

Principiální úskalí magnitudové kalibrace

aneb Když jest pozadí nad hvězdu

Filip Hroch

ÚTFA MU, Brno

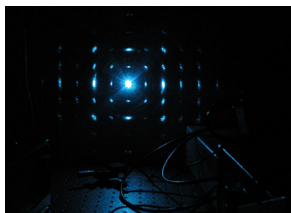
20. říjen 2008

Astronomická fotometrie

Jak měříme světlo?

Astronomická fotometrie

- ▶ měření intenzity (plošné zdroje) a toku (bodové zdroje) světla
- ▶ relativní — srovnáváme dva zdroje



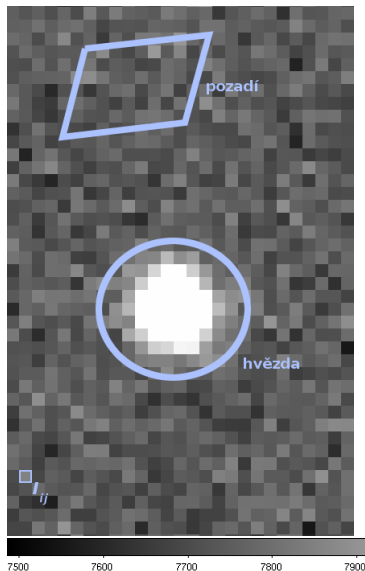
Absolutní kalibrace

- ▶ měříme dopadající energii záření
- ▶ energii světla nesou fotony (počítáme fotony)
- ▶ kalibrujeme na standardní počty (lux, ...)
- ▶ etalon jsou referenční hvězdy
- ▶ fotony: 10^5 (hvězda), 10^{17} (svíčka), 10^{22} (Slunce)



Zobrazující detektor

Jak se zachytí hvězda na snímku?



Zobrazovací detektory

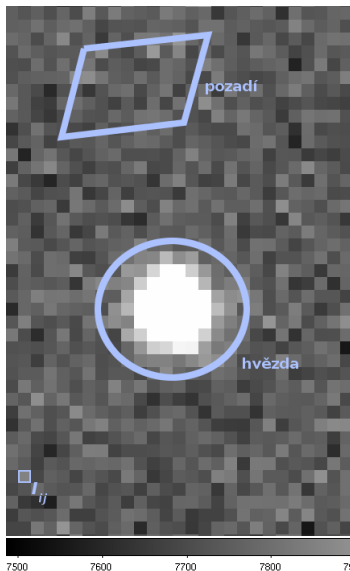
- ▶ fotografická deska
- ▶ astronomická CCD kamera
- ▶ digitální fotoaparát

Snímek z CCD

- ▶ zachycuje dopadnuvší záření
- ▶ zobrazovací plocha je z pixelů
- ▶ přímé zachycení fotonů
- ▶ zobrazení intenzit: černá — nejmenší, bílá — největší

Aperturní fotometrie

Jak odhadnout tok z hvězdy?



Intenzita v pixelu je (fotony v pixelu = fotony od pozadí + fotony od hvězdy)

$$I_{ij} = B + I_{ij}^*$$

Celkový tok od hvězdy

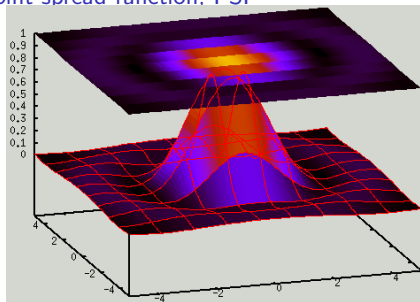
$$F^* = \sum_{\text{hvězda}} I_{ij}^* = \sum_{\text{hvězda}} (I_{ij} - B)$$

Intenzita pozadí (obloha, ...)

$$B = \frac{1}{N} \sum_{\text{pozadí}} I_{ij}, \quad I_{ij}^* \rightarrow 0$$

Profil bodového zdroje

Point spread function, PSF



Tok od hvězdy

$$F^* = \int I^*(\alpha, \delta) d\alpha d\delta$$

PSF

- ▶ vzniká v optické soustavě (difrakce, difúze, turbulence , ...)
- ▶ historicky zkoumán: [Moffat (1969)] , [King (1971)], ...
- ▶ pro všechny hvězdy stejný (zanedbáváme kómu, astigmatismus, ...)
- ▶ nelze obvykle dobře analyticky popsat (nepřesná montáž, difrakční obrazce, ...)

Analytické profily hvězd

Analytické aproximace PSF

Gaussova

$$G(r) = G_0 e^{-r^2}$$

Moffatova

$$M(r) = M_0 (1 + r^2)^{-A}, \quad A > 1$$

Exponenciální

$$H(r) = H_0 e^{-r}$$

Celkový tok pro Gaussovu PSF

$$F^*(R) = 2\pi G_0 \int_0^R e^{-r^2} r \, dr = F_0 (1 - e^{-R^2})$$

Pro $R \rightarrow \infty$ dostáváme celkový tok od hvězdy F^* .

Pro $R < \infty$ dostáváme tok z clonky o poloměru R : $F^*(R)$.

Tok měřený aperturní fotometrií I.

Analytický pohled na aperturní fotometrii

- ▶ Měřenou intenzitu na CCD předpokládáme ve tvaru

$$I_{ij} = B + G_0 e^{-(i^2+j^2)}$$

- ▶ Pozadí odhadneme na $B \pm b$.
- ▶ Vhodnou metodou (nejmenší čtverce) odhadneme $G_0 \pm g_0$.
- ▶ Profil hvězdy bez pozadí tedy je

$$I_{ij}^* = (G_0 \pm g_0) e^{-(i^2+j^2)} \pm b$$

Jde o odhadnutý (užitím vhodné PSF a jejího škálování) profil hvězdy plus malá chyba v určení oblohy.

...

Tok měřený aperturní fotometrií II.

Analytický pohled na aperturní fotometrii

- ▶ Tok pod grafem je dán

$$F^*(R) \sim \int_0^R \left[(G_0 \pm g_0)e^{-r^2} \pm b \right] r \, dr$$

$$F^*(R) = F(R) \left[1 \pm \frac{g_0}{G_0} \right] \pm bR^2, \quad F(R) = F_0(1 - e^{-R^2})$$

Tedy jde o tok pod profilem ke kterému je přičteno pozadí.

- ▶ Klíčová vlastnost je pro $R \rightarrow \infty$:

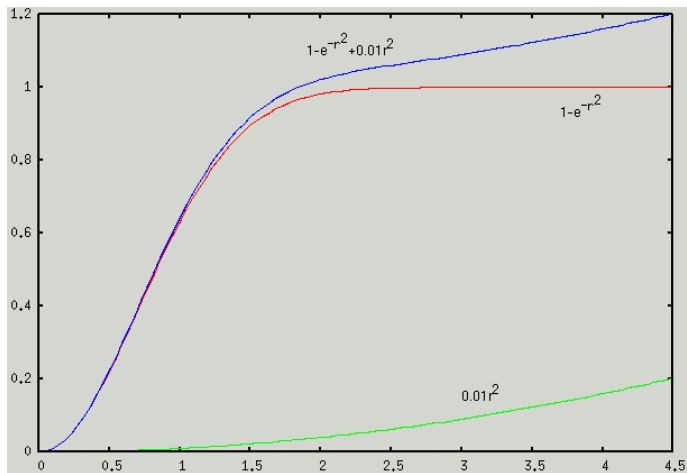
$$\lim_{R \rightarrow \infty} F^*(R) = \pm \infty$$

zatímco

$$\lim_{R \rightarrow \infty} F(R) = F_0$$

neboť objem pod Gaussovou funkcí je konečný.

Graf radiální závislosti toku od hvězd



$$F^*(r) = (1 - e^{-r^2}) + 0.01r^2,$$

Stabilní řešení diferenciálních rovnic

Intermezzo

Lemma (Rektorys¹)

Říkáme, že řešení rovnice $y' = f(x, y_0)$ je stabilní, jestliže k libovolnému $\epsilon > 0$ existuje takové $\delta > 0$, že vyhovují-li počáteční podmínky a, b v bodě x_0 nerovnosti

$$|a - b| < \delta,$$


$$|y(x, a) - y(x, b)| < \epsilon, \quad \text{pro } x > x_0.$$

Geometricky: Řešení se pro všechna $x > x_0$ málo liší, jestliže se pro $x = x_0$ málo liší počáteční podmínky.

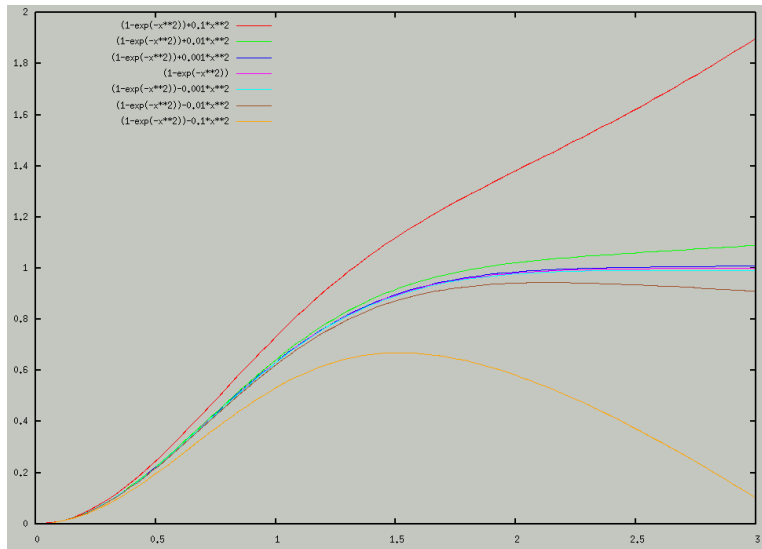
Příklad. Pro rovnici $y'' - y = 0$ je řešení tvaru

$$y = Ae^x + Be^{-x}.$$

Pro $A \neq 0$ je pro $x \rightarrow \infty$ (nestabilní řešení).

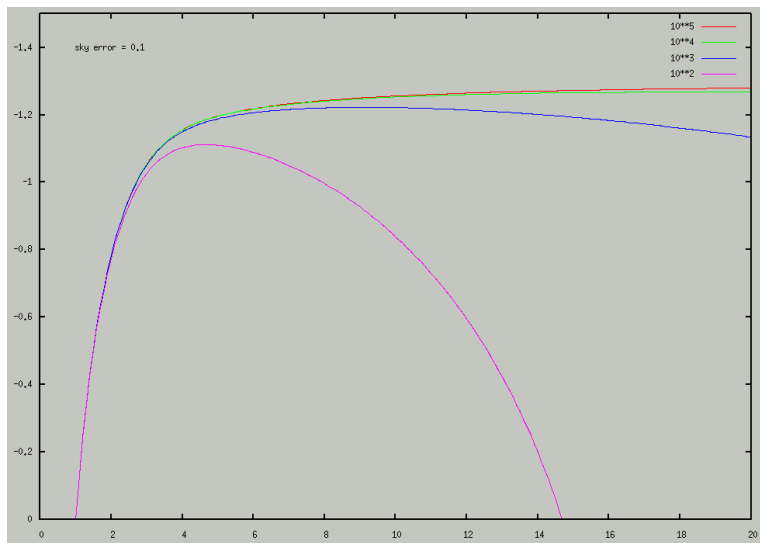
¹volně dle Rektorys a spol.: Přehled užití matematiky, SNTL 1981 

Celkový tok pro různé odchylky od pozadí



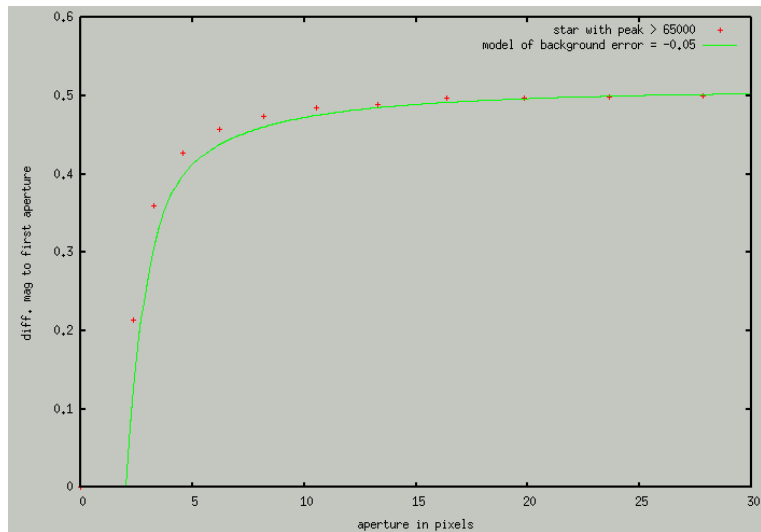
$b = 0.001, 0.01, 0.1$

Celkové toky pro různě jasné hvězdy

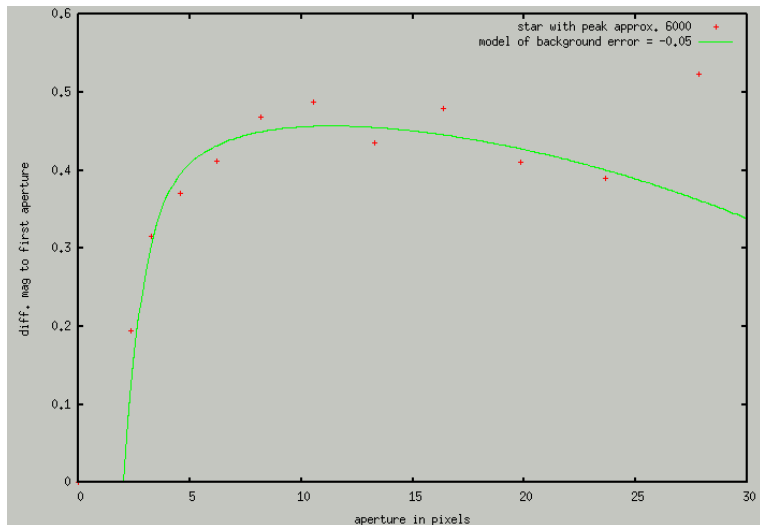


$$b = 0.1, F_0 = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$$

Profil jasné hvězdy



Profil slabší hvězdy



$B \simeq 300, b = 0.05 \text{ ADU(!)}$

Kalibrace magnitud

[Jílková (2006)]

- ▶ práce byla věnována fotometrické kalibraci dalekohledu
- ▶ byly srovnávány teoretické výpočty a měření
- ▶ měření neodpovídají výpočtům a jsou vnitřně rozporné

$$v - r = a + [\beta + b(X)](V - R)$$

Pro 0716+71:

$$\beta = 0.833 \pm 0.169, -0.201 \pm 0.537, 1.043 \pm 0.118, 0.817 \pm 0.135$$

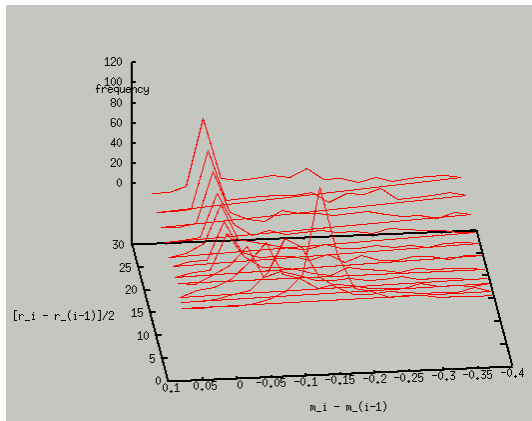
Howellův 2D model

[Howell (1989)]

- ▶ první varování o problému stability
- ▶ „CCD equation“,

$$S/N = \frac{N_*}{\sqrt{N_* + n_{\text{pix}}(\sum N_i)}}$$

- ▶ hledání maxima S/N pro optimální volbu clonky



[Stetson (1990)]

- ▶ metoda křivky růstu (toky v několika clonkách)
- ▶ kombinace analytických tvorů toků
- ▶ hledá optimální tvar a odhaduje celkový tok

Na závěr


Jak moc vadí špatně odhadnuté pozadí?

- ▶ magnitudová kalibrace slabších hvězd
- ▶ změna PSF během noci(i) (větší šum, systematický posuv, barevné kalibrace, ...)
- ▶ nelze použít Bouguerovu metodu měření extinkce
- ▶ workaround: použití jen jasných hvězd, aperturová korekce
- ▶ zvětšení šumu (pro 10^5 je chyba magnitudy jen 0.003, reálně asi $10\times$ větší)

Reference

<http://www.physics.muni.cz/~hroch/pitfall.pdf>

Literatura

-  Jílková,L.: Bakalářská práce (2006)
http://is.muni.cz/th/106183/prif_b/
-  Howell,S.B: PASP **101**,616 (1989)
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1989PASP..101..616H>
-  King,I.R.: PASP **83**,199 (1971)
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1971PASP...83..199K>
-  Moffat,A.F.J.: A&A **3**,455 (1969)
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1969A&A....3..455M>
-  Stetson,P.B: PASP **102**,932 (1990)
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1990PASP..102..932S>