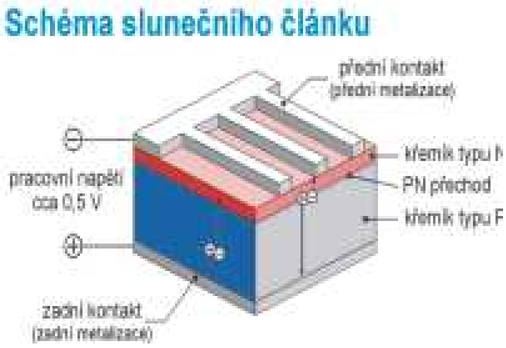
Na tento rok připadá padesátileté výročí od ohlášení prvního skutečně použitelného slunečního článku, který připravili v Bellových laboratořích D. Chapin, C. Fuller a G. Pearson [3]. Chapin byl pově-

řen úkolem vyřešit problém s bateriemi, které v telefonních systémech v tropech až příliš často selhávaly. Zkoušel mimo jiné i tehdy dostupné selénové sluneční články, které ale měly mizivou účinnost 0.5%. Jeho kolegové Fuller a Pearson experimentovali s křemíkovými diodami a všimli si i jejich chování při osvětlení. V roce 1953 použili arsénem dopovanou tenkou destičku křemíku, ve které vytvořili bórem PN přechod – a první křemíkový sluneční článek s účinností 6% byl na světě! Bellova společnost potom 25. dubna 1954 na tiskové konferenci ohlásila Bellovu sluneční baterii a v duchu pravé americké show byl v Centrálním parku v New Yorku předváděn radiopřijímač napájený solárním panelem.

Dnes je fotovoltaický průmysl hi-tec obor s ročním obratem 3,5 miliardy dolarů, který v roce 2003 vyrobil články o kapacitě 742 MWp[1], tedy o celkové ploše asi 7,5 km^2 [4]. Výroba slunečních článků rostla za posledních pět let v průměru o 40% ročně [5]. Tento růst je zatím založen především na podpůrných programech, protože elektřina ze slunečních článků je dosud několikanásobně dražší než z klasických zdrojů, ale lze očekávat, že v horizontu 20 – 30 let se ceny vyrovnají. Světová výrobní kapacita v roce 2030 může dosáhnout 100 GWp ročně [5, 6].

Dominantní roli přitom hrají články z krystalického křemíku, které se na produkci podílejí téměř 90%. Jejich princip je přitom prakticky shodný s prvním článkem z roku 1954, který měřil pouhé 2 cm^2 a při účinnosti 6% poskytoval maximální výkon asi 10 mW.

[1]Wp (z anglického watt-peak) je špičkový výkon fotovoltaického článku při standardních podmínkách, tj. za jasného dne v poledne.



Předchůdci

Historie snah o využití sluneční energie je samozřejmě daleko starší. Slunce je doslova zdrojem energie všeho pozemského života, a tak má svou roli v našem podvědomí i v naší mytologii. Fotosyntetická přeměna sluneční energie je základem života a lidé využívají sluneční energii od pradávna.

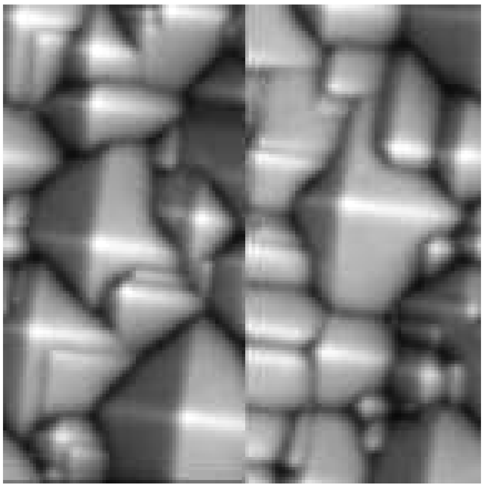
Nejstarší zaznamenané přímé využití sluneční energie je z roku 212 př. n. l., kdy Archimédés soustředil sluneční světlo zrcadly, aby zapálil římské lodě. Na světové výstavě v Paříži v roce 1878 profesor lycea v Tours Augustine Bernard Mouchot demonstroval ohřev vody parabolickým zrcadlem o průměru 6 m a vzniklou parou poháněl parní stroj – a dokonce předpověděl pyrolýzu vody a vodíkové hospodářství. První pozorování fotoelektrického jevu zaznamenal Edmond Becquerel v roce 1839, a to v elektrolytech. Fotoelektrický jev v selenu objevili v roce 1869 Smith, Adams a Day a v roce 1883 C. E. Fritts v New Yorku předvedl první selenový sluneční článek. Objasnění vnějšího fotoelektrického jevu podal A. Einstein (a dostal za ně Nobelovu cenu v roce 1921). Klíčovým byl i technologický objev růstu polovodičových krystalů polského vědce Czochralského v roce 1918 a rozvoj polovodičové elektroniky v polovině dvacátého století. Ostatně tvůrci prvního křemíkového článku v Bellových laboratořích využili znalostí z vynálezu tranzistoru, který učinili jejich kolegové Schockley, Bardeen a Brattain v roce 1947.

Bellovská solární baterie poháněla i první americkou družici Vanguard 1 v roce 1958 a dnes jsou sluneční články nejpoužívanějším zdrojem energie pro kosmickou techniku. Nalezly i celou řadu použití na zemi. Uveďme jen několik příkladů. V současné době žije na světě přes dvě miliardy lidí bez přístupu k rozvodné síti a sluneční články jsou mnohdy jedinou možností elektrifikace. Sluneční chladničky tak např. umožnily rozvoj očkovacích programů v Africe. Elektrifikace míst odlehlých od sítě se ale používá i v rozvinutých zemích – např. ve Skandinávii je více než 100 tis. letních chat napájeno malými fotovoltaickými systémy. Sluneční články pohánějí řadu zařízení drobné elektroniky okolo nás – parkovací automaty, dopravní značky, zahradní lampy, kalkulačky atd. Pokročilé sluneční články poháněly bezpilotní letoun Helios v rámci projektu NASA, který v roce 2001 dosáhl výškového rekordu 29,4 km. Každoročně se konají závody slu-

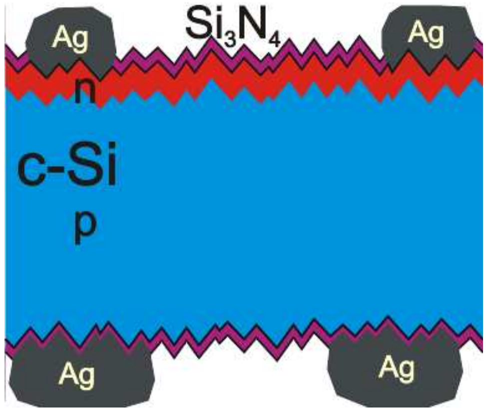
nečních automobilů, které už dosahují takových rychlostí, že si bohužel při nehodách již vyžádaly lidské životy. Sluneční články se stávají součástí architektury, zejména při návrzích nízkoenergetických domů. O slunečních elektrárnách jako součásti energetické sítě se vážně uvažuje od ropné krize v 70. letech 20. století.

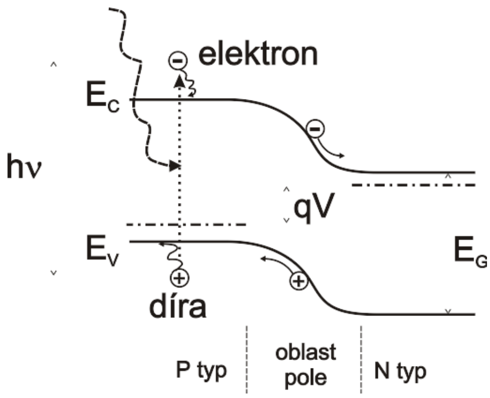
Přesto, pokud bychom měli najít milník označující počátek úspěšného využívání sluneční energie, byl by to první článek z Bellových laboratoří z roku 1954. Zajímavé je, že tento článek se zachoval, a přestože nemá žádné ochranné pouzdro, dosud funguje, byť jeho účinnost se snížila na pouhá 1.5%. Jeho o rok mladší kolega z roku 1955, který již byl zapouzdřen, se může po 49 letech dosud pochlubit účinností 5.1% [3]. Dochoval se dokonce i první sluneční panel – ten, který v roce 1954 poháněl radiopřijímač v Central Parku [7].

Princip slunečních článků



Dnes vyráběné články jsou z 90% založené na krystalickém křemíku a mívají účinnost okolo 12 – 18%. To nevypadá zvlášť působivě a skutečně to působí problémy. Sluneční světlo je zdroj energie o malé výkonové hustotě, a tak je nepříjemné, že z něho umíme využít jen tak malou část. Druhý zdroj problémů je v tom, že výroba samotných článků je náročná na energii – a tak trvá poměrně dlouho, než článek vrátí energii, kterou jsme na jeho výrobu spotřebovali. Abychom lépe rozuměli, proč je účinnost tak malá, potřebujeme si zopakovat princip energetické přeměny ve slunečních článcích. Stojí ale za to připomenutí, že účinnost přeměny energie při fotosyntéze je ještě daleko nižší, většinou méně než 1%, a přesto to stačí pro život planety. V tomto směru tedy člověk přírodu daleko překonal.





Pro přeměnu sluneční energie na elektřinu jsou podstatné dva kroky: 1) absorbce, při které se energie fotonu využije k vytvoření kladných a záporných nábojů, a 2) rozdělení nábojů a následný sběr na kladnou a zápornou elektrodu. Polovodičové sluneční články absorbují fotony o energii větší než je šířka zakázaného pásu EG za vzniku záporných volných elektronů a kladných děr, které se rozdělují vnitřním polem v PN přechodu. Základní omezení na účinnost slunečních článků plyne z toho, že sluneční světlo je bílé, tedy obsahuje fotony o nejrůznějších energiích. Fotony s energií menší než je šířka zakázaného pásu EG jsou pro přeměnu ztraceny, protože se nemohou absorbovat. Fotony s energií větší než EG se absorbují snadno, jenže vzniklý elektron a díra rychle relaxují k okrajům zakázaného pásu, takže pro přeměnu je využitelná pouze energie EG a zbývající energie se velmi rychle změní na teplo. Z tohoto faktu a ze složení slunečního spektra plyne základní omezení pro dosažitelnou účinnost přeměny, která je pro křemík se zakázaným pásem 1.14 eV, přibližně 26%. Ve výzkumných laboratořích byly již připraveny velmi pokročilé křemíkové články s účinností 24,7%, která se teoretickému limitu velmi blíží, ty se ale pro svou náročnost nehodí pro masovou výrobu [8].

Pro fotovoltaickou přeměnu by se lépe hodil polovodič se zakázaným pásem 1.6 – 1.7 eV, kde teoreticky dosažitelná účinnost dosahuje 37%, a skutečně se i vyrábějí sluneční články s účinností přes 30% např. z galium arsenidu, jenže vysoká cena omezuje jejich použití pouze na satelitní techniku.

Jsou i další způsoby, jak základní limit obejít a dosáhnout vyšší účinnosti: např. využitím koncentrátorů slunečního světla zrcadly či čočkami. Nicméně zvýšení účinnosti slunečního článku samo o sobě nemusí být přínosem. Další podstatnou charakteristikou článků je doba jejich energetické návratnosti, tedy doba, za kterou článek vyrobí energii potřebnou pro jeho vlastní přípravu.

Křemík je sice druhý nejhojnější prvek v zemské kůře, jenže je silně reaktivní a vyskytuje se především v různých oxidech. Navíc ho pro sluneční články potřebujeme ve velmi čisté podobě. Z kroků přípravy křemíkových článků je jasné, že se jedná o energeticky náročné pro-

cesy, a tak doba návratnosti soudobých křemíkových článků mezi 4 až 5 roky je vlastně velkým úspěchem. Výrobní firmy prodávají články se zárukou obvykle 20 až 30 roků, takže články se energeticky „vyplatí“, ale přesto se stále intenzivně pracuje na článcích s energeticky méně náročnou výrobou. Zdaleka největší část energie se přitom spotřebuje na výrobu samotných křemíkových desek článků. Desky o tloušťce typicky 0.3 mm se řežou drátovými pilami z krystalů, jejichž růst vyžaduje vysoké teploty po dlouhou dobu. Existuje i jednodušší postup, kdy se desky řežou z odlévaných polykrystalů, jenže hranice mezi zrny snižují účinnost přeměny, a tak je doba energetické návratnosti téměř stejná.

Další generace slunečních článků

Nabízí se především možnost použít tenčí desky křemíku – nicméně pro články z řezaných desek to není snadné. Desky tenčí než 0,1 mm se ve výrobě ohýbají a praskají, a navíc ztráty na prořezu, určené pevností drátu pily, se zmenšit již nedají. Krystalický křemík také poměrně slabě absorbuje světlo a tak tenčí desky začínají být pro světlo průhledné.

Místo krystalického křemíku se od 70. let 20. století rozvíjely články, které používají tenkou vrstvu amorfního křemíku nanášenou na skleněnou podložku. Amorfní křemík velmi dobře absorbuje světlo a pro článek stačí tloušťka méně než jedné tisíciny milimetru. Amorfní křemík ale také hůře vede proud, a tak díky horšímu sběru fotogenerovaných nábojů je výsledná účinnost článků nejvýše 10%. Nicméně díky víc než stokrát menší potřebě křemíku je energetická návratnost tenkovrstvých článků podstatně rychlejší – pohybuje se okolo jednoho roku. Existují také jiné polovodiče, které se dají připravit jako tenké vrstvy a které dovolují dosáhnout vyšší účinnosti. Jejich nevýhodou ale je, že mnohdy obsahují jedovaté prvky těžkých kovů nebo prvky dostupné jen v omezených množstvích. Nakonec se zdá, že i v oboru slunečních článků platí nepsané pravidlo polovodičových technologů: pokud to jde udělat z křemíku, bude to z křemíku.

Tenkovrstvé články se někdy označují jako články druhé generace. Očekávalo se, že tenkovrstvé články budou levnější než deskové články, nicméně k jejich přípravě jsou potřeba drahé vakuové aparatury, a tak zatím v soutěži s deskovými články zaostávají.

Kromě toho se zkoumají i zcela nové možnosti, které by umožnily buď vyrábět články podstatně levněji, např. využitím organických polovodičů, nebo články založené na odlišných principech, které by dovolily obejít omezení polovodičových článků. Příkladem by mohly být Grätzelovy cely, které využívají fotoelektrického jevu v elektrochemických článcích s absorbcí na organických barvivech podobných těm, které jsou základem fotosyntézy. Jinou možností je využití vícenásobných tenkovrstvých článků, článků využívajících nanotechnologií, využití termofotovoltaiky atd. Označují se někdy jako články třetí generace, ale praktické zkušenosti s těmito články zatím povětšinou neexistují.

Budoucnost slunečních článků

Přes velké dosavadní úspěchy fotovoltaiky není budoucnost sluneční energetiky jasná. Dosavadní podíl slunečních článků na výrobě elektřiny je mizivý ($< 0.01\%$) . I při zachování dosavadního tempa růstu o 30% ročně by produkce slunečních článků dosáhla v roce 2030 řádu stovek GWp. Jedná se o špičkový výkon, produkce by tedy odpovídala instalaci desítek GW klasických elektráren. Vzhledem k tempu růstu výroby elektřiny by lidská civilizace i v takovém případě stále ještě musela přidávat i klasické elektrárny (ať už tepelné či jaderné). Navíc je třeba si uvědomit, že podle tohoto scénáře by příspěvek slunečních článků k bilanci skleníkových plynů byl negativní, a to i přesto, že výroba elektřiny ze slunečních článků samozřejmě žádné CO_2 neprodukuje. Důvod je znovu v energetické náročnosti výroby slunečních článků: při současném tempu růstu výroby celkově nainstalovaný výkon slunečních článků ani nestačí pokrývat energii potřebnou pro výrobu nových článků.

Přitom udržení dosavadního tempa růstu může narážet i na technické bariéry. Fotovoltaický průmysl dlouhou dobu mohl čerpat z technologického zázemí výroby polovodičové elektroniky. Teprve nedávno překročil objem křemíku potřebný pro sluneční články objem používaný pro výrobu integrovaných obvodů. Přitom investice do výroby křemíku polovodičové čistoty je investičně mimořádně náročná a sluneční články zatím ani zdaleka nejsou ziskové.

V úvodu jsme řekli, že sluneční energie by snadno stačila k pokrytí energetických potřeb lidstva, ale postupně jsme si ukázali, že přechod na sluneční energetiku nemůže být ani snadný, ani rychlý. Navíc – i kdybychom dokázali vyrobit a instalovat dostatek slunečních článků, nemůžeme jich do rozvodných sítí v současné podobě zapojit více než asi 20% výkonu, aniž bychom navíc nalezli způsob, jak akumulovat energii z tohoto nestabilního zdroje.

Připusťme, že je těžké předpovídat budoucí vývoj ve chvíli, kdy je fotovoltaický průmysl v samých počátcích. Počátkem 20. století, před nástupem pásové výroby automobilů, si také jistě nikdo neuměl snadno představit, že jednoho dne auta budou překážet na všech chodnících, že budou existovat dálnice, a i ty budou auty ucpané.

Na konec této diskuse jsme si ponechali otázku ceny. V dnešní situaci nemůže elektřina ze slunečních článků konkurovat klasickým zdrojům. Výrobní cena jedné fotovoltaické kWh je několikanásobně dražší než z tepelných nebo jaderných elektráren. Nebýt podpůrných programů bohatých států (EU, Japonska a USA), současný rozkvět fotovoltaiky by se prostě nekonal.

Proč se tedy vlastně sluneční energii přikládá taková důležitost? Myslím, že pro to jsou dobré důvody hned v několika směrech.

1. Je to jediný zdroj nevyčerpatelné energie s dostatečnou kapacitou. Všechny ostatní zdroje obnovitelných energií (vodní, větrné, přílivové, geotermální, biomasy) prostě nemohou stačit na pokrytí potřeb lidské civilizace v současném rozsahu [9].

2. Cena energie zatím zřejmě neodráží skutečné náklady na její používání [10]. Uveďme jen několik příkladů. Náklady na obnovu zničených lesů Jizerských hor neplatili spotřebitelé proudu z tepelných elektráren produkujících kyselé zplodiny. Méně zřejmé jsou škody na úrodě zemědělských plodin, korozi či zdraví obyvatel. Vojenské náklady USA spojené s přítomností na Blízkém východě byly v roce 1991, tedy před oběma válkami v Íráku, odhadnuty na nejméně 10 dolarů na barel [10]. Zatím nemáme ani zdání, jaké náklady může přinést změna klimatu, kterou zřejmě spálení fosilních paliv může vyvolat. Je jasné, že pokud by tyto náklady byly započteny do ceny energií pro spotřebitele, budeme energií daleko více šetřit – a také, že srovnání nákladů na sluneční články s klasickými zdroji dopadne úplně jinak.

3. Poslední důvod je zřejmě základní: zdá se, že lidé energii ze slunečních článků prostě chtějí. Lidé si instalují sluneční články na střechy svých domů, přestože je to finančně nevýhodné. V zemích s liberalizovaným energetickým trhem lidé preferují výrobce, kteří se snaží zvyšovat podíl obnovitelných energií ve svém portfoliu. Zdá se, že se v nás ozývá naše vrozená touha po slunci

– že sluneční energetika je nejen jedinou dlouhodobou možností, kterou máme, ale také, že se nám prostě líbí.

Literatura

[1] BP Statistical Review of World Energy. June 2004.
[2] Kurokawa K.: *Energy from the Desert.* James & James, London 2003.
[3] Perlin J., Kazmerski L.: *Good As Gold – The Silicon Solar Cell Turns 50.* Solar Today.
[4] Marketbuzz: Annual World Solar Photovoltaic Market 2004.
[5] Jäger-Waldau A.: *PV Status Report 2003.* European Comission, DG JRC, Ispra, Italy 2003.
[6] New Energy Development Organization, Advanced PV generation programme, Japan 2001.
[7] Kazmerski L.: National Renewable Energy Laboratory, osobní sdělení.
[8] Green M., University of New South Wales, Australia, http://www.pv.unsw.edu.au
[9] United Nations Development Programme, http://www.undp.org/seed/eap/activities/wea/index.html
[5] Hubbard H. M.: *The Real Costs of Energy.* Scientific American April 1991, str. 18.

TURBODIDAKTIKA

Doc. Arne Vrbský[1]

Touha reformovat školství je stará jak školství samo. Lze říci, že pojmy školství a reforma školství tvoří nerozlučnou dvojici. Občané, kteří školské reformy připravují, se nazývají reformátoři. Někteří z nich dokonce krátce učili na základní nebo střední škole. Proti nim stojí učitelé, kteří po reformě moc netouží, což je problém. Řada učitelů, zejména ti, kteří mají do důchodu pět a méně let, je dokonce proti jakýmkoliv reformám a těší se na zasloužený odpočinek. V současné době se blankytně modré nebe českého školství zatahuje reformními mráčky a učitelská obec zahájila nákup nepromokavých plášťů a deštníků, aby je očekávaný reformní déšť zasáhl co nejméně. Reformátoři tak mají proti sobě silného soupeře a musí se velmi snažit, aby dosáhli aspoň částečného úspěchu. Když dojdou věcné argumenty, použijí se zahraniční zkušenosti. To má však jistá úskalí, protože v zahraničí je situace prakticky stejná jako u nás, také tam jsou učitelé, kteří se těší na důchod a také tam mají problémy s výsledky vzdělávání svých žáků. Oblíbené jsou rovněž různé výzkumy, které na základě zkoumání menšího počtu žáků v různých zemích publikují dalekosáhlé závěry. Statistika je mocná čarodějka, ty grafy jsou tak pěkné, zejména, když jsou navíc barevné. Také dualismus „staré pojetí – nové pojetí“ má stále řadu zastánců. Nesmí se však zapomínat, že tzv. nové pojetí je budoucí staré pojetí. V předposlední fázi vstupují do hry různé výzvy, včetně výzev oslovujících celý národ. Všichni přece chodili do školy a tak jsou jistě kompetentní se ke školství fundovaně vyjadřovat. Pokud by podobná výzva došla naplnění, což je nemyslitelné, bylo by možné formulovat názor českého národa na školství. Nakonec vstoupí do hry politici, kteří předložené dokumenty od reformátorů přečtou třikrát v parlamentu a reforma je na světě.

V této souvislosti bych rád připomněl léta 1848 – 1948. Přes velké úsilí refomátorů se podařilo uskutečnit v tomto období dvě významnější reformy. V roce 1849 to byla Bonitz-Exnerova reforma „Entwurf

[1]Doc. Arne Vrbský je velmi „podobný“ RNDr. Dagovi Hrubému, řediteli Gymnázia Jevíčko. Tento článek byl také otištěn v časopise *Učitel matematiky* **12**, **13** (2004 – 2005) v rubrice „Rekreace“, str. 121, 251, 60, 124.

der Organization der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich“ (Nástin organizace gymnázií a reálek v Rakousku) a v roce 1908 Marchetova reforma. To nám tak vychází jedna reforma za padesát let. Co se ovšem dělo ve školství po roce 1948, nemá obdoby snad v žádné jiné zemi. Jedna reforma stíhala druhou. Oblíbené bylo zejména měnit délku docházky do základní školy z devíti na osm let a naopak. Čeští učitelé však jsou nezničitelní a vůči reformám značně imunní. Nakonec všechno prežili. Kdo učil dobře, učí dobře dál, kdo učil špatně, učí špatně také dál. Dětem emigrantů jak po roce 1948, tak po roce 1968 se dostalo v rodné zemi dobrého vzdělání a na zahraničních školách dosahovali dobrých studijních výsledků.

Cílem tohoto článku však není neplodná polemika o školských reformách. Každý totiž využívá nabyté svobody, co člověk to jiný názor. Nalezení společného tématu a shody je prakticky nemožné. Věnujme se proto dále zcela konkrétnímu příspěvku z oblasti moderní pedagogiky, kterým je *Turbodidaktika,* ve zkratce TDi. I když první práce, které formulovaly principy TDi, vznikly na Zemědělské akademii v Gruenfeldu, SRN, kořeny TDi jsou v České republice. Tvůrcem TDi je totiž český emigrant z roku 1948, docent FF UK doc. René Vrbský, který ze zdravotních důvodů ukončil v roce 1970 veškerou vědeckou činnost (Dg.: NKM) Snad dílem štěstěny se stalo, že na výsledky práce doc. René Vrbského mohl již v roce 1970 navázat jeho synovec Arne, rovněž emigrant, ale z roku 1969, autor tohoto článku. Tyto, pro některé čtenáře snad nadbytečné informace uvádím pouze proto, že mezi pedagogy dochází občas k záměně našich jmen a vznikají tak nejasnosti kolem autorství některých prací z oblasti TDi. Na základě požadavku redakční rady časopisu „Učitel matematiky“ se nebudu dále zabývat obecnými principy TDi, ale uvedu konkrétní případ užití TDi při řešení některých algebraických rovnic.

Řešení kvadratických rovnic metodou Tdi

Základem našich úvah je jedna z nejvýznamnějších vět v této oblasti, která je v literatuře uváděna většinou pod názvem *Kvadratická věta.* Tuto větu vyslovil a dokázal v roce 1960 René Vrbský. Její důkaz je ukázkou hlubokých matematických znalostí René Vrbského a je mezi matematiky stále oceňován. Škoda, že nedošlo k dohodě s redakční radou časopisu „Učitel matematiky“, která odmítla důkaz publikovat v rámci tohoto článku.

Vyjádření výkonného redaktora doc. Eduarda Fuchse. *Je pravda, že součástí příspěvku doc. Vrbského byl i důkaz Kvadratické věty. Jde o náročný matematický text rozsahu 10 stran, doručený do redakce 15. 4. 2003. Redakční radu důkaz velice zaujal, člena redakční rady doc. Jindřicha Bečváře natolik, že musel vyhledat odbornou lékařskou pomoc. Po zralé úvaze bylo rozhodnuto důkaz nepublikovat, i vzhledem k jeho rozsahu, a oznámit tuto okolnost telefonicky doc. Vrbskému do Gruenfeldu. V následném hodinovém telefonickém hovoru reagoval doc. Vrbský na návrhy redakční rady velmi podrážděně a dožadoval se publikování důkazu. Nakonec byla domluvena schůzka členů redakční rady a doc. Vrbského. Na této schůzce, která proběhla ve Vídni dne 23. 6. 2003 a které se za redakční radu nezúčastnil doc. Jindřich Bečvář z důvodu pokračující hospitalizace na Mentálním ústavu University Karlovy v Praze, souhlasil nakonec doc. Vrbský s tím, že důkaz publikován nebude. Uznal argument, že čtenáři našeho časopisu jsou především učitelé, a tedy nikoliv odborní matematici.*

• **Kvadratická věta.**

$$\forall x \in R\colon x^2 = x \cdot x$$

Je s podivem, že věta byla objevena až v roce 1960. Opět se potvrdilo, že v jednoduchosti je krása. Pro naše potřeby jsou však důležité důsledky Kvadratické věty, které byly publikovány v roce 1975 autorem tohoto článku. Jedná se o multiplikativní kanonické rozklady, všeobecně známé pod označením $MUROKAP$ a $MUROKAN$.

• **MUROKAP** – multiplikativní rozklad kanonický, pozitivní

$$1 = 1 \cdot 1$$

Důkaz:
Dosadíme-li do kvadratické věty $x = 1$, dostáváme ihned $1 = 1 \cdot 1$, což bylo dokázat.

• **MUROKAN** – multiplikativní rozklad kanonický, negativní

$$1 = (-1) \cdot (-1)$$

Důkaz:
Dosadíme-li do kvadratické věty $x = -1$, dostáváme ihned
$1 = (-1) \cdot (-1)$, což bylo dokázat.

Rád bych upozornil zájemce o tuto problematiku z řad učitelů, aby před řešením příkladů věnovali skutečně velkou pozornost procvičení Kvadratické věty. Doporučuji zadat žákům za domácí cvičení stokrát opsat Kvadratickou větu a potom žáky stokrát vyzkoušet. Pokud zjistíme, že ne všichni jsou si jisti, zadáme opět stokrát Kvadratickou větu opsat. Tentokrát ne v tvaru $x^2 = x \cdot x$, ale v tvaru $x \cdot x = x^2$. Pokud i po tomto druhém cvičení budou zjištěny nedostatky, doporučuji učitelům příklady neřešit, popř. změnit povolání. Předpokládejme nyní, že všichni Kvadratickou větu zvládli, a pusťme se již do řešení příkladů.

Příklad 1

V R řešte rovnici $x^2 = 1$.
Řešení:
a) Z Kvadratické věty a Murokapu ihned plyne

$$x \cdot x = 1 \cdot 1$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $x = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně x a na pravé straně 1, dostáváme okamžitě kořen $x = 1$. Lze tedy psáti $K_1 = \{1\}$.
b) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$x \cdot x = (-1) \cdot (-1)$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $x = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně x a na pravé straně -1, dostáváme okamžitě kořen $x = -1$. Lze tedy psáti $K_2 = \{-1\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-1; 1\}$$

Příklad 2

V R řešte rovnici $x^2 = 2$.

Řešení:

V tomto případě se zdá, že Kvadratickou větu nelze použít a tím také Murokap a Murokan. Stačí ovšem použít substituci: $x = \sqrt{2}\,y$ a je jasno. Po dosazení ihned dostáváme $(\sqrt{2}\,y)^2 = 2$ a tedy $y^2 = 1$.

a) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = 1 \cdot 1$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně 1, dostáváme okamžitě kořen $y = 1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $x = \sqrt{2}\,y = \sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$. Lze tedy psáti $K_1 = \{\sqrt{2}\}$.

b) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = (-1) \cdot (-1)$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně -1, dostáváme okamžitě kořen $y = -1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $x = \sqrt{2}\,y = \sqrt{2} \cdot (-1) = -\sqrt{2}$. Lze tedy psáti $K_2 = \{-\sqrt{2}\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$$

Příklad 3

V R řešte rovnici $x^2 + x = 2$.

Řešení:

V tomto případě se zdá, že Kvadratickou větu nelze použít a tím také Murokap a Murokan. Stačí ovšem provést drobné úpravy, použít vhodné substituce a bude jasno. Zřejmě platí:

$$\begin{aligned} x^2 + x &= 2 \\ \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4}\\ \frac{4}{9}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 &= 1\end{aligned}$$

Nyní použijeme substituci: $y = \frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)$ a je jasno. Po dosazení ihned dostáváme $y^2 = 1$.
a) Z Kvadraticke věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = 1 \cdot 1.$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně 1, dostáváme okamžitě kořen $y = 1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $1 = \frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)$. Odtud pak po úpravách je $x = 1$. Lze tedy psáti $K_1 = \{1\}$.
b) Z Kvadraticke věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = (-1) \cdot (-1).$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně -1, dostáváme okamžitě kořen $y = -1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $-1 = \frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)$. Odtud pak po úpravách je $x = -2$.

Lze tedy psáti $K_2 = \{-2\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-2; 1\}$$

Pečlivému čtenáři snad neuniklo, že problém řešení kvadratických rovnic je zde plně vyřešen. Všechny řešitelné kvadratické rovnice se dají převést na jeden z předcházejících příkladů. Rovnice, které nemají řešení, neřešíme. To je snad jasné. Z tradičních metod je zde použito promyšlené opakování textu při rozboru jednotlivých příkladů. Zcela netradiční, a tedy moderní, je použití Kvadratické věty, Murakapu a Murokanu při řešení elementárních úloh školské matematiky. Domnívám se, že Kvadratická věta, Murokap a Murokan mohou sehrát významnou úlohu při tvorbě Školních vzdělávacích programů po schválení Školského zákona. Je pravda, že můj pohled na reformní snahy v ČR ze sousední země může být zkreslený, moje kontakty jsou omezené. Z druhé strany je třeba poznamenat, že výše uvedené moderní postupy jsou u nás v Bavorsku už standardem.

Užití kvadratické věty v geometrii

I když to na první pohled není zřejmé, má kvadratická věta významné užití také v geometrii.
Geometrické interpretace KV:

a) **Obsah čtverce.** Položíme-li v KV $x^2 = S, x = a$, dostáváme ihned

$$S = a \cdot a.$$

V dobře vedené třídě již v tuto chvíli zaznamenáme u některých žáků jisté vzrušení. TDi označuje tuto „atmosféru očekávání“ jako Schuelerwartung. Je téměř jisté, že se najde aspoň jeden žák, který v tuto chvíli navrhne použít KV ještě jednou. Skutečně, aplikujeme-li ještě jednou KV, vidíme zřejmý vztah $a \cdot a = a^2$ a konečně můžeme psáti

$$S = a^2.$$

Někteří bystří žáci poznají po chvíli, že se jedná o obsah čtverce o straně délky a.
Celý výše uvedený myšlenkový proces má ovšem hlubší souvislosti. Na vztah $S = a \cdot a$ se můžeme dívat jako na *preformu* nebo také *latentní* formu vztahu $S = a^2$. Učitel by měl znát příčiny tohoto kreativního zdvihu od formy $S = a \cdot a$ k formě $S = a^2$. Zde se TDi střetává s psychologií učení, což je v souladu s moderním pojetím didaktiky matematiky. Není snad třeba zdůrazňovat, že bez znalosti psychologických procesu nelze v didaktice matematiky zaujímat fundovaná stanoviska.

b) **Obsah obdélníku.** Podobně jako výše, položíme-li v KV $x^2 = S, x = a, x = b$, dostáváme ihned

$$S = a \cdot b.$$

V tomto případě není již nutné použít KV ještě jednou, protože se zde nejedná o umocňování, ale o prosté násobení. Bez dalšího vysvětlování je možné ihned psáti

$$S = ab.$$

Někteří bystří žáci poznají po chvíli, že se jedná o obsah obdélníku o stranách délek a, b. K substituci $x = a, x = b$ bych rád poznamenal, že se může ve třídě objevit žák, který bude mít následující dotaz: „Proč je jednou $x = a$ a po druhé $x = b$?“ Naštěstí v posledních letech takových zvídavých žáků ubývá a podobné dotazy prakticky nehrozí. Důležitý je výsledek, kterým je vztah $S = ab$, který umožňuje vypočítat obsah obdélníku. Není tak důležité, jakými metodami, jakými cestami jsme ke vztahu $S = ab$ dospěli.

Řešení lineárních rovnic metodou Tdi

Řešení lineárních rovnic metodou Tdi je ukázkou netradičního postupu při výuce matematiky. Řekneme si hned v úvodu, že pojem „netradiční“ je sice hojně používaný, ale v podstatě dohromady nic neříkající. Zasvěcení čtenáři vědí, že v našem případě platí: netradiční = turbodidaktický. Jak tedy turbodidaktika přistupuje k významnému celku školské matematiky, kterým jsou lineární rovnice. Protože článek v časopisu neumožňuje širší záběr, zaměříme se pouze na řešení konkrétních rovnic. Při vší úctě, kterou chovám ke čtenářům tohoto časopisu, zopakuji některé základní pojmy. Lineární rovnicí rozumím výrokovou formu

$$ax + b = 0,\ a \neq 0.$$

Kořenem rovnice $ax + b = 0$ pak rozumím číslo $x = -\frac{b}{a}$. Předpokládejme nyní, že výše uvedená teorie lineárních rovnic byla řádně vyložena a máme před sebou první hodinu, ve které budeme již lineární rovnice řešit. Zejména začínajícím učitelům doporučuji, aby si pro první cvičení nepřipravovali příliš mnoho příkladů. Nic se nestane, když počet příkladů nebude větší než jeden. Hlavně, aby byl prostor pro diskusi, popřípadě na řešení problémů, které se objeví v průběhu hodiny a o kterých jsme na začátku hodiny neměli ani potuchy. Podobně jako tradiční didaktika matematiky, tak také turbodidaktika matematiky uznává fenomén motivace. V turbodidaktice jsou takovým motivačním nástrojem lidové písně. V této souvislosti bych rád poznamenal, že na našem pracovišti na Zemědělské akademii v Gruenfeldu se již několik let zabýváme rozborem lidových písní se zemědělskou tematikou. Tento vědecký program, známý odborné veřejnosti pod zkratkou UMMPRTLPSZT (*Užití matematických metod při rozboru textu lidových písní se zemědělskou tematikou)* se stal jedním ze zdrojů turbodidaktiky v matematice. Bližší informace lze nalézt v [2], [3], [4], [5], [6], [7]a[8]. Vraťme se však k našemu tématu.

Na začátku hodiny začneme před žáky zpívat píseň „Šly panenky silnicí“. Po slovech „potkali je myslivci“ píseň přerušíme a položíme otázku týkající se kardinality množiny (počtu) myslivců. Lze předpokládat, že většina žáků píseň nezná a proto budou odpovídat „nevím“. V matematice značíme slovo „nevím“ písmenem x. Počet myslivců je tedy x a vzhledem ke slovesu „potkali“ může psáti $x \geq 2$. To je velmi nepříjemné, protože nerovnice jsme dosud neprobírali. Trapnou pauzu řešíme opět zpěvem s tím, že tentokrát budeme zpívat až po slova „potkali je myslivci, myslivci dva“. Nyní už dostáváme rovnici

$$x = 2,$$

kterou budeme s žáky řešit. Zpočátku to bude obtížné, protože rovnice $x = 2$ se dost odlišuje od rovnice $ax + b = 0$, kterou žáci řešit umí, resp. znají její kořen $x = -\frac{b}{a}$. V naší rovnici není nejen a, b, ale dokonce tam není ani ta nula. Lze proto očekávat, že jeden z prvních dotazů bude: „Kde je nula?“. To nás nijak nepřekvapí a provedeme následující úpravy

$$\begin{aligned} x + (-2) &= 2 + (-2) \\ x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Zkušený učitel ví, že nyní bude následovat dotaz: „Kde je a?“ Po tomto dotazu vynásobíme obě strany rovnice číslem a

$$ax - 2a = 0$$

Zde se už jedná o zrychlený postup, kdy jsme na pravé straně rovnice místo $0 \cdot a$ napsali ihned 0. Logickým vyústěním této fáze bude zřejmý dotaz „Kde je b?“, který nebudeme nijak komentovat a budeme hned psáti

$$ax - 2a + b = b$$

Také v tomto případě se jedná o zrychlený postup, kdy místo $b + 0$ napíšeme ihned b. Čtenář jistě chápe, že časopis má omezený počet stran a proto nelze provádět zápis všech kroků. Vraťme se však k rovnici $ax - 2a + b = b$. Tato rovnice představuje první kritický bod naší hodiny. Zmizela nám totiž nula, což je velmi, velmi nepříjemné. V tuto chvíli rozhoduje pečlivá domácí příprava. Už není čas na otázku „Kde je nula?“ To by nás vrátilo až k rovnici $x+(-2) = 2+(-2)$, a to si nemůžeme dovolit. Nyní již nastává druhá fáze, fáze, kdy turbodidaktika dominuje. Bez průtahů a rázně zapíšeme:

$$\begin{aligned} ax - 2a + b - b &= b - b, \\ ax - 2a &= b - b, \\ ax &= 2a + b - b. \end{aligned}$$

Nyní nastane vrcholný okamžik naší hodiny. Po vydělení číslem a se konečně objevuje na pravé straně kořen $-\frac{b}{a}$

$$x = \frac{2a+b}{a} - \frac{b}{a}$$

Je to velký, vítězný pocit, který je nám odměnou za předcházející tvrdou práci. Na závěr nám zůstává již drobná rutinní činnost. Všichni naši žáci již kořen na pravé straně vidí. Je zřejmé, že vše, co je na pravé straně rovnice $x = \frac{2a+b}{a} - \frac{b}{a}$ navíc, tam nepatří, a tudíž se musí rovnat nule. Následující podmínku odhadne i slabší žák:

$$\frac{2a+b}{a} = 0.$$

Odtud snadno dostáváme $2a + b = 0$ a tedy $b = -2a$. Po dosazení do $x = -\frac{b}{a}$ ihned máme $x = -\frac{-2a}{a} = 2$. Rovnice je vyřešena.

Co říci na závěr. Nerad bych se dotknul kolegů didaktiků matematiky, sám jsem dlouhá léta jako didaktik matematiky pracoval a vím, jak je obtížné opouštět vyježděné koleje. Žijeme však v jiné době, změnili se naši žáci, musíme se změnit i my. Přechod od didaktiky matematiky k turbodidaktice matematiky je sice zpočátku složitý, ale po vyřešení několika příkladů výše uvedeného typu jste TDi uchváceni. Není mi znám případ, že by někdo odešel od turbodidaktiky k didaktice, cesta zpět zřejmě nevede. Buď se stanete „turbo“, nebo skončíte na psychiatrii. Tam můžete ovšem skončit i jako didaktici. Rád bych zdůraznil, že TDi má velmi úzký vztah k hudbě, kterou využívá jako silného motivačního náboje. Pokud toho zpočátku moc „turbo“ nevypočítáte, aspoň si pěkně zazpíváte.

Tesákova věta

Významným teoretickým pilířem TDi je *Tesákova věta.* Někteří kolegové turbodidaktici, zejména v německy mluvících zemích, kladou dokonce *Tesákovu větu* ještě o něco výše než *Kvadratickou větu.* Není bez zajímavosti vědět, že *Tesákova věta* byla vyslovena v době, kdy byla TDi jako vědecká disciplína ještě v plenkách. Podobných případů bychom ovšem našli v historii matematiky více. Autorem teto významné věty je profesor Stanislav Tesák, který byl v letech 1963 - 1966 třídním profesorem Arne Vrbského na Středním odborném učilišti VCHZ Synthesia v Semtíně, tedy třídním profesorem autora tohoto příspěvku. Didaktické působení pana profesora označuje TDi jako metodu KOMAFRI (*Komenský, Makarenko, Frištenský)* s důrazem na FRI. Metoda KOMAFRI byla účinná jak ve složce výchovné, tak ve složce vzdělávací, protože několik žáků pana profesora vystudovalo vysokou školu. Vyslovme nyní slavnou větu pana profesora:

Tesákova věta:

$$\text{Pamatuj}: \quad 1 + 1 = 2!$$

Vedle této aritmetické formy Tesákovy věty se v literatuře také setkáváme s její formou trigonometrickou, kterou pro úplnost uvádím.

Trigonometrická forma Tesákovy věty:

$$\forall x \in R\colon 2\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2.$$

Tato forma Tesákovy věty ve zkratce TFTV má velice zajímavý důsledek. Porovnáním Tesákovy věty s její trigonometrickou formou totiž ihned dostáváme $2\cos^2 x = 1$ a $2\sin^2 x = 1$, resp. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ a $\sin^2 x = \frac{1}{2}$. Odtud již snadno plyne:

Důsledek TFTV:

$$\forall x \in R\colon \cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

Lze říci, že není prakticky oblasti matematiky, kde bychom se s Tesákovou větou nesetkali. Uveďme několik typických příkladů, které jsou přístupné učitelům matematiky na ZŠ a SŠ. Obecnější aplikace TV přesahují rámec tohoto časopisu.

Příklad 4
$\forall n \in N$: $\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) = 2^n$. Dokažte.
Položíme-li v binomické větě $a = b = 1$, dostáváme ihned

$$(a+b)^n = \sum_{i=1}^{n} \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) a^{n-k} b^k = (1+1)^n = 2^n.$$

Užití TV je snad zřejmé.

Příklad 5
Porovnejte Pythagorovu větu a Tesákovu větu.

Dosaďme do výrazu $a^2 + b^2 = c^2$ postupně $a^2 = 1, b^2 = 1, c^2 = 2$. Potom je $a = 1, b = 1$, $c = \sqrt{2}$. Úsečky o velikostech $1, 1, \sqrt{2}$ jsou velikostmi stran rovnoramenného pravoúhlého trojúhleníku. Tento trojúhelník bývá v TDi označován jako TETROKMEN, což je zkratka pro *Tesákův trojúhelník kmenový.* Pokud máte po ruce tužku, můžete si tetrokmen načrtnout. Je to pěkný trojúhelník.

Předcházející příklady nám ukázaly jistý způsob aplikace Tesákovy věty. Vždy je prováděno porovnání daného výrazu s Tesákovou větou. Na pravé straně musí být vždy po úpravě dvojka a oba členy na levé straně se musí rovnat jedné. Tento komparační algoritmus má své označení. V TDi je označován zkratkou VTK a nazýván *Vrbského-Tesákův komparační algoritmus.* Obecně můžeme algoritmus VTK znázornit takto:

$$\begin{array}{ccccc} A(x_1, x_2, ..., x_n) & + & B(x_1, x_2, ..., x_n) & = & C(x_1, x_2, ..., x_n) \\ 1 & + & 1 & = & 2 \end{array}$$

Položíme
$A(x_1, x_2, ..., x_n) = 1$, $B(x_1, x_2, ..., x_n) = 1$, $C(x_1, x_2, ..., x_n) = 2$
a jsme s aplikací hotovi. Následující příklad ukazuje užití algoritmu VTK při řešení rovnic.

Příklad 6
V R řešte rovnici

$$\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{4-x} = 2.$$

Aplikace algoritmu VTK vede okamžitě k rovnostem

$$\sqrt[3]{x-2} = 1 \quad \text{a} \quad \sqrt[3]{4-x} = 1.$$

Po umocnění dostáváme

$$x - 2 = 1 \quad \text{a} \quad 4 - x = 1$$

a následně pak

$$x = 3 \quad \text{a} \quad x = 3.$$

Nyní i žák Josef Tvrdý vidí, dokonce dvakrát, že rovnice má kořen $x = 3$. Pokud nám zbylo ještě trochu času, provedeme zkoušku, i když platí tvrzení, že v případě použití algoritmu VTK není zkouška nutná.

$$L(3) = \sqrt[3]{3-2} + \sqrt[3]{4-3} = \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{1} = 1 + 1 = 2 = P(3)$$

Uveďme nyní pro zajímavost, jak řeší předchozí rovnici didaktici. Uvedu jen zkrácený postup bez komentáře.

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{4-x} &= 2 \\
x - 2 + 3\sqrt[3]{(x-2)^2(4-x)} + 3\sqrt[3]{(x-2)(4-x)^2} + 4 - x &= 8 \\
\sqrt[3]{(x-2)^2(4-x)} + \sqrt[3]{(x-2)(4-x)^2} &= 2 \\
\sqrt[3]{(x-2)(4-x)}(\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{4-x}) &= 2 \\
\sqrt[3]{(x-2)(4-x)} &= 1 \\
(x-2)(4-x) &= 1 \\
x^2 - 6x + 9 &= 0 \\
(x-3)^2 &= 0 \\
x &= 3
\end{aligned}$$

Myslím, že dalšího komentáře k řešení teto rovnice není třeba. V tomto případě TDi naprosto dominuje a jen zarputilý didaktik zůstane u svých časově náročných a často nepřehledných ekvivalentních úprav. Někteří žáci se někdy kořene ani nedočkají, protože v průběhu ekvivalentních úprav usnou. Zvonění školního zvonku je pak libou hudbou nejen pro žáky, ale také pro učitele.

V této souvislosti bych rád poznamenal, že může nastat situace, kdy je přímé použití algoritmu VTK nevhodné. Tento problém řeší TDi pomocí faktoru VTMF, což je *Vrbského-Tesákuv multiplikační* *faktor* λ. Znak λ čteme a vyslovujeme „lambda“. Užití faktoru λ nyní krátce objasníme. Nechť je dán problém charakterizovaný rovnicí

$$a + b = c.$$

Zde je pěkně vidět, že na pravé straně není dvojka a my nemůžeme ihned použít algoritmus VTK, tj. psáti $a = 1, b = 1, c = 2$. V tomto případě položíme $\lambda = \frac{2}{c}$ a ihned dostáváme

$$\frac{2a}{c} + \frac{2b}{c} = 2.$$

Teprve nyní použijeme VTK. Postupně dostaneme $\frac{2a}{c} = 1$ a $\frac{2b}{c} = 1$ a jsme prakticky hotovi. Krátce můžeme shrnout, že použít algoritmus VTK je možné vždy. Někdy je však vhodnější před nasazením algoritmu VTK použít faktoru λ. Pěknou ukázkou použití faktoru λ je následující příklad.

Příklad 7
V N^2 řešte rovnici

$$3x + 5y = 30.$$

V tomto případě položíme $\lambda = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ a danou rovnici vynásobíme faktorem λ. Postupně dostáváme

$$\begin{aligned} 3x \cdot \lambda + 5y \cdot \lambda &= 30 \cdot \lambda, \\ \frac{3x}{15} + \frac{5y}{15} &= \frac{30}{15}, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{3} &= 2. \end{aligned}$$

Nyní položíme $\frac{x}{5} = 1, \frac{y}{3} = 1$. Mám ověřeno, že i ve slabší třídě, avšak turbodidakticky dobře vedené, najdeme do deseti minut řešení naší rovnice $K = \{[5; 3]\}$. Přijmeme i řešení, že kořeny jsou $x = 5$ a $y = 3$. Možná má naše rovnice ještě další řešení, kdo ví. Je otázkou, zda v současné době máme být maximalisty a pídit se po více řešeních, nebo dokonce po všech řešeních. Myslím, že se naše školství nachází ve stavu, který nám velí, abychom se spíše drželi zkrátka. Jinými slovy, danému stavu školství musíme přizpůsobit i metodiku výuky. Používání tradičních metod by mohlo vést ke snižování počtu studentů na našich středních školách a následně i na školách vysokých. Byla by to škoda v době, kdy máme univerzity skoro v každém okresním městě. Jediné rozsáhlé nasazení TDi umožní naplnit krásné cíle našeho školství – 75% maturantů, 50% vysokoškoláků, 80% důchodců ve sborovnách a 100% žen na učitelských místech.

Důkaz kvadratické věty

Závěr krátkého příspěvku o TDi je zaměřen na důkaz *Kvadratické věty.* Po dohodě s redakční radou sborníku bude uvedena pouze část důkazu. Konkrétně bude KV dokázána pro kladná reálná čísla, což umožní používat prostředků elementární matematiky a důkaz bude tak přístupný učitelům matematiky na základních a středních školách. Kompletní důkaz je založen na morfismu jistých grup a bude publikován v časopise „Kleeblatt". Přistupme tedy k důkazu KV.

Kvadratická věta.

$$\forall x \in R\colon x^2 = x \cdot x$$

Důkaz: Kdyby důkaz prováděli didaktici matematiky, tak by zřejmě vyšli z výrazu x^2 a pomocí řetězce implikací by dospěli k výrazu $x \cdot x$. Potom by si odpočinuli. Dále by vyšli z výrazu $x \cdot x$ a pomocí řetězce implikací by dospěli k výrazu x^2. Po chvíli by napsali $x^2 = x \cdot x$. To je sice pravda, ale je to příliš odtrženo od praxe. TDi naopak z praxe důsledně vychází. Zkušený učitel ví, že na otázku „Jak postupovat?" dostane zpravidla odpověď „Nevím", popř. v početnější třídě „Nevíme." Protože první písmeno ve slově nevím je n, chytře toho využijeme a napíšeme ihned

$$x \cdot x = x^n. \tag{1}$$

Ukážeme, že $n = 2$. Na vztah (1) nyní použijeme algoritmus VTA, což je známá zkratka pro *Vrbského turbodidaktický anulátor.* Vlastenecky orientovaní čeští matematici používají někdy zkratku $ANPSBN$ (aby na pravé straně byla nula). Aplikace algoritmu VTA vede ke vztah

$$x \cdot x - x^n = 0. \tag{2}$$

Nyní můžeme elegantně vytknout x a dostat tak oblíbený součinový tvar

$$x \cdot (x - x^{n-1}) = 0. \tag{3}$$

Snad je zřejmé, že buď $x = 0$ nebo $x - x^{n-1} = 0$. Je-li $x = 0$, pak také $x \cdot x = 0 \cdot 0 = 0$ a podobně $x^n = 0^n = 0$. Poslední rovnost platí pro každé n, tedy také jistě pro $n = 2$ a KV je tak dokázána pro $x = 0$. Nyní se soustředíme na vztah

$$x - x^{n-1} = 0. \tag{4}$$

Vidíme, že opět můžeme elegantně vytknout x a dostat tak oblíbený součinový tvar

$$x \cdot (1 - x^{n-2}) = 0. \tag{5}$$

Snad je zřejmé, že buď $x = 0$ nebo $1 - x^{n-2} = 0$. Případ $x = 0$ máme již šťastně za sebou, a proto se budeme zabývat vztahem

$$1 - x^{n-2} = 0. \tag{6}$$

V tomto případě použijeme algoritmus $VTDA$, což je známá zkratka pro *Vrbského turbodidaktický deanulátor.* Vlastenecky orientovaní čeští matematici používájí někdy zkratku $ANPSNN$ (aby na pravé straně nebyla nula). Aplikace algoritmu $VTDA$ vede ke vztahu

$$x^{n-2} = 1. \tag{7}$$

Připomeňme, že $x > 0, n \in N$. Po logaritmování dostáváme

$$\begin{aligned} (n-2)\ln x &= \ln 1, \\ (n-2)\ln x &= 0, \end{aligned}$$

Zřejmě je $\ln x = 0$ nebo $n - 2 = 0$. Je-li $\ln x = 0$ potom je $x = 1$ a také $x \cdot x = 1 \cdot 1 = 1$ a podobně $x^n = 1^n = 1$. Poslední rovnost platí pro každé n, tedy také pro $n = 2$ a KV je tak dokázána pro $x = 1$. Je-li $n - 2 = 0$, potom je $n = 2$, což jen potvrzuje předcházející úvahy. V tuto chvíli máme dokázanou KV pro $x = 0$ a $x = 1$. Nechť je nyní $x \in R^+, x \neq 1$. Položíme-li $x = e^{\ln x}$ můžeme ihned psáti

$$\begin{aligned} x \cdot x &= x^n, \\ e^{\ln x} \cdot e^{\ln x} &= \left(e^{\ln x}\right)^n, \\ e^{2\ln x} &= e^{n \ln x}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\ln x &= n\ln x, \\ 2\ln x - n\ln x &= 0, \\ (n-2)\ln x &= 0, \\ n &= 2. \end{aligned}$$

Bedlivý čtenář pochopil, že v předposlední rovnosti jsme krátili výrazem $\ln x$, který je vzhledem k podmínkám vždy různý od nuly. Tím je důkaz KV pro kladná reálná čísla u konce.

V souvislosti s důkazem KV bych rád poznamenal, že v době, kdy jsem nosil v hlavě ještě nejasné obrysy důkazu KV, měl jsem několik diskusí také s členy klubu Paracelsus v jejich klubovně v restauraci „Na Dvorci“, kterou nazývají, pro mne z neznámých důvodů, také jako restauraci „U mrtvoly“. Tato luxusní restaurace 5. cenové skupiny se nachází v obci Jevíčko v ČR na Moravě v Pardubickém kraji, který leží v Čechách. Tyto diskuse probíhaly v roce 2003 v rámci 6. semináře z historie matematiky, na kterém jsem vedl jednu přednášku. Tuším, že již po prvním pivu vystoupil přítomný doc. dr. Jindřich Bečvář, CSc., z obce Praha s návrhem, zda by neměla být KV psána ve tvaru

$$x^2 = x^1 \cdot x^1$$

Jeho návrh vyvolal značný rozruch, při kterém padala i slova, která nelze publikovat. Po druhém pivu byl docent Bečvář vyzván, aby svůj návrh objasnil. Jeho výklad by bylo možné nazvat jako střet dimenzí. Již po třetím pivu bylo všem přítomným z jeho výkladu jasné, že při násobení dvou identických objektů dimenze 1 dostáváme objekt dimenze 2. Vzpomeňme jen, jak počítáme obsah čtverce. Délka strany (objekt dimenze 1) x délka strany (objekt dimenze 1) = obsah čtverce (objekt dimenze 2). V době, kdy si členové klubu Paracelsus objednávali čtvrté pivo, jsem společnost potichu opustil a vrátil se do hotelu Hilton, kde jsem byl ubytován. Byl jsem silně rozrušen, protože jsem si uvědomil, že docent Bečvář, aniž by to tušil, použil ve vhodné situaci Tesákovu větu, 1+1=2. Věděl jsem v tu chvíli, že stačí ukázat, že platí $x^1 = x$ a Bečvářova hypotéza bude dokázána. Jinými slovy, že vedle *Kvadratické věty* musí existovat také *Lineární věta.* Je zajímavé, že didaktika matematiky vztahu $x^1 = x$ nevěnuje prakticky žádnou pozornost. Maximálně se s mocninou x^1 můžeme setkat při rekurentní definici $n-$té mocniny: $x^{n+1} = x^n \cdot x, x^1 = x$. Zde je vztah $x^1 = x$ podán definitoricky. Vyslovme nyní a dokažme LV (Lineární větu).

Lineární věta.

$$\forall a \in R\colon a^1 = a$$

Důkaz: Didaktický přístup, kdy úpravou výrazu a^1 dospějeme řetězcem implikací k výrazu a a po krátkém odpočinku úpravou výrazu a dospějeme řetězcem implikací k výrazu a^1, by nám v tomto případě moc nepomohl. TDi vychází důrazně ze školské praxe. Zkušený turbodidaktik ví, že na otázky učitele odpovídají žáci většinou slovem „nevím“. V matematice označujeme slovo „nevím“ písmenem x. Můžeme proto ihned psáti

$$\begin{aligned} a^1 &= x, \\ 1 \cdot \ln a &= \ln x, \\ \ln a &= \ln x, \\ a &= x, \\ a^1 &= a. \end{aligned}$$

Znalci cítí, že důkaz *Lineární věty* je sice formálně v pořádku, nicméně rovnost $1 \cdot \ln a = \ln a$, které je při důkazu použito, představuje nejslabší článek důkazu. Předpokládá už jistou matematickou erudici. Konkrétně se jedná o neutrální prvky v jistých multiplikativních grupách. Naštěstí je možné se grupám vyhnout. Pro zasvěcené nebude překvapením, že řešení problému přináší *Tesákova věta*

$$1 + 1 = 2.$$

Vynásobíme-li totiž obě strany rovnosti výrazem $\ln a$, dostáváme postupně

$$\begin{aligned} 1 \cdot \ln a + 1 \cdot \ln a &= 2 \cdot \ln a, \\ 2 \cdot (1 \cdot \ln a) &= 2 \cdot \ln a, \\ 1 \cdot \ln a &= \ln a. \end{aligned}$$

Tímto důkazem končí naše malá exkurze do TDi. Pečlivý čtenář pochopil, že v pozadí všech úvah je skryta *Tesákova věta,* která je skutečným turbodidaktickým fenoménem, a proto je oprávněně nazývána *Základní větou turbodidaktiky* a řadí se tak vedle *Základní věty algebry* a *Základní věty aritmetiky* ke zlatému fondu matematiky. V této trojici slavných matematických vět zaujímá *Tesákova věta* třetí místo, ale my turbodidaktici cítíme, že není daleko doba, kdy se ukáže, že *Základní věta algebry* a *Základní věta aritmetiky* jsou důsledky *Tesákovy věty.* Je to výzva zejména pro Matematický ústav AV ČR. Z druhé strany je nutno poznamenat, že se současně blíží doba, kdy *Tesákova věta* bude nejen minimem, ale také maximem matematických znalostí absolventů našich středních škol. *Tesákova věta* bude jediným prvkem tzv. minimaxu.

Literatura

[1] Vrbský, A.: *Turbodidaktika 1.* Učitel matematiky 1 (2004)
[2] Vrbský, A.: *Skákal pes přes oves.* Kleeblatt 1 (1992), 1 – 64.
[3] Vrbský, A.: *Kočka leze dírou, pes oknem.* Kleeblatt 2 (1993), 1 – 64.
[4] Vrbský, A.: *Běží liška k Táboru.* Kleeblatt 3 (1994), 1 – 64.
[5] Vrbský, A.: *Střelil na lišku, trefil Maryšku.* Kleeblatt 4 (1995), 1 – 64.
[6] Vrbský, A.: *Kolo, kolo mlýnský.* Kleeblatt 5 (1996), 1 – 64.
[7] Vrbský, A.: *Šly panenky silnicí.* Kleeblatt 6 (1997), 1 – 64.
[8] Vrbský, A.: *Já do lesa nepojedu.* Kleeblatt 7 (1998), 1 – 64.

O JEDNOM POVOLÁNÍ[1]

Jan Novotný

„Profesor“

„Proč mám rád své povolání? Otázka příliš osobní; dejme napřed slovo mrtvému. Matematik *Lerch* o svých šedesátých narozeninách také si předložil tuto otázku a shrnul své názory asi v tento smysl:

Jsem se svým životem spokojen, neboť matematika podávala mi nejčistší požitky duševní. A kdybych měl znova prožívati svůj život a znova stál před volbou povolání, nechtěl bych býti zase ničím jiným než matematikem.

Bohužel ani obecná relativita nepřipouští návrat k času jednou minulému a nebude tedy nikdo z nás znovu postaven před takovouto volbu. Ale kdyby přece ..., tož bych si zase zvolil fysiku. V raném mládí mne původně lákala matematika (*Gaussova* „královna věd“), ale při vší její architektonické kráse, přes její úžasnou hloubku přesného myšlení a přes její vrcholky v oboru obecnosti přece jen zdála se mi suchou, šedou, příliš vzdálenou přírody a života. Tehdy mne *Koláček* ve svých znamenitých přednáškách zasvěcoval do vědy, o níž jsem na střední škole neměl ani tušení, do teoretické fysiky, jíž by vlastně lépe příslušel starý *Newtonův* název přírodní filosofie, kdyby tento název nebyl znevážen. A v té vědě jsem nalezl, po čem jsem neujasněně toužil, snahu po pochopení přírody z jednotného stanoviska, spojenou s myšlenkovou přísností matematiky a na každém kroku kontrolovanou přímým pozorováním přírody. Dobře chápu povzdech chemika *Nernsta* v dobách světové války, že mu byla tehdy teoretická fysika zátiším, v němž nalézal zapomenutí denních strastí a povznesení do jiného království, jež není z tohoto světa.

Ale vlastně jsem odbočil od otázky: jsem totiž ztroskotaná existence, neboť jsem se nestal teoretickým fysikem, nanejvýš milovníkem této vědy. Jsem pouze učitelem obou sousedních oborů, matematiky a pokusné fysiky. I tak jsem zcela spokojen, neboť v učitelství spatřuji nejvznešenější povolání vůbec, protože zpracovává nejvzácnější materiál, lidskou duši. Učím rád, mám rád duševní vzruch v přednáškové

[1]Přetištěno z časopisu *Školská fyzika*, VIII. ročník, **1**/2004, str. 3.

síni, kdy pozoruji, jak na mé myšlenkové pochody reaguje duše posluchačů. To každý učitel dobře zná. Jsou to zvláštní, nepopsatelné ohníčky, jež planou v očích posluchačů a jimiž se projevuje zájem posluchačů na výkladu a očekávání dalšího myšlenkového postupu. A zase tyto ohníčky zpětně působí na přednášeče, jsou mu zárukou, že zrno padá na úrodnou půdu, a vzpruhou, aby nejlepší ze sebe vydal. Který učitel při výkladu nehledí do očí posluchačů, připravuje se o nejkrásnější odměnu svého povolání; ostatně soudím, že pak není dobrým učitelem. Jak jsem uvedl, rád učím, mám rád toto přelévání myšlenkového fluida z učitele na posluchače a zase zpět, ale všeho s mírou. Nebyl bych zcela upřímným, kdybych neuvedl ještě jednu neocenitelnou výhodu: prázdniny, zlaté prázdniny, vždy pravidelně se vracející s astronomickou přesností.

Jen zkoušení by nemělo být. . . “

(*O lidských povoláních*, svazek II, oddíl *Ti, kteří nás učí.* Aventinum, Praha 1931, str. 71.)

Upřímné vyznání našeho neznámého kolegy z doby, od níž nás dělí tři čtvrtě století, nepotřebuje komentář. Rád bych však dodal několik slov o knize, z níž je převzato a kterou objevil v antikvariátu můj přítel. Jmenuje se *O lidských povoláních* a vyšla jako druhý a třetí svazek *Knihovny životní moudrosti*, kterou redigoval Karel Čapek a vydalo Aventinum v Praze roku 1931. Obsahem knihy je pět set padesát odpovědí na anketu Lidových novin z roku 1924, v níž byli lidé nejrůznějších povolání vyzváni, aby napsali o své práci.

Z celkového počtu více než dvou tisíc dopisů je vybral známý český novinář František Gel. Vytvořil tak z dodaného materiálu podivuhodné panorama lidských životů, osudů a názorů, jak se obrážejí ve vztahu člověka ke svému povolání. Soubor je tříděn podle druhů činnosti, uspořadatel nezapomněl ani na *ženy a maminky.* Každá kategorie však podává pestré spektrum stylů vyjadřování a životních postojů. Jak píše Gel v předmluvě: *mezi soustružníky kovů jsou básníci a mezi umývači mrtvol filosofové.* Za další poznatek označuje, že *náš bližní za přepážkou, za kovadlinou, za pultem nebo ve strojírně má svůj svět, své ideály, dokonce i nadprůměrné, a přemýšlí o své práci.* Je vskutku příznačné, jak téměř všichni respondenti mluví o hodnotě své práce pro společnost a pro své bližní více než o prospěchu, který z ní mají, a bez zábran se vyznávají z radosti, kterou jim práce přináší. Stížnosti na ni skoro nenajdeme, možná jedinou výjimkou je úspěšný vědec, který se cítí být podveden životem, protože si přál vyniknout ve sféře umění. Jak by asi obdobná anketa vyzněla dnes?

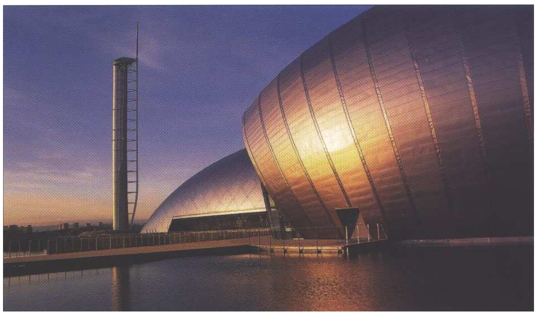
Interaktivní výstava jednoduchých fyzikálních pomůcek „Vědecká hračka +“ ve Velkém Meziříčí

Aleš Trojánek

Uslyším a zapomenu. Uvidím a zapamatuji si. Udělám a porozumím.
Konfucius

Jediným zdrojem znalostí je zkušenost.
Einstein

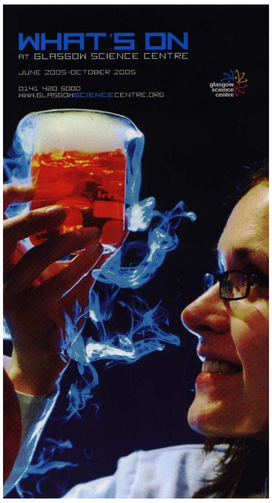
Gymnázium, Velké Meziříčí, Sokolovská 27, Sdružení rodičů při Gymnáziu ve Velkém Meziříčí a SCHOLA LUDUS (FMFI UK Bratislava) uspořádaly ve dnech 8. 3. – 31. 3. 2006 v aule gymnázia interaktivní výstavu jednoduchých fyzikálních pomůcek **Vědecká hračka+**. Tato výstava vznikla spojením dřívějších výstav Vědecká hračka 95 a Fyzika zážitkem, které sestavila organizace SCHOLA LUDUS. Jedná se o soubor 44 jednoduchých, převážné dřevěných exponátů, který jsme jen nepatrně doplnili z našich sbírek. V souboru převažují pomůcky – hračky, které ilustrují zákonitosti z mechaniky, akustiky a z optiky. Podrobnější informace o této výstavě, ale i o další nabídce, je na stránkách www.scholaludus.sk.



Obr. 1: Glasgow Science Centre

Náklady jsme hradili z prostředků gymnázia a sdružení rodičů a pomohli nám též sponzoři, zejména představitelé firmy CONSTRUCT A&D Plus, s. r. o., Velké Meziříčí, kteří zajistili převoz exponátů z Bratislavy do Velkého Meziříčí.

Inspirací pro tuto akci nám byla obdobná výstava ke 100. výročí založení VUT v Brně v roce 1999, ale i řada podobně koncipovaných výstav v různých institucích u nás. Nejvíce působivé jsou však návštěvy zahraničních přírodovědných a technických center. K návštěvě je možno např. doporučit Glasgow Science Centre, kde kromě krásných a důkladně provedených interaktivních pomůcek se koná i mnoho efektních vystoupení (obr. 1, 2). www.glasgowsciencecentre.org.



Obr. 2: Live science show

Naše výstava byla slavnostně otevřena dne 7. 3. 2006 za přítomnosti hejtmana kraje Vysočina, představitelů města a kolegů ze základních, středních a vysokých škol i širší veřejnosti. (Viz obr. 3.) Výstava byla volně přístupná (bez vstupného) jednotlivcům i skupinám (školním třídám) od 8. 3. do 31. 3. 2006 vždy v úterý až v pátek odpoledne a dále pak po předchozí domluvě. I když u jednotlivých pokusů byly texty, které pomáhaly k pochopení základních fyzikálních pojmů a zákonů, po celou dobu výstavy jsme měli zajištěn výklad učitelů naší školy. Výstavu shlédlo asi 1300 návštěvníků (byli to převážně žáci z gymnázia a ze škol v okolí). Mezi oblíbené exponáty patřily např. fakírovo lože (viz obr. 5), „telefóón“, „vícevrstevnatý“ hologram.

Obr. 3: Ze zahájení výstavy (vpravo hejtman kraje Vysočina RNDr. Miloš Vystrčil)

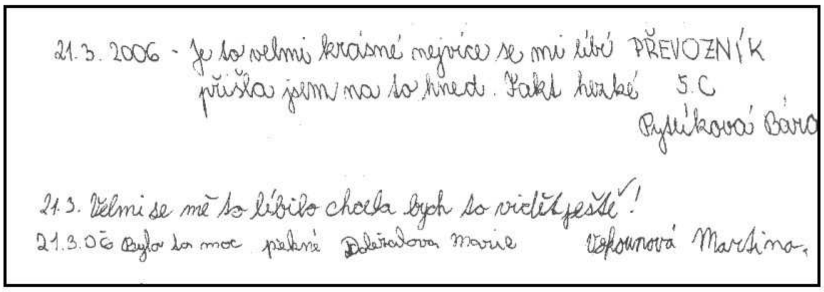
Obr. 4: Výstava je na hraní – pro radost a poučení.

Uspořádáním interaktivní výstavy jsme chtěli udělat radost sobě, ale i učitelům z okolních škol (základních a středních), rodičům a hlavně žákům od nejmenších až po ty „dospělé“. Všichni si mohli pohrát s pomůckami, pobavit se a poučit. Pro učitele (nejen fyziky) to mohla

Obr. 5: Oblíbený exponát – fakírovo lože.

být příležitost k zamyšlení se nad svou prací, nad tím, jak zvýšit zájem o fyziku, jak rozvíjet klíčové kompetence žáků, jak neformálně vytvořit rámcový vzdělávací program atd. Na našem gymnáziu např. přemýšlíme nad tím, jak umístit podobné exponáty do prostor školy (nejen do učebny fyziky), aby se zejména žáci mohli ve volných chvílích „uklidňovat“ u Juliánova vlnostroje, u Maxwellova kyvadla apod.

Na závěr uveďme reprodukci zápisů z návštěvní knihy.

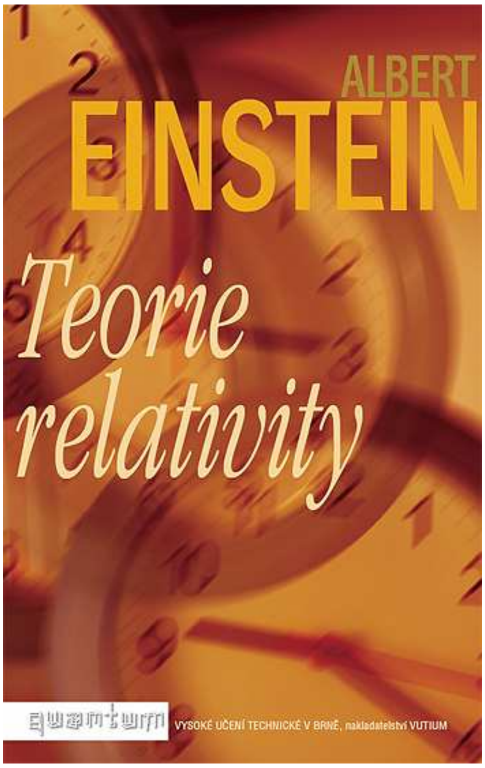


21.3. 2006 - Je to velmi krásné nejvíce se mi líbí PŘEVOZNÍK
přišla jsem na to hned. Fakt hezké 5.C
Pyšíková Bára

21.3. Velmi se mě to líbilo chtěla bych to vidět ještě!
21.3.06 Bylo to moc pěkné Doležalová Marie Vykounová Martina

EINSTEIN A.: TEORIE RELATIVITY. VUT V BRNĚ, NAKLADATELSTVÍ VUTIUM, BRNO 2005. (3. SVAZEK EDICE QUANTUM.)[1]

Aleš Trojánek



Ve Světovém roce fyziky 2005 vyšla u nás řada publikací s populárně fyzikální tematikou. Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM se rozhodlo přispět titulem, jehož autorem je osoba nejpovolanější – A. Einstein. Jako třetí svazek edice Quantum vyšel reprint českého vydání knihy *Teorie relativity, speciální i obecná. Lehce srozumitelný výklad se zvláštní předmluvou autora k českému vydání*. Nakladatel Fr. Borový v Praze, 1923. Publikace je doplněna zasvěcenou

[1] Zkrácená verze příspěvku vyšla v *Československém časopise pro fyziku* **55** (2005), str. 642.

studií prof. Jana Novotného *Einstein po sto letech* a též jeho informacemi o einsteinovské literatuře *Co číst o Einsteinovi*. Před Einsteinovým textem z roku 1923 je zařazena ediční poznámka prof. Milana Jelínka, ve které je objasněn zvolený pravopis a gramatika současného vydání. Protože se Einstein k populárnímu výkladu teorie relativity vracel, jsou připojeny i *Dodatky z pozdějších let* v překladu prof. Novotného. Publikace obsahuje také jmenný rejstřík.

Prof. Novotný ve své studii *Einstein po sto letech* poutavě popisuje „Zázračný rok 1905", ve kterém Einstein publikoval základní práce – o fotoelektrickém jevu, o Brownově pohybu a o speciální teorii relativity. Všímá si vlivu či podílu ostatních vědců té doby zejména na vytváření teorie relativity, vysvětluje Einsteinovu cestu k obecné teorii relativity, připomíná Einsteinovu spolupráci s indickým fyzikem S. Bosem (Boseho-Einsteinova statistika, B-E kondenzát). Stranou zájmu nezůstává ani Einsteinův vztah ke koncepčním otázkám kvantové teorie – stručně je rozebrána historie „EPR paradoxu". Do nových souvislostí je uvedena i Einsteinova snaha z druhé poloviny jeho života – snaha o vytvoření teorie, která by sjednotila teorii gravitačního a elektromagnetického působení. Poslední část studie hovoří o Einsteinovi jako o člověku se zájmem o filosofii a jako o osobnosti veřejného života.

Informaci o vlastním Einsteinově textu začněme slovy z jeho předmluvy z roku 1916, která dobře charakterizují účel textu a styl, jakým je napsán.

„*Tento spisek má podati pokud možno exaktní názor na theorii relativity těm, kteří se o ni zajímají z obecně vědeckého, filosofického hlediska, aniž ovládají matematický aparát teoretické fyziky.*"

... „*Naproti tomu o empirických a fysikálních podkladech teorie pojednal jsem úmyslně macešsky, aby čtenáři fysice vzdálenějšímu se nepřihodilo jako pocestnému, který pro samé stromy nevidí lesa. Kéž tento spisek poskytne mnohému radostné chvíle povzbuzení.*"

Pro učitele fyziky je potěšením i velkou inspirací nechat si vysvětlovat základy speciální i obecné teorie relativity samotným autorem. Práce obsahuje základní poznatky speciální teorie relativity, hlavní ideje obecné teorie relativity, ale pojednává též o potvrzení obecné teorie relativity. Zařazeny jsou i obecnější úvahy o struktuře prostoru podle OTR. Je obtížné stručně popisovat jednotlivé části Einsteinova výkladu. Snad je vhodné zdůraznit, že na populární výklad se hodí charakteristika jeho postupu ve vědeckém bádání z pěkné knížky [1], str. 43: „*Právě jeho schopnost vystihnout klíčové principy stojící v pozadí jakéhokoliv jevu a soustředit se na jeho podstatu Einsteina přivedla až k samotnému spuštění vědecké revoluce. Na rozdíl od méně významných vědců, kteří často kupili nepřehledné matematické výpočty, uvažoval Einstein pomocí jednoduchých fyzikálních představ – uhánějících vlaků, padajících zdviží, raket a pohybujících se hodin. Tyto představy jej neomylně přivedly k největším myšlenkám dvacátého století.*“

Uveďme jako pobídku k přečtení recenzované knížky ukázku ze str. 129-130, ve které Einstein pojednává o rovnosti „setrvačné a těžké hmoty“ jakožto argumentu pro obecný postulát relativity. Všimněme si též v úvodu ukázky elegantní formulace 1. pohybového zákona.

„*Přenesme se v myšlenkách do prostranné končiny prázdného světového prostoru, tak daleko od hvězd a přitažlivých hmot, že budeme míti s dostatečnou přesností před sebou případ, k němuž hledí základní zákon Galileiův. Pro tento díl světa jest pak možno zvoliti nějaké vztažné Galileiovo vztažné těleso, relativně k němuž klidný bod zůstává klidným, pohybující se setrvává neustále v přímočarém rovnoměrném pohybu. Jakožto vztažné těleso mysleme si prostrannou bednu ve tvaru světnice; v ní nechť se nachází pozorovatel opatřený pozorovacími přístroji. Pro něho přirozeně žádná tíže neexistuje. Musí se k podlaze přivázati provazy, nechce-li se při nejlehčím nárazu o podlahu pomalu vznášeti ke stropu světnice.*

Uprostřed stropu bedny budiž zevně připevněna skoba s lanem, za něž nyní nějaká nám podobná bytost počne táhnouti konstantní silou. Tu poletí bedna i s pozorovatelem „vzhůru“ letem rovnoměrně zrychleným. Její rychlost vzroste časem do fantastické velikosti – jestliže to vše pozorujeme s nějakého jiného vztažného tělesa, které není provazem taženo.

Jak se však jeví tato událost onomu muži v bedně? Zrychlení bedny *jest na něho přenášeno podlahou jakožto protitlak. Musí tedy tento protitlak vyrovnávati svýma nohama, nechce-li upadnouti. Pak stojí v bedně právě tak dobře jako kdokoliv ve světnici nějakého domu na naší zemi. Upustí-li nějaké těleso, které držel v ruce, tu toto těleso nebude sdíleti zrychlení bedny; ono bude padati k podlaze zrychleným relativním pohybem. Pozorovatel se pak přesvědčí, že zrychlení padajícího tělesa jest stejně veliké, ať koná pokus s jakýmkoliv tělesem.*

Onen muž v bedně, spoléhaje na svoje znalosti o tíži, jak jsme o ní pojednali v posledním paragrafu, dojde k výsledku, že on i bedna se nacházejí v dočasně konstantním gravitačním poli. Na okamžik bude ovšem udiven tím, že v tomto gravitačním poli nepadá bedna. Tu však objeví uprostřed stropu skobu i lano k ní přivázané a v důsledku toho dojde poznání, že bedna jest v gravitačním poli klidně zavěšena.

Smíme se tomuto muži vysmáti. . . ?“

Literatura

[1] Kaku M.: Einsteinův vesmír. Jak vize Alberta Einsteina změnily naše chápání prostoru a času. Edice Velké objevy. Argo, Dokořán, Praha 2005.

DOPORUČENÁ LITERATURA

Aleš Trojánek

Pro zájemce uvádíme přehled populárně vědeckých publikací z našich oborů, které vyšly česky nebo slovensky od roku 1994. Předložený seznam, který vznikl úpravou a doplněním seznamu ze sborníku [Sb], jistě není úplný, ale hlavní tituly z dané oblasti obsahuje. (Je do jisté míry překvapující, jak obsáhlý tento přehled je.) Z početné řady svazků edice Dějiny matematiky, které vydávají editoři J. Bečvář a E. Fuchs, je uveden jenom ten poslední [DM]. V něm je však možno nalézt informace o všech dosud vydaných svazcích. Opakovaně upozorňujeme na jedinečnou učebnicí fyziky [HRW], která svým pojetím a zpracováním jistě může být zařazena do populárních publikací.

[Sb] Trojánek A., Novotný J., Hrubý D. (editoři): *Matematika, fyzika a vzdělávání. Sborník z XI. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky. Velké Meziříčí, 2004.* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM, Velké Meziříčí 2004.

[DM] Bečvář J., Bečvářová M., Škoda J.: *Emil Weyr a jeho pobyt v Itálii v roce 1870/71.* Nakladatelství ČVUT, Praha 2006. Dějiny matematiky, svazek 28.

[HRW] Halliday D., Resnick J., Walker J.: *Fyzika. (Vysokoškolská učebnice obecné fyziky.)* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM a Prometheus, Brno 2001. Dotisk 2003.

[1] Acheson D.: *1089 a další parádní čísla. Matematická dobrodružství.* Dokořán, Praha 2006.

[2] Al-Khalili J.: *Černé díry, červí díry a stroje času.* Aurora, Praha 2003.

[3] Atkins P.: *Periodické království. Cesta do země chemických prvků.* Academia, edice Mistři věd, Praha 2005.

[4] Balibarová F.: *Einstein – radost z myšlení.* Nakladatelství Slovart, Bratislava 1995.

[5] Barrow J. D.: *Teorie všeho.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1996.

[6] Barrow J. D.: *Původ vesmíru.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.

[7] Barrow J. D.: *Vesmír plný umění.* Jota, Brno 2000.

[8] Barrow J. D.: *Pí na nebesích. O počítání, myšlení a bytí.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.

[9] Barrow J. D.: *Konstanty přírody. Čísla skrývající nejhlubší tajemství vesmíru.* Paseka, edice Fénix, Praha 2005.

[10] Barrow J. D.: *Teorie ničeho.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.

[11] Beckmann P.: *Historie čísla π.* Academia, Praha 1998.

[12] Bečvář J.: *René Descartes.* Prometheus, Praha 1998.

[13] Bečvář J., Štoll I.: *Archimedes – největší vědec starověku.* Prometheus, Praha 2005.

[14] Beutelspacher A.: *Matematika do vesty.* Baronet, Praha 2005.

[15] Bodanis D.: *$E = mc^2$. Životopis nejslavnější rovnice na světě.* Dokořán, Praha 2002.

[16] Brockman J. (redakce): *Příštích padesát let. Věda v první polovině 21. století.* Dokořán, Argo, Praha 2004.

[17] Brockman J., Matsonová K. (editoři): *Jak se věci mají. (Průvodce myšlenkami moderní vědy.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.

[18] Bührke T.: *Převratné objevy fyziky. Od Galileiho k Lise Meitnerové.* Academia, Praha 1999.

[19] Cipra B.: *Chibičky. A jak je najít dříve než učitel.* Dokořán, Praha 2002.

[20] Coveney P., Highfield R.: *Šíp času. (Cesta vědou za rozluštěním největší záhady lidstva.)* Oldag, Ostrava 1995.

[21] Davies P.: *Poslední tři minuty. (Úvahy o konečném osudu vesmíru.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1994.

[22] Davies P.: *Jsme sami? O důsledcích případného objevu mimozemského života.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.

[23] Davis P.: *O čase. Einsteinova nedokončená revoluce.* Motýl, Bratislava 1999.

[24] Delvin K.: *Jazyk matematiky. (Jak zviditelnit neviditelné.)* Dokořán, Argo, Praha 2002.

[25] Delvin K.: *Problémy pro třetí tisíciletí. Sedm největších nevyřešených otázek matematiky.* Dokořán, Argo, Praha 2005.

[26] Dvořák R.: *Ernst Mach. Fyzik a filozof.* Prometheus, Praha 2005.

[27] Eckertová L.: *Cesty poznání ve fyzice.* Prometheus, Praha 2004.

[28] Einstein A., Infeld L.: *Fyzika jako dobrodružství poznání.* Aurora, Praha 2000.

[29] Einstein A.: *Teorie relativity.* VUT v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2005.

[30] Fara P.: *Newton. Formování génia.* BB/art s. r. o., Praha 2004.

[31] Fergusonová K.: *Stephen Hawking – hledání teorie všeho.* Aurora, Praha 1996.

[32] Feynman R. P.: *O povaze fyzikálních zákonů. Sedmkrát o rytmech přírodních jevů.* Aurora, Praha 1998.

[33] Feynman R. P.: *To snad nemyslíte vážně!* Aurora, Praha 1999.

[34] Feynman R. P.: *Snad ti nedělají starosti cizí názory?* Aurora, Praha 2000.

[35] Feynman R. P.: *O smyslu bytí.* Aurora, Praha 2000.

[36] Feynman R. P.: *Neobyčejná teorie světla a látky.* Aurora, Praha 2001.

[37] Feynman R. P.: *Radost z poznání.* Aurora, Praha 2003.

[38] Filkin D.: *Vesmír Stephena Hawkinga. Výklad kosmu.* (Předmluvu napsal S. Hawking.) Motýl, Bratislava 1998.

[39] Fölsing A.: *Albert Einstein.* Volvox Globator, Praha 2001.

[40] Fraser G., Lillestøl E., Sellevåg I.: *Hledání nekonečna, řešení záhad vesmíru.* (Úvod napsal S. Hawking.) Columbus, Praha 1996.

[41] Galison P.: *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.

[42] Gamow G.: *Moje světočára. Neformální autobiografie.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.

[43] Gamow G., Stannard R.: *Pan Tompkins stále v říši divů.* Aurora, Praha 2001.

[44] Gleick J.: *Chaos. Vznik nové vědy.* Ando Publishing, Brno 1996.

[45] Goldsteinová R.: *Neúplnost. Důkaz a paradox Kurta Gödela.* Dokořán, Praha 2006.

[46] Gott III. J. R.: *Cestování časem v Einsteinově vesmíru. Fyzikální možnosti cestování časem.* Argo a Dokořán, Praha 2002.

[47] Greene B.: *Elegantní vesmír. (Superstruny, skryté rozměry a hledání finální teorie.)* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.

[48] Greene B.: *Struktura vesmíru. Prostor, čas a povaha reality.* Paseka, Praha 2006.

[49] Gribbin J.: *Pátrání po Schrödingerově kočce. Kvantová fyzika a skutečnost.* Columbus, Praha 1998.

[50] Gribbin J.: *Schrödingerova koťata. Pátrání po skutečnosti.* Columbus, Praha 2001.

[51] Gribbin J.: *Vesmír.* Euromedia Group k. s., Praha 2003.

[52] Gribbin J.: *Pátrání po velkém třesku. Život a smrt vesmíru.* Columbus, Praha 2002.

[53] Grygar J.: *Vesmír, jaký je. (Současná kosmologie (téměř) pro každého).* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1997.

[54] Grygar J.: *O vědě a víře.* Karmelitánské nakladatelství. Kostelní Vydří 2001.

[55] Grygar J., Grün M., Ramešová S.: *Trialog o mimozemšťanech.* Paseka, Praha 2006.

[56] Hardy G. H.: *Obrana matematikova.* Prostor, Praha 1999.

[57] Hawking S.: *Černé díry a budoucnost vesmíru.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1995.

[58] Hawking S.: *Stručná historie času v obrazech.* Aktualizované a rozšířené vydání. Argo, Praha 2002.

[59] Hawking S.: *Vesmír v kostce.* Argo, Praha 2002.

[60] Hawking S.: *Ilustrovaná teorie všeho. Počátek a osud vesmíru.* Argo, Praha 2004.

[61] Hawking S., Mlodinow L.: *Stručnější historie času.* Argo, Praha 2006.

[62] Heisenberg W.: *Část a celek. Rozhovory o atomové fyzice.* Votobia, Olomouc 1997.

[63] Heisenberg W.: *Fyzika a filosofie. Druhé, přehlédnuté vydání.* Aurora, Praha 2000.

[64] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita. Sborník přednášek českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR.* Academia, Praha 1998.

[65] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita 2. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR.* Český klub skeptiků a AV ČR, Praha 2002.

[66] Hey T., Walter P.: *Nový kvantový vesmír.* Argo, Dokořán, Praha 2005.

[67] Highfield R.: *Kouzelná věda a Harry Potter.* Dokořán, Praha 2003.

[68] Holton G.: *Věda a antivěda.* Academia, Praha 1999.

[69] Horský J.: *Albert Einstein.* Prometheus, Praha 1998.

[70] Chown M.: *Vesmír hned vedle. Dvanáct šokujících myšlenek z přední výspy vědy.* Granit, Praha 2003.

[71] Jáchym F.: *Tycho Brahe.* Prometheus, Praha 1998.

[72] Jex J.: *Max Planck.* Prometheus, Praha 2000.

[73] Johnson G.: *Zkratka napříč časem. Cesta ke kvantovému počítači.* Dokořán, Argo, Praha 2004.

[74] Kaku M.: *Einsteinův vesmír. Jak vize Alberta Einsteina změnily naše chápání prostoru a času.* Argo, Dokořán, Praha 2005.

[75] Kippenhahn R.: *Odhalená tajemství Slunce.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.

[76] Kippenhahn R.: *Kosmologie do vesty.* Baronet, Praha 2005.

[77] Kirshner R. P.: *Výstřední vesmír. Explodující hvězdy, temná energie a zrychlování kosmu.* Paseka, edice Fénix, Praha 2005.

[78] Kleczek J.: *Vesmír a člověk.* Academia, Praha 1998.

[79] Kleczek J.: *Velká encyklopedie vesmíru.* Academia, Praha 2002.

[80] Kolektiv: *Myšlenky na zlomu tisíciletí. Thoughts for the New Millenium.* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM, Brno 2002.

[81] Kolomý R.: *Prokop Diviš – vynálezce bleskosvodu.* Prometheus, Praha 2004.

[82] Krämer W.: *Statistika do vesty.* Baronet, Praha 2005.

[83] Kraus I.: *Wilhelm Conrad Röntgen.* Prometheus, Praha 1997.

[84] Kraus I.: *Dějiny evropských objevů a vynálezů. Od Homéra k Einsteinovi.* Academia, Praha 2001.

[85] Kraus I.: *Dějiny technických věd a vynálezů v českých zemích.* Academia, Praha 2004.

[86] Kraus I.: *Příběhy učených žen. (Životní osudy žen, které významně ovlivnily vývoj exaktních věd, především fyziky, matematiky a chemie.)* Prometheus, Praha 2005.

[87] Kulhánek P. a kolektiv: *Astronomie a fyzika na přelomu tisíciletí.* Dialog, Litvínov 2004.

[88] Lesch H., Miller J.: *Velký třesk. Druhé dějství. Po stopách života ve vesmíru.* Knižní klub v Praze, 2005.

[89] Levinová J.: *Jak vesmír přišel ke svým skvrnám. Deník o konečném čase a prostoru.* Dokořán, Argo, Praha 2003.

[90] Mackintosh R., Al-Khalili J., Jonson B., Pena T.: *Jádro. Cesta do srdce hmoty.* Academia, Praha 2003.

[91] Malina J., Novotný J. (editoři): *Kurt Gödel.* Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, 1996.

[92] Malíšek V: *Isaac Newton.* Prometheus, Praha 1999.

[93] Mandelbrot B.: *Fraktály. Tvar, náhoda a dimenze.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2003.

[94] Mayer D.: *Pohledy do minulosti elektrotechniky.* Kopp, České Budějovice 1999.

[95] McEvoy J. P., Zarate O.: *Stephen Hawking.* Portál, Praha 2002.

[96] Mornstein V.: *Utopený Archimedés. Malý alternativní výkladový slovník.* Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, Masarykova univerzita, 1999.

[97] Nagel E., Newman J. R., Hofstadter D. R. (redakce a předmluva): *Gödelův důkaz.* VUT v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2003.

[98] Pascal B.: *Myšlenky.* Mladá fronta, edice Klasická knihovna, Praha 2000.

[99] Penrose R. (Shimony A., Cartwrighotová N., Hawking S., sestavil M. Longair): *Makrosvět, mikrosvět a lidská mysl.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.

[100] Polkinghorne J.: *Kvantový svět.* Aurora, Praha 2000.

[101] Polkinghorne J.: *Věda a teologie. Úvod do problematiky.* Centrum pro studium demokracie a kultury, Brno 2002.

[102] Prigogine I., Stengersová I.: *Řád z chaosu.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.

[103] Raab M.: *Materiály a člověk. (Netradiční úvod do současné materiálové vědy.)* Encyklopedický dům, spol. s r. o., Praha 1999.

[104] Rees M.: *Náš neobyčejný vesmír.* Dokořán, Praha 2002.

[105] Rees M.: *Pouhých šest čísel. Skryté síly utvářejí vesmír.* Academia, edice Mistři věd, Praha 2004.

[106] Rees M.: *Naše poslední hodina. Přežije lidstvo svůj úspěch?* Dokořán, Argo, Praha 2005.

[107] Rektorys K.: *Co je a k čemu je vyšší matematika.* Academia, Praha 2001.

[108] Sagan C.: *Kosmos.* Tok, Eminent, Praha 1996.

[109] Sagan C.: *Komety – tajemní poslové hvězd.* Eminent, Praha 1998.

[110] Schrödinger E.: *Co je život? Duch a hmota. K mému životu.* Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2004.

[111] Schvartz J., McGuinness M.: *Einstein pro začátečníky.* Ando Publishing, Brno 1996.

[112] Seife Ch.: *Nula. Životopis jedné nebezpečné myšlenky.* Argo, Dokořán, Praha 2005.

[113] Singh S.: *Velká Fermatova věta.* Academia, Praha 2000 (Dotisk 2002).

[114] Singh S.: *Kniha kódů a šifer. Utajování od starého Egypta po kvantovou kryptografii.* Dokořán, Argo, Praha 2003.

[115] Smolka J.: *Galileo Galilei.* Prometheus, Praha 2000.

[116] Sodomka L., Sodomková M.: *Nobelovy ceny za fyziku.* SET OUT, Praha 1997.

[117] Stewart I.: *Čísla přírody. Neskutečná skutečnost matematické představivosti.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.

[118] Šolcová A.: *Johannes Kepler – zakladatel nebeské mechaniky.* Prometheus, Praha 2004.

[119] Štefl V.: *Mikuláš Koperník – tvůrce heliocentrické soustavy.* Prometheus, Praha 2002.
[120] Štefl V.: *Klaudios Ptolemaios. Tvůrce geocentrické soustavy.* Prometheus, Praha 2005.
[121] Štoll I.: *Christian Doppler – Pegas pod jařmem.* Prometheus, Praha 2003.
[122] Štoll I.: *Jan Marek Marci z Kronlandu.* Prometheus, Praha 1996.
[123] Štoll I.: *Svět očima fyziky.* Prometheus, Praha 1996.
[124] Thorne Kip S.: *Černé díry a zborcený čas.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
[125] Vopěnka P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci. Souborné vydání Rozprav s geometrií.* Práh, Praha 2000.
[126] Watson J. D.: *Geny, ženy a Gamov.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
[127] Weinberg S.: *Snění o finální teorii.* Hynek, Praha 1996.
[128] Weinberg S.: *První tři minuty. Moderní pohled na počátek vesmíru.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1998.
[129] Weinberg S.: *Tváří v tvář.* Aurora, Praha 2004.
[130] Weinlich R.: *Laureáti Nobelovy ceny za fyziku.* Alda, Olomouc 1998.
[131] Zajac R., Pišút J., Šebesta J.: *Historické pramene súčasnej fyziky 2. Od objavu elektronu po prah kvantovej mechaniky.* Univerzita Komenského Bratislava, Bratislava 1997. (1. díl vyšel v nakladatelství Alfa v roce 1990.)

Matematika, fyzika – minulost, současnost

Sborník z XII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky

Editoři: A. Trojánek, J. Novotný, D. Hrubý
Vydala Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF ve spolupráci s Vysokým učením technickým v Brně, nakladatelstvím VUTIUM v roce 2006.

Publikace neprošla redakční ani jazykovou úpravou v redakci nakladatelství.

Sazba programem LaTeX: Renata Chytková
Návrh obálky: P. Dvořák, A. Trojánek
Tisk: Astera G, vydavatelství a tiskárna, Jihlava

ISBN 80-214-3208-X (VUTIUM)