

# Principy moderních optických zobrazovacích metod

Josef Kuběna

*Ústav fyziky kondenzovaných látek, přírodovědecká fakulta,  
Masarykova Universita, Brno*

Učební pomůcka zaměřená pro posluchače experimentálních oborů

Výběr témat pro podzim 2007, verze 78

## Teorie světla

### Vznik a detekce světla

**Kvantová fyzika** (kvantová elektrodynamika) považuje světlo za **tok fotonů**, z nichž každý nese energii  $E = h\nu$ . Vznik fotonů doprovází kvantové procesy v atomech. Budeme zabývat pouze světelnými jevy, které nastávají při velké **hustotě fotonů**, kdy se **neprojevuje jejich fluktuace a tím jejich statistika**.

### Šíření světla

Naproti tomu **elektromagnetická teorie** je **velice funkční** pro popis šíření světla prostorem i prostředím, ale zcela **selhává** při vysvětlení činnosti zdrojů a detektorů světla.

Pro šíření světla prostředím je podstatná jen **elektrická složka E elektromagnetické vlny**. Ta odpovídá za index lomu, rozptyl světla a jiné procesy (např. stimulovaná emise fotonů). Obě složky **E** i **B** jsou svázány Maxwellovými rovnicemi, tj. **nejsou nezávislé**.

2

## Zdroje světla

Podle **EM teorie** se světlo šíří z bodových zdrojů jako **nepolarizované, nekoherentní kulové vlny**, jinak řečeno, fázový rozdíl libovolných dvou vln je **náhodný a mění se náhodně** s časem.

**Foton je emitován** atomem při přechodu elektronu z excitovaného do základního stavu. Šíří **náhodným směrem a má i náhodně orientovaný spin**.

**svíčka ...** k excitaci atomů dochází chemickým procesem při slučování  
**žárovka ...** excitují se atomy tvořící krystalovou mřížku vlivem tepelného pohybu  
**výbojka ...** k excitaci dochází srážkami iontů urychlených elektrickým polem  
**fotodioda ...** excitují se příměsí polovodiče průchodem el. proudu přes p-n přechod  
**svítící barvy ...** k excitaci atomů dochází dopadajícím světlem - **fluorescence**  
**monitor ...** excitace se děje dopadem iontů nebo elektronů - **luminiscence**

<http://lectureonline.clmsu.edu/~mmp/applist/blackbody/black.htm>

**Lasery ...** atomy jsou excitovány do **metastabilních** stavů a emise fotonů z nich je **stimulována** stojatou světelnou vlnou, která vznikne v **optickém rezonátoru**. Tento proces vede vzniku **koherentních svazků světla**.

<http://www.colorado.edu/physics/2000/index.pl>

3

## Základní veličiny optiky (1)

**Rovinná vlna** (vektorová, skalární, monochromatická)

Fáze (stav vlny) ...  $\alpha$

$$E(x, t) = E_0 \sin(2\pi\nu t - kx + \varphi_0)$$

Okamžitá výchylka  
v bodě  $x$  a čase  $t$

Amplituda

frekvence

Vlnové číslo

Počáteční fáze

Index lomu

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi\nu n}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} = nk_0$$

Vlnová délka

Fázová rychlost  
v prostředí

Rychlost  
ve vakuu

Vlnová délka  
ve vakuu

Vlnové číslo  
ve vakuu

4

## Základní veličiny optiky (2)

**Vlnoplocha** ... geometrické místo bodů stejné fáze, rovinná vlnoplocha, kulová vlnoplocha

**Paprsek** ... normála k vlnoploše

**Svazek paprsků** ... rovnoběžný, divergentní (rozbíhavý)

### Princip superpozice

Je založen na vlastnosti elektrického pole, jehož elektrická intenzita je v každém **okamžiku** a v každém **bodě** rovna **součtu** intenzit od všech zdrojů.

### Huygensův princip šíření vln prostorem.

Dvě vlny jsou **koherentní**, když rozdíl fází je v čase konstantní:

$$\alpha_1(x_1, t_1, \varphi_{0,1}) - \alpha_2(x_2, t_2, \varphi_{0,2}) = \text{konstanta}$$

Náhodné funkce času

5

## Charakteristické vlastnosti světla

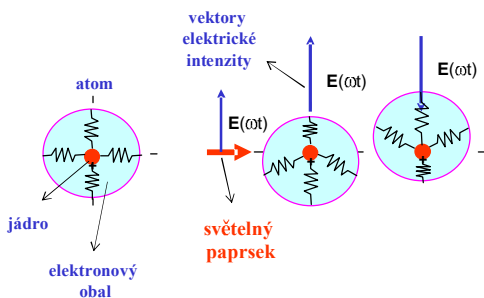
Vlastnost	Laserové světlo	Obyčejné světlo
spektrální složení	zlomek šířky jedné spektrální čáry, několik podélných modů	soubor spektrálních čar spojité spektrum
časová koherence (koherenční doba $\tau$ , koherenční délka $\delta = \tau c$ )	velká, $\delta$ je větší než délka rezonátoru	malá, $\delta \sim \lambda$ až $100\lambda$ $\delta = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$
prostorová koherence (koherenční šířka $\beta$ )	po celém průřezu laserového svazku je $\gamma_s$ přibližně roven 1	velice malá, pro koherenční šířku platí $\beta = \lambda \frac{a}{s}$
polarizace	a) nepolarizované b) lineárně polarizované	nepolarizované
rovnoběžnost	obecně je vysoká, závisí na vlastnostech rezonátoru	září do všech směrů, o rovnoběžnosti se nedá mluvit

6

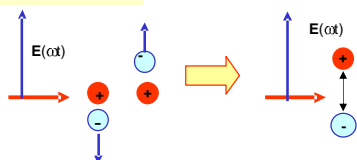
## Rozptyl světla na elektronech

### Thomsonův rozptyl nebo též Rayleigh rozptyl:

Elektrické pole EM vlny působí na elektrické náboje atomů. Jádro zůstává na místě, rozkmitá se jen elektronový obal (jádro má totiž hmotnost více než 1000 x větší než obal).



### Zjednodušeně:

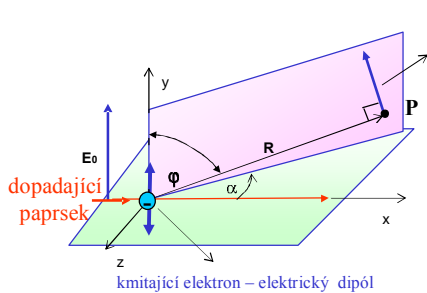


Vznikne tak **elektrický dipól**, který generuje **dipólové vlny** podobně jako například dipól televizního vysílače.

Podrobně na této [www stránce](#): [Elektromagnetické vlny](#)

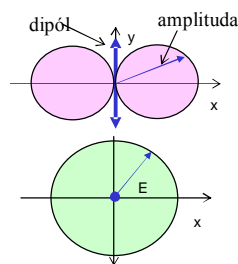
7

## Dipólová vlna



Vektor **E** elektrické intenzity indukované dipólové vlny

### Vyzařovací diagram dipólu



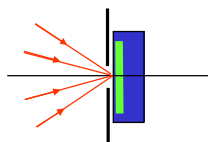
**Amplituda** dipólové vlny nezávisí na úhlu  $\alpha$  a je dána vztahem

$$E = \frac{E_0}{R} \sin \varphi$$

1. **Frekvence** dipólové vlny je stejná, jako vlny budící.
2. **Polarizaci** určuje směr kmitů elektronů.
3. Rozptýlené světlo buzené rovnoběžným svazkem je vždy **lineárně polarizované**, když pozorujeme ve směru kolmo na svazek.

8

## Měření intenzity světla



1. **Plošný (všesměrový) detektor** (např. fotodioda) nerozliší intenzitu paprsků přicházející z různých směrů. **Bodový detektor** - clonkou omezíme plochu na minimum.
2. **Směrový detektor** vznikne, když bodový detektor dáme do ohniskové roviny spojné čočky.

Měření intenzity světla se opírá o **experimentální fakt**, že **signál detektoru  $i$**  (fotoproud, fotonapětí) je úměrný kvadrátu amplitudy elektromagnetické vlny  $E_0$ , ploše detektoru  $S$  a **spektrální citlivosti  $c(\lambda)$**

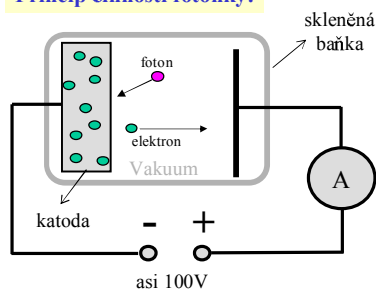
$$i \sim c(\lambda)S \langle E_0^2 \rangle$$

Všechny detektory měří **střední časovou** toku EM energie za tzv. **integrační dobu detektoru** (např. pro oko to je 0.1 s, pro fotodiodu asi  $10^{-3}$  s, pro fotonku  $10^{-6}$  s). Tento experimentální fakt, že neumíme měřit okamžitou intenzitu světla, souvisí i s **koherenčními vlastnostmi** světla.

Podle kvantové fyziky je signál úměrný toku absorbovaných fotonů v detektoru. 9

## Detektor světla - fotonka

### Princip činnosti fotonky:



Elektrony opustí katodu (nastane **fotofekt**), až jim foton předá svou energii, s jejíž pomocí jsou teprve schopny překonat **okraj myšlené nádoby** (kovová katoda), v níž jsou uzavřeny.

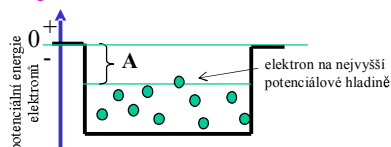
$$\text{Energie fotonu} = h\nu$$

Podmínka vzniku fotofektu:

$$A < h\nu$$

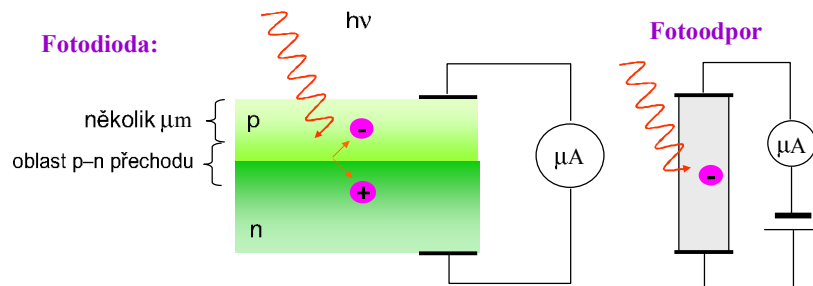
Když na katodu nedopadá světlo (fotony), tak obvodem **neprochází elektrický proud**. Když ale na katodu **dopadne foton**, vyrazí z ní elektron a ten je elektrickým polem přitážen ke kladně nabitě elektrodě. Svým elektrickým nábojem přispěje ke vzniku elektrického proudu.

**Potenciálová nádoba** (např. kovové těleso), zadržuje **volné elektrony**. Elektrony v ní mají **menší potenciální energii než mimo**.



$A$  = energie, která **chybí** elektronům, aby vyletěly z kovu (**výstupní práce**).  
Teplota? 10

## Polovodičová fotodioda



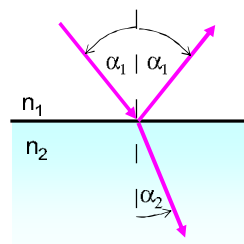
Foton pronikne horní vrstvou polovodiče a když se v oblasti **p-n přechodu** absorbuje, tak vygeneruje pár **elektron – díra**. Tímto procesem, kterému se říká **vnitřní fotoefekt**, vznikne elektrický fotoproud. Důležitou roli zde hraje i závislost absorpce na  $\lambda$ .

V praxi se ještě používají k detekci světla tzv. **fotoodpory** (např. selenové), u nichž absorbovaný foton snižuje hodnotu jejich odporu (zvýší se vlastně počet vodivostních elektronů v materiálu fotoodporu).

<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/kap28/PhotoEffect/photo.htm>

11

## Odraz a lom světla



Odraz a lom na rovinném rozhraní

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Index lomu:

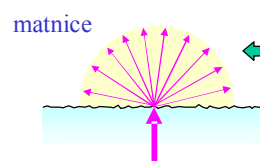
$$n_1 = \frac{c}{u_1}$$

$$\lambda_1 = \frac{u_1}{\nu}$$

Frekvence světla se při průchodu rozhraním nemění, ale **vlnová délka** ano:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

**K odrazu na drsném rozhraní dochází, když charakteristická velikost nerovnosti  $L$  je mnohem větší než vlnová délka  $\lambda$ .**



Důležité vlastnosti pro mikroskopické preparáty

12

## Vlnový vektor $\mathbf{k}$

Vlnový vektor  $\mathbf{k}$  má směr paprsku a velikost

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n$$

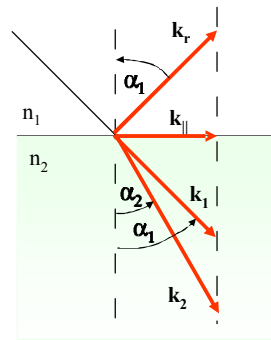
kde  $\lambda$  je vlnová délka v prostředí s indexem lomu  $n$  a  $\lambda_0$  je vlnová délka ve vakuu. V optice hraje významnou roli jak v EM teorii, kde odpovídá směru šíření světla, tak v kvantové teorii, kde zase **hybnost fotonu** je dána jeho součinem s Planckovou konstantou

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$$

**Zákon odrazu a lomu světla** na rovinném rozhraní pak odpovídá zákonu zachování **hybnosti** fotonu při tomto procesu. Vzhledem k symetrii tohoto děje se **zachovávají tečné složky** vlnových vektorů do rozhraní před a po procesu.

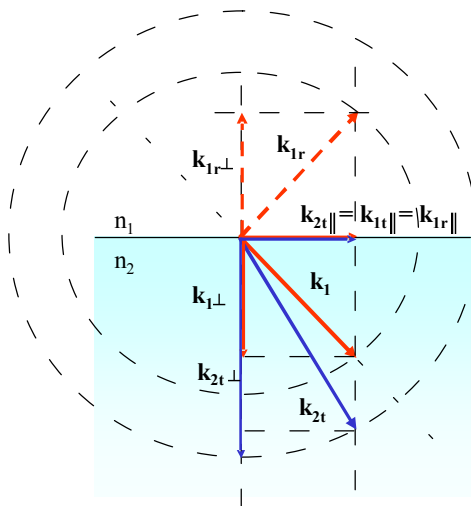
$$k_{\parallel 1} = k_1 \sin \alpha_1 = n_1 k_0 \sin \alpha_1$$

$$k_{\parallel 2} = k_2 \sin \alpha_2 = n_2 k_0 \sin \alpha_2$$



Snelliův zákon:  $k_{\parallel 1} = k_{\parallel 2}$  <sup>13</sup>

## Vlnový vektor na rozhraní



**Dopadající paprsek**

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_{1\perp} + \mathbf{k}_{1\parallel}$$

**Lomený paprsek**

$$\mathbf{k}_{2t} = \mathbf{k}_{2\perp} + \mathbf{k}_{2t\parallel}$$

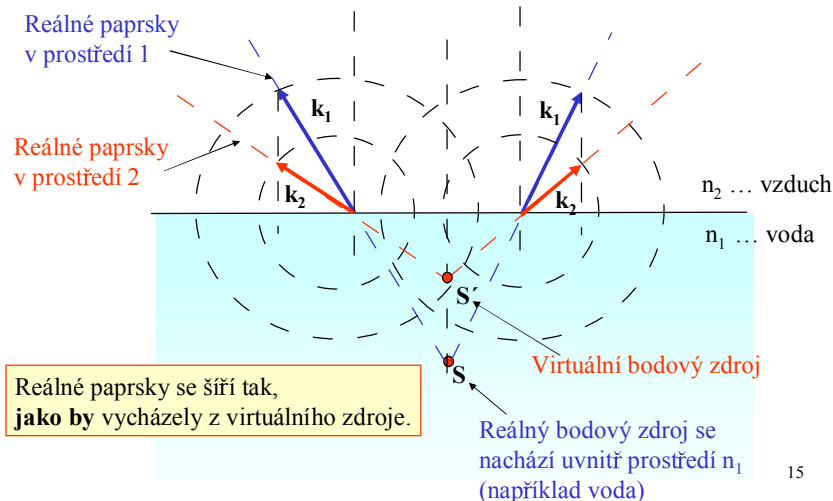
**Odražený paprsek**

$$\mathbf{k}_{1r} = \mathbf{k}_{1r\perp} + \mathbf{k}_{1r\parallel}$$

Poloměry kružnic jsou geometrická místa koncových bodů **všech možných vlnových vektorů** v daném prostředí.

14

## Virtuální bodový zdroj



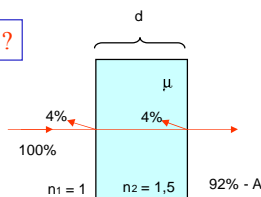
## Odrazivost rozhraní

Při průchodu světla optickými prvky nastávají ztráty intenzity **odrazem, absorpcí a rozptylem.**

**Odrazivost R** (poměr intenzit) světla **na rozhraní** závisí obecně na úhlu dopadu (**Fresnelovy vzorce**). Při dopadu **kolmo** na rozhraní je odrazivost dána vztahem:

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} * 100 \%$$

Jak měřit  $I_0$  a  $I_r$  ?



**Neabsorbující látky** mají index lomu reálný na rozdíl od kovů, které silně absorbují a pro něž je komplexní. Imaginární část je úměrná koeficientu absorpce.

$$n(\lambda) = n_r(\lambda) + in_i(\lambda)$$

$$n_i(\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda} \mu(\lambda)$$

hliník	1.44 +i5.23
zlato	0.47 +i2.83
křemík	3.98 +i0.07
diamant	2.41 +i10 <sup>-6</sup>
sklo	1.5
voda	1.33

**Zákon zachování toku energie přes vrstvu :**

$$R + T + A = 1$$

$T(\lambda)$  ... propustnost, vše, co projde  
 $A(\lambda)$  ... absorpce v prostředí



## Absorpce

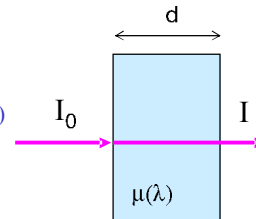
**Ztráta intenzity absorpcí:** průchodem přes vrstvu tloušťky  $d$  s koeficientem lineární absorpce  $\mu(\lambda)$  je dána vztahem :

$$A = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu d} \quad (*100\%)$$

Absorpce světla v přímém směru je důsledek procesů:

1. **excitace atomů a molekul** (fluorescence, růst teploty)
2. **rozptylu světla** v nehomogenním prostředí

**Absorpční spektra  $I(\lambda)$**  v infračervené oblasti slouží k identifikaci zejména organických látek a dále k měření koncentrace látek v roztoku.



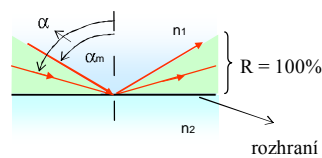
Mezi významné aplikace absorpce náleží **rentgenová počítačová tomografie (CT)** a v optice zobrazení pomocí **laserové skenovací optiky**.

**Poznámka:** Při používání notace rovinných vln ve tvaru: je absorpce obsažena v imaginární části vlnového vektoru

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kr)}$$

17

## Totální odraz světla



**Mezní úhel  $\alpha_m$**  existuje, jen když platí:

$$n_1 > n_2.$$

**Odrazivost  $R = 100\%$** , pro úhly:

$$\alpha > \alpha_m$$

V prostředí  $n_2$  se v blízkosti rozhraní nachází tzv. **evanescentní vlna**

Platí: 
$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

**Aplikace totálního odrazu:**

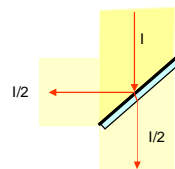
1. totálně odrážející hranoly
2. děliče optických svazků
3. Světlovody, optická vlákna ve sdělovací technice

Obecně platí, že **odražený a lomený svazek** jsou výsledkem superpozice všech **dipólových vln** vybuděných na **elektrických nábojích** dopadajícím svazkem. Mimo směry svazků se dipólové vlny navzájem vruší.

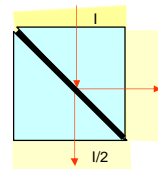
18

## Děliče svazků

### Děliče svazku paprsků dělením amplitud



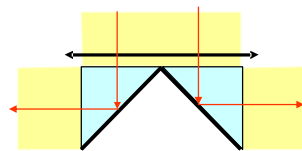
deska s tenkou vrstvou



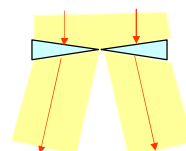
kostka s tenkou vrstvou

Každý z paprsků má pak poloviční intenzitu

### Dělič svazku dělením vlnoploch

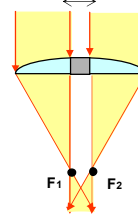


Totální odraz



Prizmatický dělič

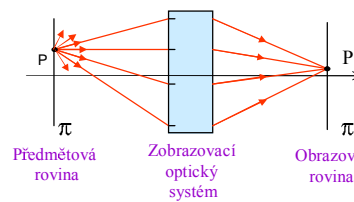
Čočka rozříznuta a posunutá



19

## Princip optického zobrazování

**Geometrická optika**, která zanedbává **difrakční jevy**. Optické zobrazení je možné vybudovat také na čistě geometrickém (matematickém) principu – **kolineace**.



**Reálný obraz** bodu P leží ve směru šíření paprsků.

Zobrazovací systém musí mít vlastnost **fokuse** paprsků.

**Camera obscura, čočky, zrcadla**

### Princip zobrazení čočkami:

1. Předmět se rozdělí na **nekoherentní** svítící body.
2. Zobrazovací optický systém soustředí **všechny** paprsky vycházející z **jednoho bodu** předmětu **do příslušného bodu** obrazu.
3. **Optickou osu** čočky určují středy křivosti obou lámavých ploch.
4. Když obraz leží ve směru chodu **reálných paprsků**, mluvíme o **reálném** obrazu.

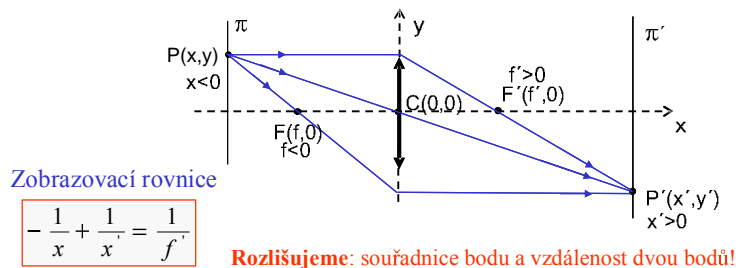
Proč nejde použít k osvětlení preparátu laser?

Při osvětlení laserem nejde rozložit obraz na nezávisle svítící bodové zdroje světla.

20

## Geometrická konstrukce obrazu (1)

### Tenká spojná čočka



Konstrukční paprsky budeme kreslit **modře**, skutečné **červeně**

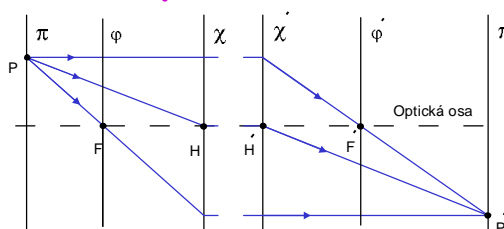
#### Pravidla pro geometrickou konstrukci polohy obrazu (tenká čočka):

1. Paprsek **rovnoběžný** s osou se lomí do obrazového ohniska  $F'$ .
2. Paprsek jdoucí **středem** čočky  $C$  nemění svůj směr.
3. Paprsek procházející **předmětovým ohniskem** pokračuje rovnoběžně s optickou osou. Kde se tyto paprsky protnou, tam je obraz  $P'$  a prochází jím **obrazová rovina**.

21

## Geometrická konstrukce obrazu (2)

### Obecný zobrazovací systém:



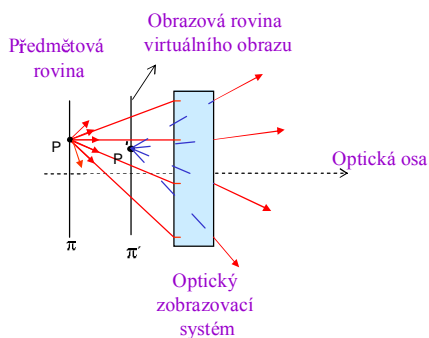
#### Charakteristika obecného zobrazovacího systému:

- 1) Hlavní roviny  $\chi$  a  $\chi'$  a hlavní body  $H$  a  $H'$ , ohniskové roviny  $\phi$  a  $\phi'$  a ohniska  $F$  a  $F'$ .
- 2) Bod předmětu  $P$  a jeho obraz  $P'$  nalezený geometrickou konstrukcí.
- 3) Úsečky  $PH$  a  $H'P'$  jsou rovnoběžné, mezi hlavními rovinami není chod paprsků znám.
- 4) Na  $\chi'$  pokračují paprsky ve stejné výšce od osy, kde na  $\chi$  skončily.
- 5) U **tenké čočky** hlavní roviny a hlavní body splývají.
- 6) Na tyto obecné charakteristiky lze redukovat každou soustavu čoček.

Výpočet charakteristik viz: [http://physics.muni.cz/~kubena/maticev2\\_soubory/frame.htm](http://physics.muni.cz/~kubena/maticev2_soubory/frame.htm)

22

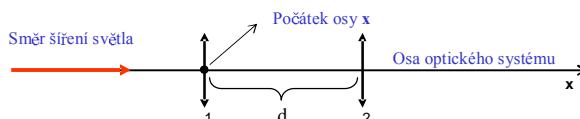
## Virtuální obraz



- 1) Bodu P' říkáme **virtuální obraz**, když paprsky po průchodu optickým systémem se šíří tak, **jako by** vycházely z tohoto bodu. Důležité je zde použití sousloví ... jako by ...
- 2) Virtuální obraz leží tedy na **opačné straně**, než jak ukazuje chod paprsků.

23

## Optický systém dvou tenkých čoček



Optický systém je tvořen dvěma tenkými čočkami, jejichž středy mají souřadnice 0 a d, a obrazové ohniskové vzdálenosti  $f_1$  a  $f_2$ . Spojka má  $f > 0$ , rozptylka  $f < 0$ .

Obrazová ohnisková vzdálenost tohoto systému je:

$$f_s = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

Souřadnice obrazového ohniska:

$$f = d + f_s \left(1 - \frac{d}{f_1}\right)$$

Souřadnice předmětového ohniska:

$$f_0 = -f_s \left(1 - \frac{d}{f_2}\right)$$

Souřadnice obrazového hlavního bodu

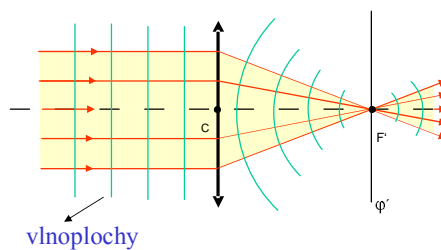
$$h = d - f_s \frac{d}{f_1}$$

Souřadnice předmětového hlavního bodu:

$$h_0 = f_s \frac{d}{f_2}$$

24

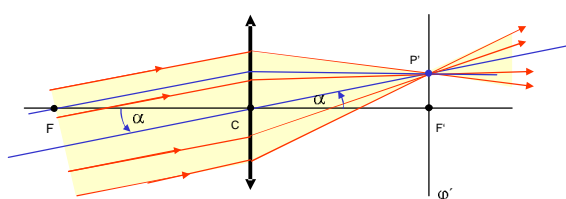
## Definice ohniska



- 1) **Paprsky rovnoběžné** s optickou osou se po průchodu čočkou protínají v obrazovém ohnisku (definice ohniska).
- 2) **Rovinnou vlnu** změnila čočka ve vlnu **kulovou**.
- 3) Čočka při zobrazování **nemění fázový rozdíl** mezi paprsky.
- 4) **Princip reverzibility** v geometrické optice říká, že dráhy paprsků optickým systémem, nezávisí na směru šíření světla.

25

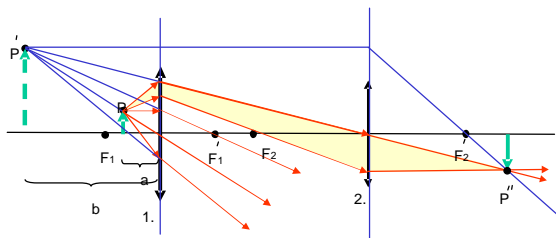
## Chod svazku paprsků čočkou



1. Rovnoběžný svazek paprsků svírající s optickou osou **úhel  $\alpha$**  se protíná v obrazové ohniskové rovině v průsečíku  $P'$ .
2. Polohu tohoto **průsečíku** určí paprsek svazku **jdoucí středem čočky**. Bod  $P'$  můžeme považovat za obraz bodu  $P$ , který leží nekonečně daleko od čočky. Ohnisková rovina je pak i obrazovou rovinou.
3. Podle **principu reversibility** se paprsky vycházející z **bodu ohniskové roviny** šíří za čočkou rovnoběžně s paprskem jdoucím středem čočky  $C$ .

26

## Zobrazení lupou

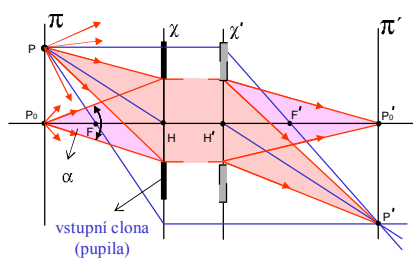


- 1) **Virtuální obraz vytváří 1. spojka** a 2. spojka jej zobrazuje jako reálný obraz na stínítko.
- 2) Obraz  $P''$  vytváří jen malý svazek paprsků ze širokého svazku procházejícího 1. čočkou.
- 3) Poloha předmětu na schématu připomíná **pozorování lupou**. Dáme jej do takové vzdálenosti  $a$ , aby obraz vznikl ve vzdálenosti  $b = 25$  cm (**konvenční zraková vzdálenost**). Oko (čočka 2), pak vidí virtuální obraz (přímý, zvětšený).

Kde leží ohnisko této soustavy dvou čoček?

27

## Aperturní clona čočky (pupila)



- 1) **Ideální poloha pupily** je v hlavní předmětové rovině  $c$  nebo obrazové  $c'$
- 2) Paprsky realizující zobrazení (skutečné paprsky) jsou jen ty, které **projdou vstupní pupilou**
- 3) **Úhlová apertura soustavy  $\alpha$**  se vzdáleností od čočky klesá. U nekorigovaných čoček by měla odpovídat paraxiálnímu přiblížení.
- 4) **Jas obrazu** je přímo úměrný **ploše** vstupní pupily.
- 5) Průměr pupily určuje **mezní rozlišení** čoček. Jde o difrakci na pupile.

28

## Optická mikroskopie

Smyslem mikroskopického pozorování je na základě znalosti **metody zobrazení** a **vlastností kontrastu obrazu** zjistit co nejvíce informací o optických vlastnostech a struktuře preparátu.

**Optickou strukturou** rozumíme nejrůznější materiálové objemové, plošné nebo povrchové nehomogenity preparátů, které ovlivňují procházející nebo odražené světlo.

**Kontrast obrazu:**

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\text{stř}}}$$

$$I_{\text{stř}} = \frac{1}{S} \iint_S I(x, y) dx dy$$

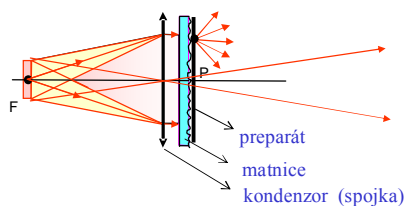
Na této adrese najdete firemní výukový kurs mikroskopie pro pokročilé:

<http://www.olympusfluoview.com/java/index.html>

29

## Nekoherentní osvětlení předmětu

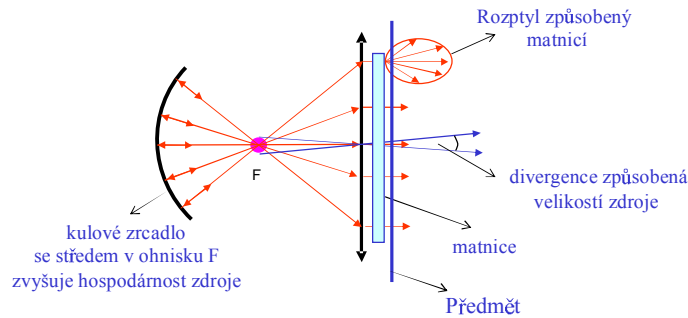
### A) Nekoherentní osvětlení



1. Ideální **nekoherentní osvětlení** vyžaduje, aby každý bod preparátu byl osvětlen silně divergentním svazkem. Matnice podpoří stav, že z každého bodu P předmětu se pak šíří paprsky všemi směry.
2. Používá se u **absorbujících preparátů** (projektory diapositivů, zvětšovací přístroje filmových negativů, apod.)
3. **Jas obrazu** je při tomto osvětlení možné měnit irisovou clonou zobrazujícího objektivu (například clonou fotoaparátu).

30

## Projektorový kondenzor

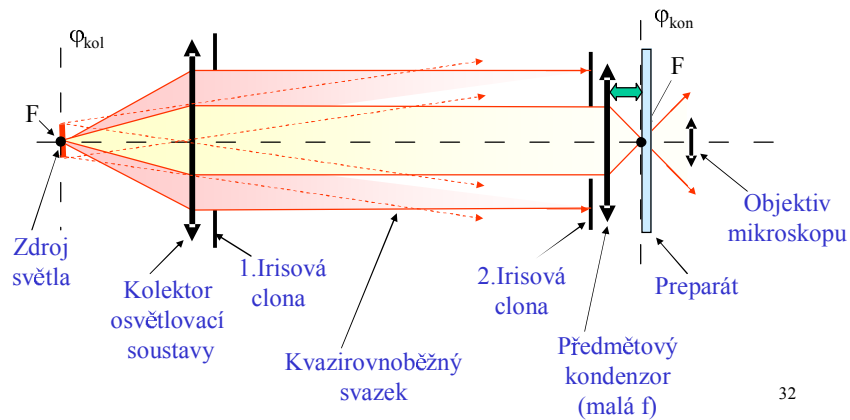


- 1) **Kondenzor** má za úkol soustředit do roviny čočky co **největší intenzitu** světla, a dále v rovině čočky dosáhnout **rovnoměrného osvětlení předmětu**. Matnicí se zlepšuje **nekoherentní osvětlení** předmětu.
- 2) Kondenzor je často realizován celou soustavou čoček i kulových zrcadel k tomu, aby předmět byl osvětlen co největší intenzitou.

31

## Mikroskopický kondenzor

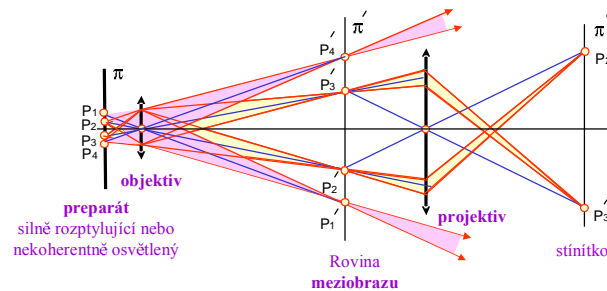
**Zjednodušené optické schéma:** Preparát je osvětlen rozbíhavým svazkem, jehož intenzitu měníme 1. clonou a divergenci 2. clonou. Velikost osvětleného pole se mění vzdáleností mezi kondenzorem a preparátem.



32



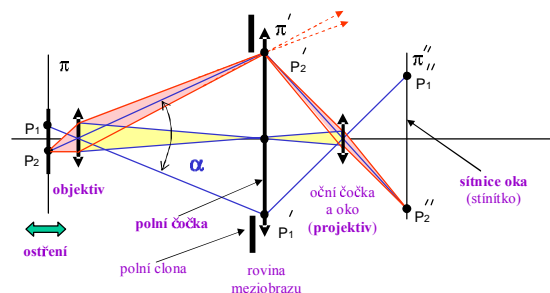
## Dvoustupňový projektor



- 1) **Objektív** vytvoří **meziobraz** preparátu. Na obrázku jsou vyznačeny svazky paprsků zobrazující jednotlivé body  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  a  $P_4$ .
- 2) **Projektiv** zobrazí jen část meziobrazu na stínitko, protože některé paprsky projekтивem vůbec neprojdou.
- 3) **Do roviny meziobrazu** se vkládá tzv. **polní clona**, (omezuje zorné pole obrazu), případně **nitkový kříž** nebo **měřítko** (projektiv je zobrazí na stínitko současně s meziobrazem).

33

## Mikroskop s polní čočkou

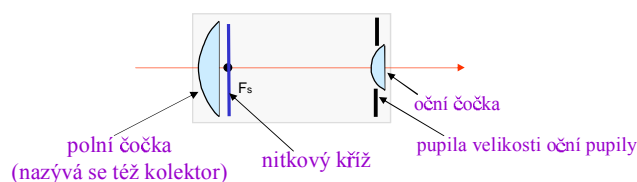


1. Ohnisková vzdálenost **polní čočky** se volí tak, aby pupilu objektivu zobrazila do pupily oční čočky okuláru. **Úhlovou aperturu  $\alpha$**  zde určuje polní čočka.
2. **Okulár** mikroskopu tvoří **polní čočka** (někdy nazývaná **kolektor**) a **oční čočka**.
3. Do hlavní roviny polní čočky se umísťuje též:
  - a) **polní clona** (tvoří pupilu polní čočky) a tak omezuje velikost zorného pole
  - b) **nitkový kříž** nebo okulárové měřítko
4. **Oční čočkou** nejdříve zaostříme nitkový kříž a pak posuvem preparátu jeho mikroskopický obraz.

34

## Okulár Huygensův

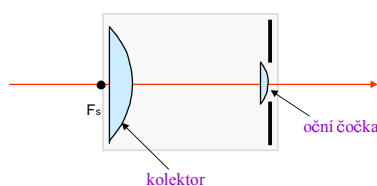
Okuláry v sobě sdružují **polní** a **oční** čočku.



- 1) Předmětové ohnisko této soustavy  $F_s$  leží **uvnitř okuláru** v těsné blízkosti kolektoru. Tímto bodem prochází tedy rovina meziobrazu.
- 2) **Nitkový kříž** je chráněn před poškozením, protože leží uvnitř okuláru.
- 3) Tento okulár **nelze použít jako lupu**.
- 4) Okulár je **charakterizován zvětšením**, které se dosahuje při pozorování prostým okem (oko blízko oční čočky, zvětšení jako lupa)

35

## Okulár Ramsdenův



- 1) Poloha předmětového ohniska této soustavy  $F_s$  je před kolektorem. Tímto bodem prochází rovina meziobrazu (**nehodné pro nitkový kříž**).
- 2) Ohnisková vzdálenost **kolektoru** je rovna 3/4 ohniskové vzdálenosti oční čočky. **Oční čočka** leží přibližně v obrazovém ohnisku kolektoru, protože pupila objektivu je velmi daleko ve srovnání s ohniskovou vzdáleností.
- 3) Tento okulár poznáme podle toho, že jej lze použít **jako lupu**.

36

## Objektivy

jsou nejkvalitnější optické zobrazovací soustavy. Aby byly eliminovány vady čoček (otvorová vada, koma, sférická vada, barevná vada apod.), skládají se až z 10 jednotlivých čoček různých vlastností.

### Fotografický objektiv:

Je charakterizován clonovým číslem  $C$ , ohniskovou vzdáleností. Vady bývají dobře korigovány na velikost **zorného úhlu  $\beta$  (polní apertura)**.

$$C = \frac{f}{D}, \quad \beta = \frac{\text{uhlopříčka}}{f}$$

### Mikroskopický objektiv:

Je charakterizován numerickou aperturou  $A$  a zvětšením v rovině meziobrazu. Objektivy vhodné pro použití **imersní kapaliny** mají černý proužek.

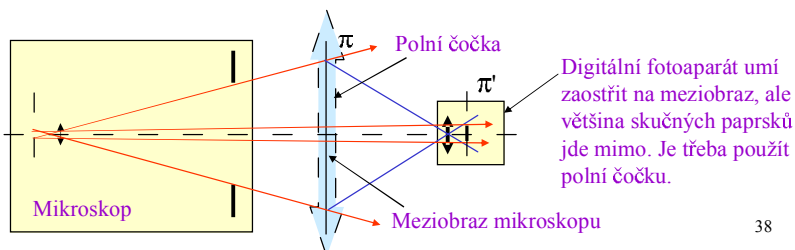
$$A = n \sin \alpha \cong n \frac{a}{D} \cong n \frac{f}{D}$$

37

## Mikroskop jako projektor

### Mikroskop se podobá dvoustupňovému projektoru

- 1) Mikroskop má okulár a při pozorování obrazu přikládáme oko těsně k okuláru. **Okulár a oko pak představují projektor**, který promítá meziobraz na **sítnici**.
- 2) Při **ostření mikroskopu** měníme vzdálenost mezi preparátem a objektivem tak, abychom viděli ostrý obraz, bez ohledu na to, zda nosíme brýle nebo ne. Při práci s mikroskopem nepoužíváme brýle!
- 3) Při **fotografování** obrázků z mikroskopu se meziobraz zaostří přímo na film fotoaparátu (fotoaparát bez objektivu!). U digitálních fotoaparátů nejde odstranit objektiv a je proto nezbytné využít vlastností tzv. **polní čočky**



38

## Vlastnosti preparátů

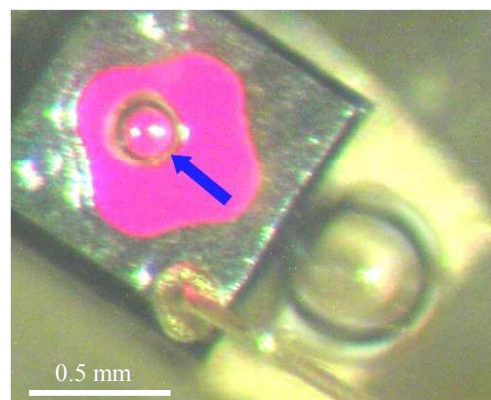
### Absorbující preparát



1. Optická struktura mikroskopických preparátů vzniká často **absorpcí** prošlých paprsků (např. diapositivy, tisk na foliích apod.)
2. Preparáty **se barví**, aby se zvýraznila absorpční optická struktura.
3. **Fluorescenční barvení** využívá významný skupina speciálních mikroskopů (konfokální mikroskopy) v biologických oborech.

39

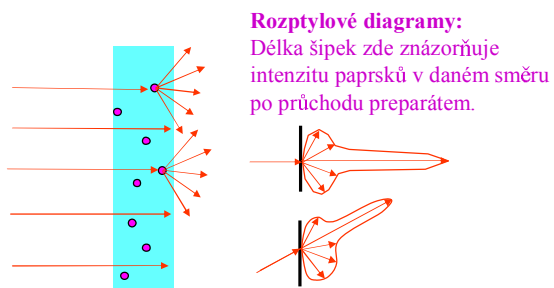
## Barevný preparát



Fotografie povrchu svítící LED diody. Šipka ukazuje na vzduchovou bublinu v průhledném pouzdře.

40

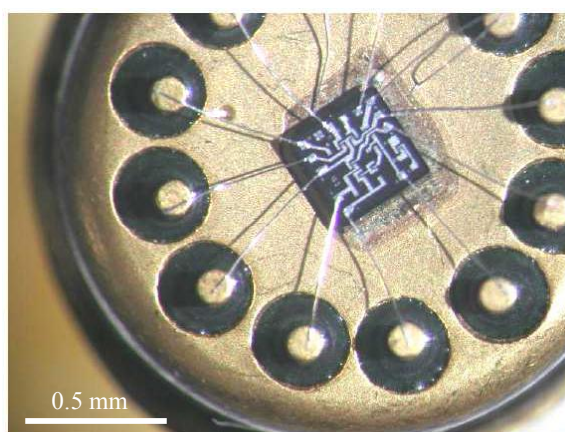
## Rozptylující preparát



1. Dopadající paprsky se **rozptylují** na nehomogenitách indexu lomu rozměrově menších než vlnová délka světla (**Rayleighův rozptyl**).
2. Takovou nehomogenitou je i každé reálné **rozhraní** dvou indexů lomu nebo i **drsnot** povrchů preparátu.

41

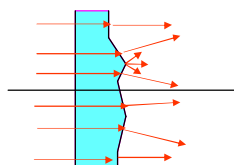
## Příklad – povrch čípu



Operační zesilovač – metoda temného pole na odraz.

42

## Nerovný povrch preparátu



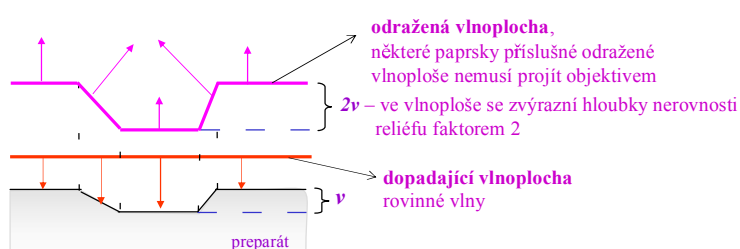
Rozptylový diagram:  
silně závisí na **povrchovém reliéfu**,  
např.



- 1) Optická struktura preparátu vzniká též **lomem** prošlých paprsků na nerovném povrchu, když nerovnosti povrchů jsou mnohem větší než je vlnová délka i **rozptylem (difrakcí)** na hranách nerovností.
- 2) Nerovné bývají často oba **dva povrchy** preparátu.

43

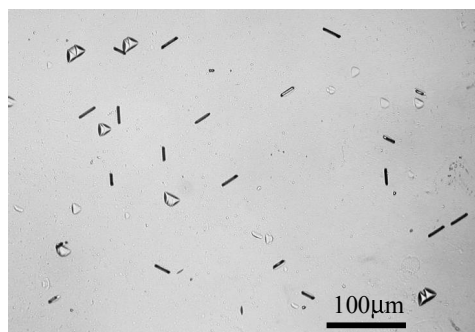
## Odraz na nerovném povrchu



- 1) Optická struktura se v **mikroskopech na odraz** vytváří **odrazem na nerovném povrchu preparátu (reliéfu)**. Metalografické preparáty.
- 2) Jsou znázorněny vlnoplochy a jim odpovídající paprsky **bezprostředně** před dopadem a **bezprostředně** po odrazu. Pro zviditelnění reliéfu je nutné využít metody **temného pole** nebo **interferenční kontrast**.

44

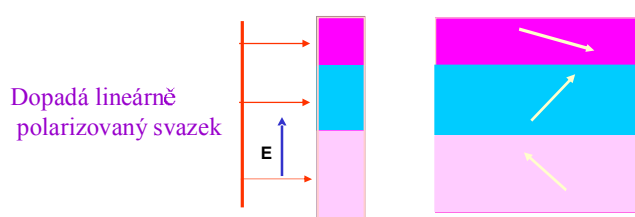
## Zobrazení povrchového reliéfu



Tmavě se zobrazila ta místa na povrchu, na nichž se odrazily paprsky mimo objektiv mikroskopu (metoda temného pole na odraz).

45

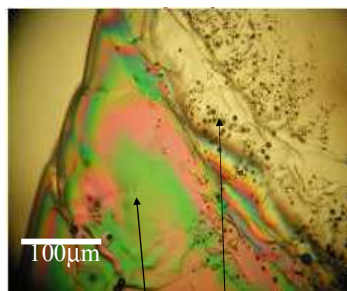
## Dvojlomný preparát



1. Optická struktura je tvořena neabsorbujícím **dvojlomným krystalem** s různě orientovanou optickou osou v jednotlivých částech výbrusu (**mineralogické preparáty**). Dvojlom vykazují rovněž biologické preparáty, jako např. **nervová vlákna**, nebo **textilní vlákna**.
2. Lineárně polarizované dopadající světlo průchodem přes preparát **změní směr** vektoru elektrické intenzity **E** prošlého světla. Vznikne obecně světlo **elipticky polarizované** jako výsledek **interference** řádného a mimořádného paprsku.
3. Dvojlomná struktura preparátu se vyjeví v **polarizačním mikroskopu** (projektoru) jako různě zbarvené oblasti.

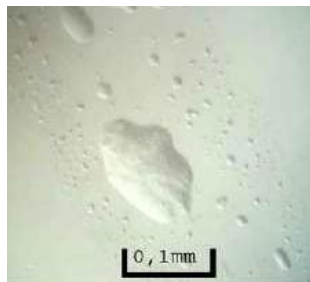
46

## Polarizační mikroskopie



Tající led

Znečištěná voda

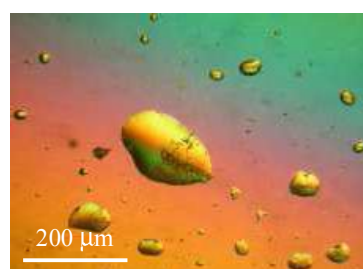


Nomarského kontrast

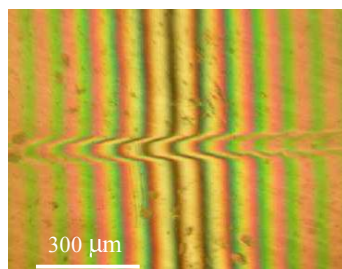
Kapka potu

47

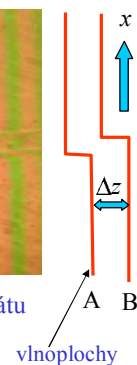
## Interferenční mikroskopie



Kapky vody na skle



Schodek na povrchu preparátu



vlnoplochy

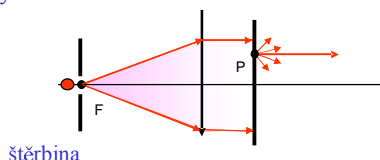
Odražený svazek se amplitudově rozdělí na dva, A a B, které po průchodu interferometrem jsou posunuty ve směru  $x$  a vytvořen mezi nimi fázový rozdíl  $\Delta z$ . V rovině meziobrazu pak interferují.

48



## Koherentní osvětlení preparátu

**Koherentní osvětlení** je historický název pro osvětlení preparátu kvazi-rovnoběžným svazkem. Dnes máme o koherenci přesnější znalosti.



Na tomto osvětlení jsou založeny jednak metody **temného pole** na průchod nebo na odraz a různé jejich modifikace, jednak **interferenčního kontrastu**.

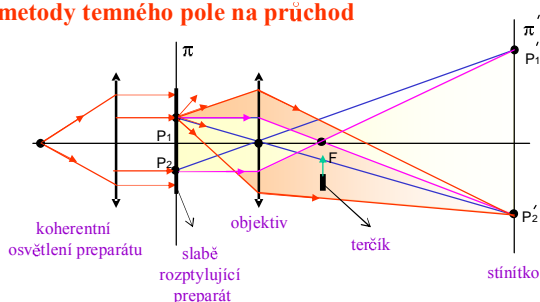
Pro **metodu temného pole** je podstatný dobře definovaný směr osvětlení preparátu, aby po průchodu preparátem se dobře odlišily rozptýlené paprsky od nerozptýlených, šířící se v původním směru.

Pro vytváření **interferenčního kontrastu** je podstatná **prostorová koherence** v místě preparátu. Jako zdroj světla slouží často šterbina, jejíž šířka určuje **prostorovou koherenci**, ale jen ve směru kolmém na šterbinu.

49

## Metoda zobrazení v temném poli

### Princip metody temného pole na průchod

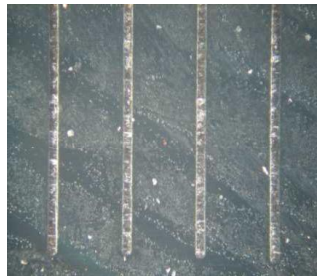


- 1) Když vložíme terčik do ohniska bez preparátu, nebude stínitko osvětleno. Vznikne **temné pole**.
- 2) Když vložíme do předmětové roviny preparát (terčik mimo ohnisko), vznikne jeho **obraz ve světle poli**, ale s malým kontrastem. Kontrast teď pomáhají vytvářet jen rozptýlené paprsky, jdoucí objektivem.
- 3) Vložením **terčíku do ohniska** vznikne kontrastní obraz preparátu v temném poli. Vytváření jej jen rozptýlené paprsky, které prošly čočkou.
- 4) Když terčik jen posune fázi o  $1/4$  periody, pak vznikne tzv. **fázový kontrast**.

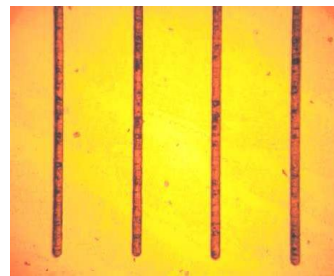
50

## Metoda světlého a temného pole

Temné pole



Světlé pole

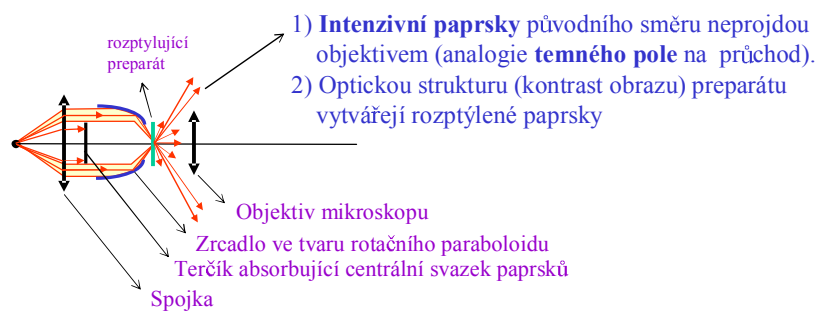


0.5 mm

51

## Temné pole rozbíhavým svazkem

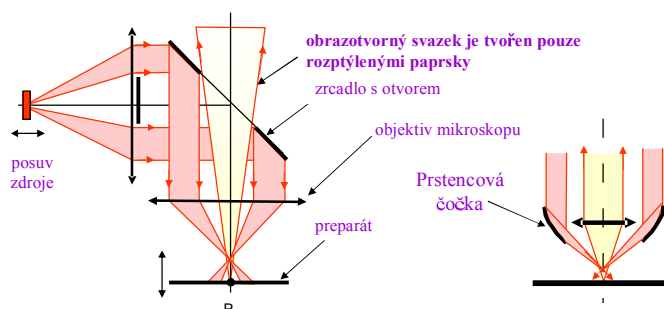
### Osvětlení rozbíhavým svazkem na průchod



52

## Duté osvětlovací svazky

### Horní osvětlení preparátu (metoda **temného pole na odraz**)



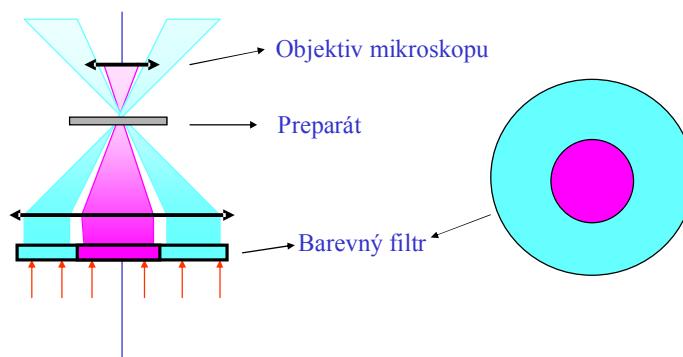
- 1) Tato modifikace horního světlení využívá k osvětlení okrajových svazků a zrcadla s otvorem (**duuté osvětlovací svazky**).
- 2) Jde o jeden ze způsobů realizace **metody temného pole na odraz**

53

## Barevné temné pole

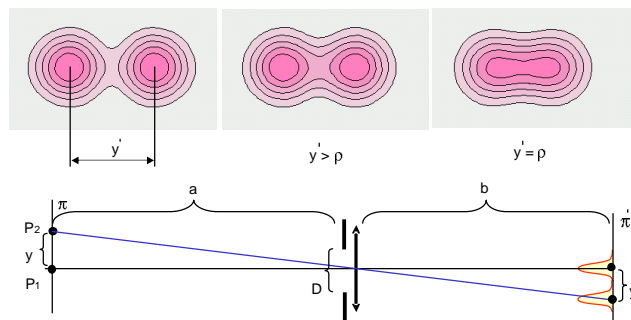
### Barevná modifikace temného pole na průchod

Místo nepropustného terčíku se vloží do osvětlovací soustavy barevný filtr ve tvaru mezikruží. Preparát je pak osvětlován dvěma barevnými svazky. Oblasti preparátu, které rozptylují, se při našem barevném filtru jeví modře, nerozptylující fialově.



54

## Mezní rozlišovací schopnost



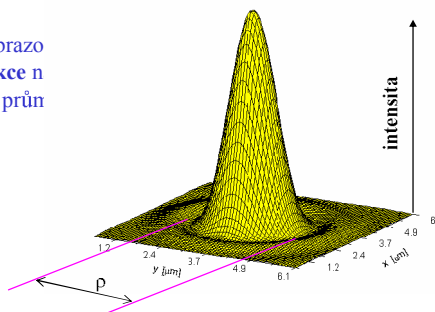
1. Každý bod předmětu se zobrazí v nejlepším případě jako **ploška o průměru  $\rho = \lambda b / D$**  a nazývá se **Airyho stopa**.
2. V obraze budou body  $P_1$  a  $P_2$  rozlišeny, když  $y' > \rho$ .

55

## Difrakce na pupile – Airyho stopa

Simulace rozložení intenzity v obrazu rovině při **Fraunhoferově difrakci** na kruhové pupile ( $\lambda=0,0005$  mm, průměr pupily  $D=20$  mm,  $b=50$  mm).

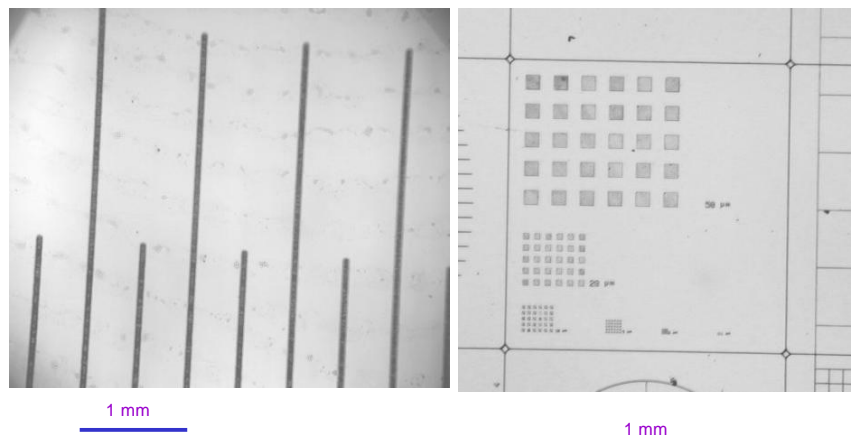
$$\rho = \lambda \frac{b}{D} \cong \frac{\lambda}{A}$$



- 1) **Rozlišovací schopnost čoček** je principiálně omezena **difrakčním jevem** na vstupní pupile.
- 2) Při zobrazování čočkou se takto zobrazí každý bod předmětu. **Geometrická optika k tomuto jevu nepřihlíží**. Proto se v jejím rámci zobrazuje bod jako bod.
- 3) Na mikroskopických objektivěch je za účelem posouzení rozlišovací schopnosti uváděna tzv. **numerická apertura A**

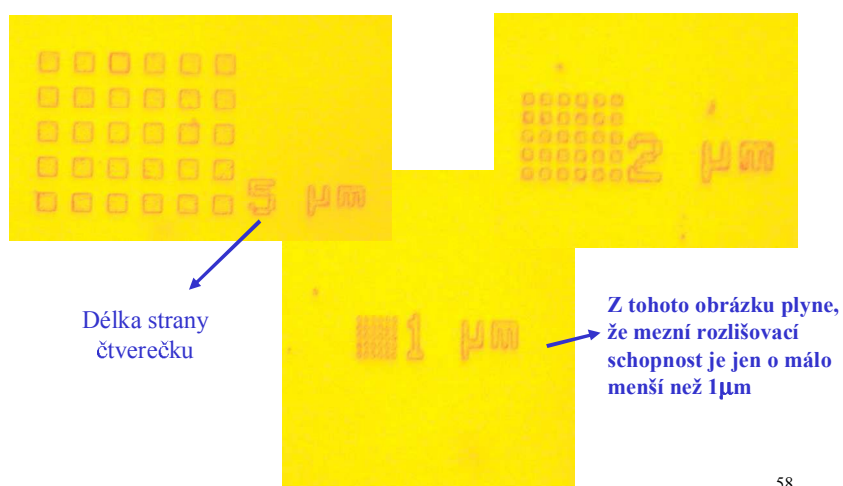
56

## Objektivová měřítká



57

## Mez rozlišovací schopnosti



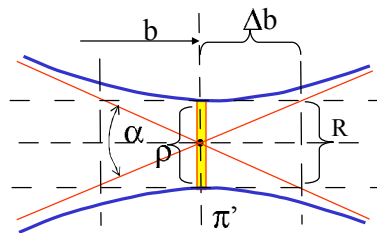
58



## Analýza hloubky ostrosti

**Cíl našeho výpočtu:**

V jaké hloubce  $\Delta a$  je geometrické rozostření stejné, jako je průměr Airyho stopy?



**Difrakční rozostření (Airyho stopa):**  $\rho = \lambda \frac{b}{D}$

**Geometrické rozostření:**  $R = \Delta b \alpha$

**Aperturní úhel:**  $\alpha = \frac{D}{b}$

**V hloubce  $\Delta b$  platí:**  $R = \rho \Rightarrow \Delta b \alpha = \lambda \frac{b}{D}$

Diferencováním zobrazovací rovnice  
Dostaneme vztah mezi obrazovou a  
předmětovou hloubkou ostrosti:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \Delta a = \frac{a^2}{b^2} \Delta b$$

**Obrazová hloubka ostrosti  $\Delta b$  pak je:**  $\Delta b = \lambda \frac{b^2}{D^2}$

**Předmětová hloubka ostrosti  $\Delta a$ :**

$$\Delta a = \frac{a^2}{b^2} \Delta b = \frac{\lambda a^2}{D^2} = \lambda \alpha^2$$

**Ostrost obrazu** určuje maximum z velikostí pixelu záznamového media, průměru Airyho stopy a geometrického rozostření.

61

## Hloubka ostrosti u mikroskopu

Odhadneme hloubku ostrosti u standardních mikroskopů:

Pro pozorování objemové struktury biologických objektů velikosti desetin milimetrů je důležité, aby hloubka ostrosti v preparátu  $\Delta z$  byla malá, tj. řádově jednotky mikrometrů.

**Předmětovou hloubku ostrosti platí:**

$$\Delta z = \Delta a = \lambda \frac{a^2}{D^2} = \lambda \frac{1}{A^2}$$

**Předmětová rozlišovací mez:**

$$x_{\min} = \lambda \frac{a}{D} = \lambda \frac{1}{A}$$

A	1/A	1/A <sup>2</sup>
0.1	10	100
0.2	5	25
0.4	2.5	6.2
0.8	1.2	1.5

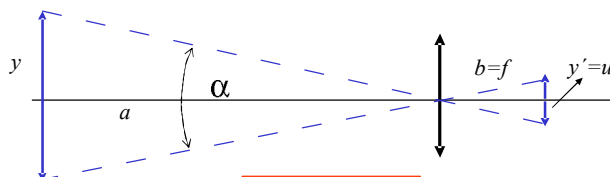
Zlepšit vlastnosti jde obecně **zmenšením vlnové délky** (UV záření, rtg záření, elektrony).

**Hloubku ostrosti** optických mikroskopů lze snížit pomocí **konfokálního zobrazení**, (Nipkowovým diskem, moderněji skenovací mikroskopickou technikou).

62

## Optický zoom

**Optický zoom** je soustava čoček, u níž lze plynule měnit ohniskovou vzdálenost a polohu hlavních rovin. Změnou ohniskové vzdálenosti se pak změní úhlová apertura objektivu  $\alpha$ . **Nejmenší ohnisková vzdálenost** se volí tak, aby byla přibližně rovna úhlopříčce  $u$  filmového políčka nebo použitého CCD čipu.



Z obrázku je zřejmé, že platí

$$\alpha = \frac{y}{a} = \frac{y'}{f} = \frac{u}{f}$$

**Teleobjektivy** mají velké  $f$ .

**Zvětšením ohniskové vzdálenosti klesá tedy úhlová apertura přístroje.**

Je důležité si všimnout, že u fotoaparátů je ohnisková vzdálenost řádově jednotky centimetrů, zatímco u **digitálních přístrojů je 10x menší**. Proto je zde optický zoom technicky snadněji realizovatelný.

63

## Transfokátor (optický zoom)



Realizace optického zoomu pro filmové kamery je technicky velice náročný problém, protože jde o rozměrově velké čočky.

64



## Digitální zoom

Při záznamu obrazu na CCD čip je fotoaparát vybaven jednoúčelovým mikropočítačem, který umí pracovat s obrazovou maticí, do jejíchž prvků je zapsána intenzita světla z odpovídajících pixelů CCD čipu.

**Na příkladu si zjednodušeně vysvětlíme, co udělá mikropočítač při digitálním zoomu 2x:**

Nechť čip má 1000x1000 pixelů a do tohoto pole se uloží obraz. Při digitálním zoomu 2x vezme mikropočítač středové pole čipu 500x500 pixelů a mezi každé dva pixely vloží nový pixel, do něhož запиše intenzitu, kterou vypočte např. jako průměr intenzit sousedních pixelů. Po této operaci bude mít obrazové pole zase 1000x1000 pixelů a až takto softwarově upravený obraz uloží do paměti nebo zobrazí na displeji fotoaparátu. Výpočet intenzity pro nový pixel je mnohem složitější než bylo zjednodušeně naznačeno, už proto, že každý pixel má 9 sousedních a ne jen dva.

65

## Jas obrazu

Předpokládejme, že každý bod předmětu rozptyluje paprsky do všech směrů o intenzitě  $I_0$ . Tento bod předmětu se zobrazí jako Fraunhoferova difrakce na pupile, tj. jako Airyho stopa na níž je průměrná **intenzita úměrná ploše pupily, tj.  $D^2$ .**

Na fotoaparátech se uvádí **clonové číslo**  $C = \frac{f}{D}$

Když tedy clonové číslo zvětšíme 2x, tak intenzita obrazu klesne 4x. V praxi se užívá pro clonová čísla řada, jejíž členy rostou s odmocninou: 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22, 32.

Při rozlišovací schopnosti filmu 100 čar/mm ( $L_{PXL} = 0.01$  mm) a při nastavení clony 32 je  $\rho = \lambda * 32 = 0.016$  mm. Při používání vyššího clonového čísla bychom už obraz lépe nezaostřili.

Poznamenejme, že tato úvaha platí pro objektivy, které mají korigovány optické vady ( otvorová, sférická, chromatická, astigmatismus apod.).

66

## Imersní kapalina

Imersní kapalina vyplňuje prostor mezi preparátem a objektivem určeným obvykle pro dosažení největšího zvětšení mikroskopu (~1000x).

1. Objektivy pro použití imersní kapaliny bývají označeny proužkem.
2. Index lomu kapaliny  $n$  by měl být veliký (čiré oleje), dá se použít i voda.
3. Imersní kapalina zvětšuje rozlišovací schopnost objektivu
4. Imersní kapalina zvětšuje jas obrazu (roste aperturní úhel).
5. Zvětšuje vzdálenost mezi preparátem s objektivem.

Bez kapaliny

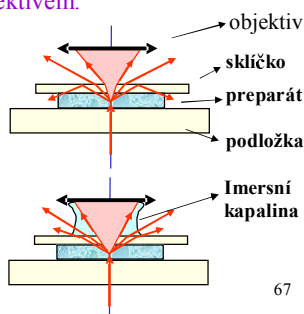
$$\rho = \lambda \frac{f}{D}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

S kapalinou

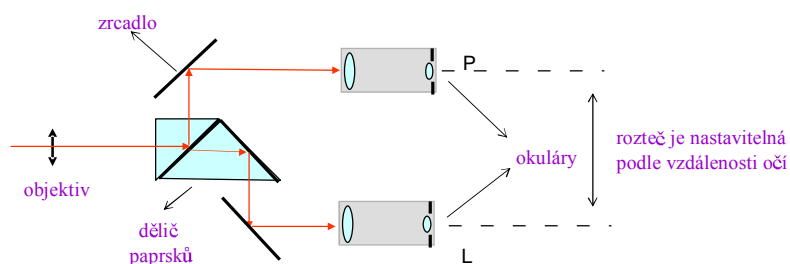
$$\rho = \frac{\lambda f}{n D}$$

$$\frac{n}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$



67

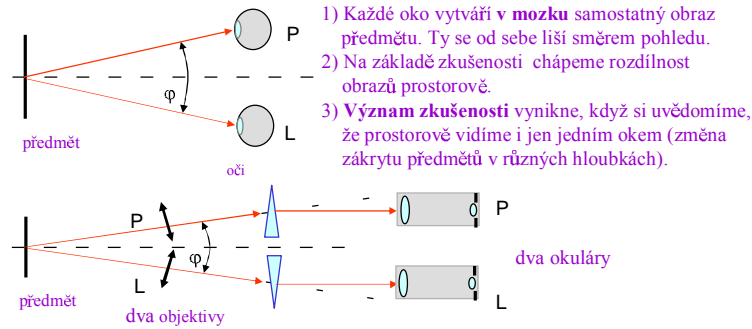
## Binokulární mikroskop



- 1) Binokulární mikroskop **není** stereo mikroskop.
- 2) Každé oko pozoruje svým okulárem meziobraz preparátu. Pozorování oběma očima je méně únavné než jedním okem.
- 3) Do mikroskopu se díváme bez brýlí. Současnou **ostrost obou** obrazů je třeba postupně doladit okulárem, který je posuvný.

68

## Stereomikroskop



- 1) Stereomikroskop se skládá ze dvou samostatných mikroskopů, jeden pro levé a druhý pro pravé oko.
- 2) Čím větší je úhel  $\varphi$ , tím výraznější je stereo vjem.
- 3) Podobně se pozorují i stereo diapozitivy kukátkem.

69

## Interference dvou paprsků

Další metody **zvyšování kontrastu** mikroskopických preparátů jsou založeny na interferenci světla. Proto se dále seznámíme se základy interference dvou paprsků.

$$u_1(x, t) = E_1 \sin(2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})) = E_1 \sin \alpha_1(x, t)$$

$$u_2(x, t) = E_2 \sin(2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi) = E_2 \sin \alpha_2(x, t)$$

Předpoklady:

1. Vektory elektrické intenzity  $\mathbf{E}_1$  a  $\mathbf{E}_2$  leží v jedné rovině (amplitudy).
2. Obě vlny mají stejnou frekvenci  $\nu$  a tedy i  $\lambda$ .
3. Fázi paprsku 1 jsme označili  $\alpha_1$ , paprsku 2  $\alpha_2$ .
4. Mezi paprsky je **fázový posuv  $\varphi$** .

Hledáme výraz pro **výslednou intenzitu**  $I \sim E^2$ , kde  $E$  je amplituda výsledné vlny, která vznikla **superpozicí elektrických polí  $u_1$  a  $u_2$** . Stačí najít výslednou amplitudu  $E$ , výsledná fáze nás nezajímá.

Označme intenzity:

$$I_1 \sim E_1^2 \quad \text{a} \quad I_2 \sim E_2^2$$

70

## Fázory = komplexní amplitudy

V fyzice máme: skaláry, vektory, tenzory,  
komplexní amplitudy

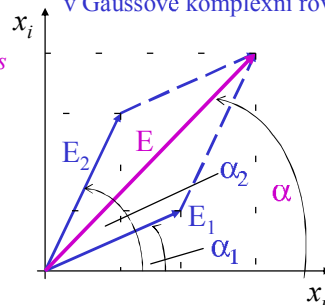
Vycházejí z geometrické definice funkce *sinus*  
lze stav **vlňení** znázornit jako **fázor**.

**Při superpozici vln se fázory sčítají jako vektory.**

Toto pravidlo nám pomůže najít amplitudu  
výsledného vlňení.

**Z geometrické konstrukce pro velikost  
výsledného vektoru plyne (kosinová věta)**

**Fázor** = komplexní amplituda  
v Gaussově komplexní rovině



$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

Po dosazení původního označení je pak interferenční intenzita dána vztahem

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

71

## Interference dvou reálných paprsků

Nikdo a žádný detektor neumí u světla naměřit časovou závislost intenzity elektrického pole světla (u rádiových vln to jde!). Detektory světla měří časovou střední hodnotu intenzitu světla  $I$  za **integrační dobu detektoru**. Je třeba počítat **střední časovou hodnotu**  $E^2$ .

Při výpočtu **interferenční intenzity** světla **dvou reálných paprsků** je pak třeba vzít v úvahu ještě **koherenční vlastnosti** obou paprsků

Tomuto sčítanci ve vzorci pro intenzitu se říká **interferenční člen**

$$I = I_1 + I_2 + \gamma 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

Veličina  $\gamma$ , která se zde objevila navíc, se nazývá **stupeň koherence** paprsků 1 a 2. ( $0 < \gamma < 1$ )

$$\gamma = \gamma_t \gamma_s \gamma_p$$

$\gamma_t$  ... stupeň **časové koherence**  
 $\gamma_s$  ... stupeň **prostorové koherence**  
 $\gamma_p$  ... stupeň **polarizační koherence**

$\gamma = 0$  ... paprsky 1 a 2 jsou **nekoherentní**  
 $\gamma < 1$  ... **částečně koherentní**  
 $\gamma = 1$  ... **koherentní**

72

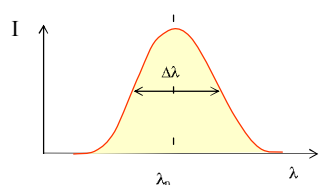
## Časová koherence

**Stupeň časové koherence** souvisí se spektrálním složením interferujících paprsků a zjednodušeně ji charakterizujeme tzv. **koherenční délkou  $\delta$** , pro níž platí

$$\delta = \lambda_0 \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

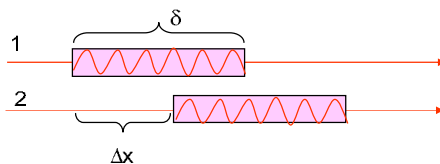
kde  $\lambda_0$  je střední vlnová délka spektrálního oboru a  $\Delta\lambda$  charakterizuje jeho šířku (např. šířku spektrální čáry, šířku spektra barevného filtru apod.

Spektrum interferujících paprsků



**Dva paprsky jsou časově koherentní, když rozdíl jejich optických drah  $\Delta x$  bude menší než  $\delta$ .**

Koherenční délku paprsku si můžeme **názorně představit** jako **délku vlnového klubka** o vlnové délce  $\lambda_0$



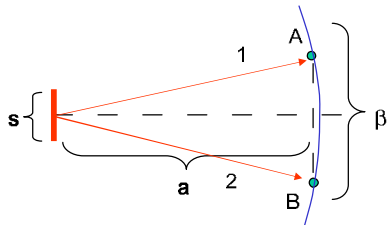
73

## Prostorová koherence

**Stupeň prostorové koherence světla** souvisí se statistickým charakterem světelných zdrojů. Zdroje se skládají z velkého počtu atomů, které emitují fotony nezávisle na sobě, v naprosto libovolných okamžicích. **Zjednodušeně** ji charakterizujeme pomocí tzv. **koherenční šířky  $\beta$** , která je dána vztahem.

$$\beta = \lambda_0 \frac{a}{s}$$

kde  $a$  je vzdálenost od zdroje světla a  $s$  je jeho šířka měřená kolmo na směr šíření světla. Koherenční šířka pak odpovídá směru, v němž měříme  $s$ .



**Paprsky 1 a 2 jsou prostorově koherentní, když vzdálenost mezi body A a B na příslušné vlnoploše je menší než  $\beta$ .**

74

## Polarizační koherence

**Stupeň polarizační koherence** souvisí se stavem polarizace interferujících paprsků.

$\gamma_p = 1$  , když interferující paprsky jsou **nepolarizované**, nebo když jsou **lineárně polarizované a jejich polarizační roviny jsou totožné**

$\gamma_p = 0$  , když jsou lineárně polarizovány v rovinách na sebe **kolmých**

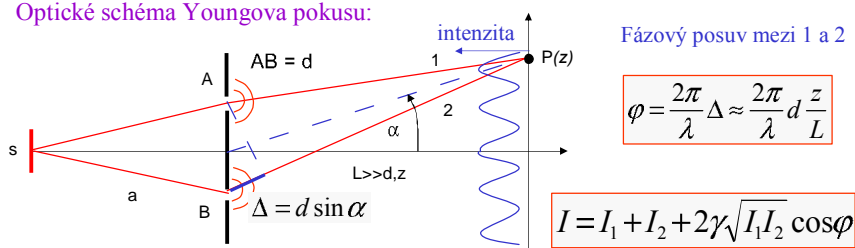
**Stupeň polarizační koherence** hraje významnou roli při vzniku **obrazu v polarizačních projektorech**, kde dochází k interferenci paprsku řádného a mimořádného, které jsou lineárně polarizovány v rovinách na sebe kolmých.

Když oba interferující paprsky projdou analyzátozem, kmitají jejich vektory **E** v jedné rovině a stupeň polarizační koherence  $\gamma_p = 1$ .

75

## Experimentální ověření

Optické schéma Youngova pokusu:



**Vliv prostorové koherence**

Zvětšujeme velikost zdroje  $s$  dokud interference nezanikne, tj. dokud  $\beta$  je menší než  $d$ .

**Vliv časové koherence**

- 1) Interference zaniká s rostoucím dráhovým rozdílem  $\Delta$ , tj. s rostoucím difrakčním úhlem.
- 2) Dráhový rozdíl  $\Delta$  významně zvětšíme, když před jeden otvor vložíme skleněnou destičku tloušťky  $d$  a indexu lomu  $n$ . Dráhový rozdíl mezi paprsky 1 a 2 pak bude mnohem větší než koherenční délka bílého světla (délka vlnového klubka).

$$\Delta = d(n-1) \gg \delta$$

76

## Stupeň viditelnosti - definice

**Stupeň viditelnosti interferenčního jevu je definován** pro všechny jevy dvoupaprskové interference stejně. Označme  $I_{\min}$  a  $I_{\max}$  minimum a následující maximum intenzity nějakého interferenčního jevu.

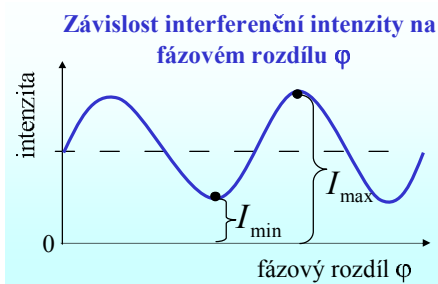
**Stupeň viditelnosti  $\mu$**  je pak číslo dané vztahem

$$\mu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Důležité je, že  $\mu$  je měřitelná veličina světelnými detektory!

Pro  $I_1 = I_2$  je **stupeň viditelnosti roven stupni koherence.**

$$\mu = \gamma$$

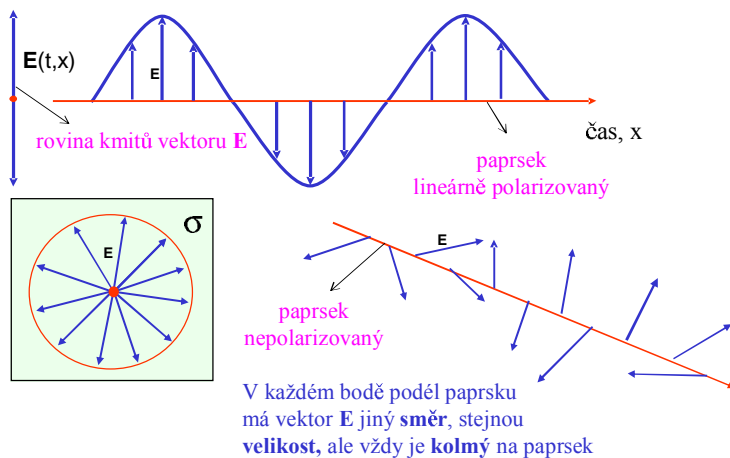


$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 n_2 - x_1 n_1)$$

77

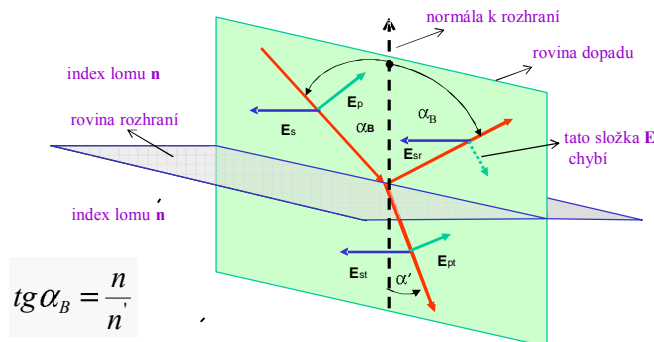
## Lineární polarizace

Kontrast v polarizačních mikroskopech vzniká interferencí řádného a mimořádného paprsku. Proto se seznámíme se základy polarizace světla.



78

## Polarizace odrazem

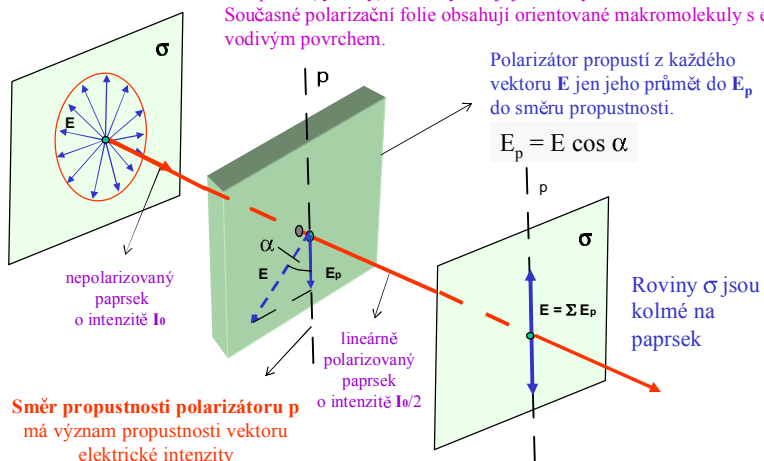


- 1) Při **Brewsterově úhlu** dopadu  $\alpha_B$  se odráží jen složka  $E_{sr}$  ( $E_{pr} = 0$ ).
- 2) Úhel mezi odraženým a lomeným paprskem je **90 stupňů**.
- 3) **Lineární polarizace** odrazem nastává jen pro rozhraní dvou dielektrik.
- 4) Na rozhraní **vakuum - kov** nebo povrchu s tenkými vrstvami vzniká odrazem **eliptická polarizace** (důsledek komplexního indexu lomu kovů).

79

## Polarizátor

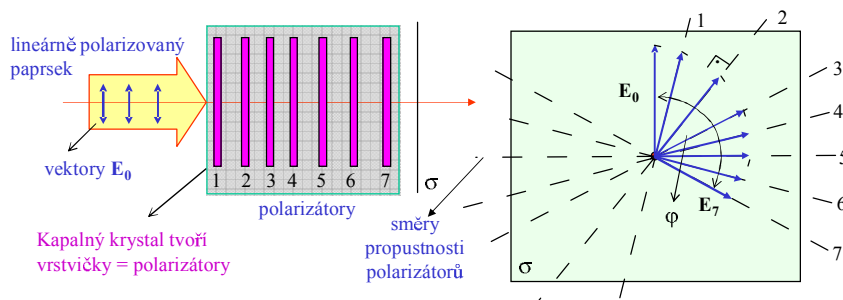
V polarizátoru bývaly orientovaně zalisovány mikroskopické krystalky herapatitu (tyčinky), které vykazují jev zvaný **dichroizmus**.  
 Současné polarizační folie obsahují orientované makromolekuly s elektricky vodivým povrchem.



80



## Stáčení polarizační roviny

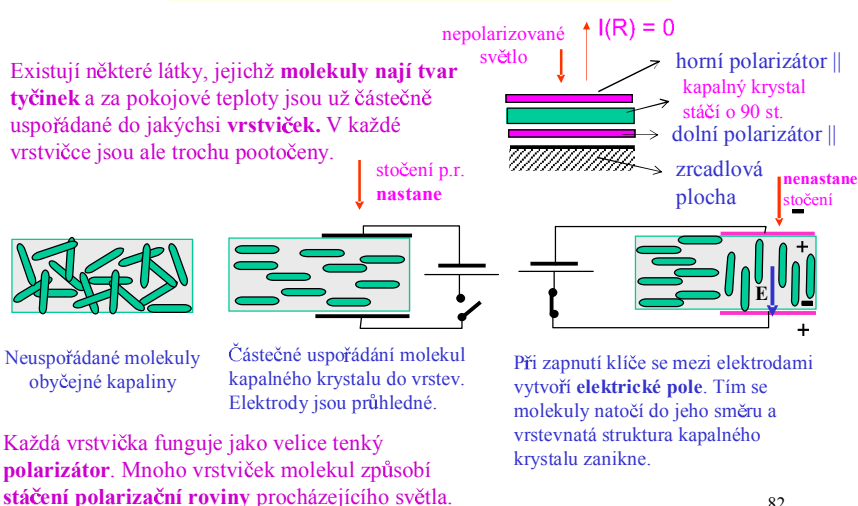


Do série 7 polarizátorů s vyznačenými směry propustnosti vstupuje lineárně polarizované světlo s amplitudou  $E_0$ . Každý polarizátor propustí jen průmět amplitudy do svého směru. Polarizační rovina se průchodem světla **stočila o úhel  $\varphi$**  a paprsek je neustále lineárně polarizovaný.

Displeje (mobilní telefony) pracují na principu kapalných krystalů. Co **vrstvička kapalného krystalu, to polarizátor** s trochu pootočeným směrem. Celkové otočení polarizační roviny závisí na počtu vrstviček, to je na tloušťce kapalného krystalu.

81

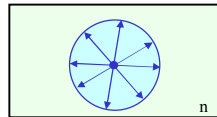
## Pasivní displeje mobilů



82

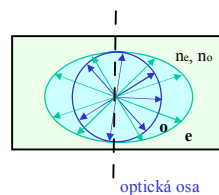
## Optické prostředí

### Izotropní látky



**Plocha indexů lomu:**  
Délka šipek je úměrná velikosti indexu lomu v daném směru.  
Koncové body leží na kouli.

### Anizotropní látky (látky dvojlomné)



Dvojlomná látka je charakterizována dvěma indexy lomu  $n_o$  a  $n_e$  a dále **optickou osou**

**Plocha indexů lomu:**  
Koncové body  $n_o$  leží na kouli, zatím co  $n_e$  leží na rotačním elipsoidu.

V tabulkách jsou pro danou vlnovou délku uváděny hodnoty  $n_o$  a  $n_e$ , které odpovídají poloosám rotačního elipsoidu.

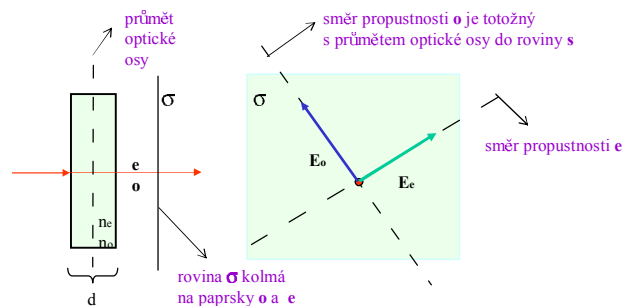
83

## Dvojlomné látky

Každému dopadajícímu paprsku odpovídají ve dvojlomné látce **dva paprsky**: řádný (ordinarius) a mimořádný (extraordinarius):

- látkou šíří různou **fázovou rychlostí**, protože mají různý index lomu
- jsou **lineárně polarizované** navzájem kolmo (uvažujeme vektory  $E_o$  a  $E_e$ )

**Uvažujeme jen případ, kdy optická osa je rovnoběžná s povrchem preparátu**

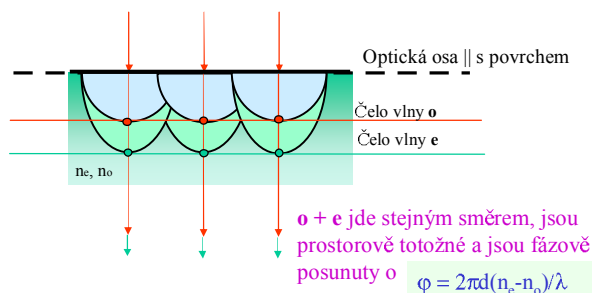


V tomto případě jdou paprsky o a e **stejným směrem**, ale mají **různou polarizaci** a **fázový posuv** mezi paprsky o a e je:  $\varphi = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$

84

## Průchod světla dvojlomnou látkou (1)

### a) Optická osa rovnoběžná s povrchem

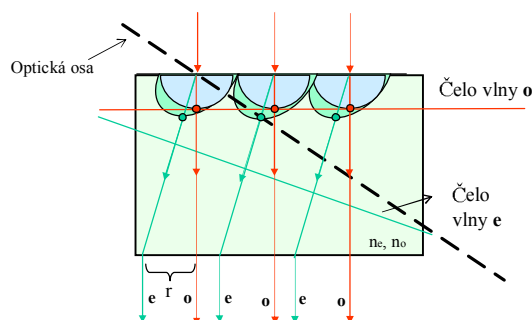


Podle Huygensova principu každý dopadající paprsek vybudí v látce sekundární vlnu. Kolmice k čelu těchto vln určuje směr dalšího šíření paprsku v prostředí.

85

## Průchod světla dvojlomnou látkou (2)

### b) Optická osa neleží v rovině povrchu



1. Když optická osa **není rovnoběžná s povrchem** preparátu, pak se uvnitř dvojlomné látky šíří paprsky  $o$  a  $e$  různými směry.
2. Mimo tuto látku jdou pak zase rovnoběžně (**fázový posuv** zachován).
3. Na výstupu z dvojlomné látky jsou paprsky  $o$  a  $e$  laterálně **rozštěpeny** o  $r$ . Tohoto využívá mikroskopický režim zvaný Nomarského kontrast.

86

## Metody interferenčního kontrastu

### Obecný princip

- 1) Interferenční obraz se v principu vytváří v rovině meziobrazu, interferenci **dvou koherentních paprsků**, které se tam setkávají v jednom bodě  $P'$ .
- 3) **Intenzita** v bodě  $P'$  je pak dána výrazem

$$I(P') = I_1 + I_2 + 2\gamma\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(P')$$

Vidíme, že výsledná intenzita je závislá

- na intenzitách,
- fázovém posuvu mezi paprsky
- na stupni koherence interferujících paprsků

### Mezi metody interferenčního kontrastu řadíme:

1. **Polarizační mikroskopie**
2. **Interferenční mikroskopie na zobrazení fázových preparátů:**
  - a) **mikroskopie na průchod** – změny indexu lomu na rozměrech  $\gg \lambda$
  - b) **mikroskopie na odraz** – nerovný povrch na rozměrech  $\gg \lambda$
  - c) **metoda fázového kontrastu** pro zviditelnění změn indexu lomu na preparátech, které způsobují rozptyl světla.

87

## Polarizační mikroskop

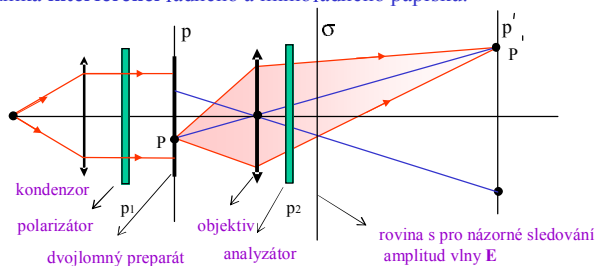
### Kontrast vytváří interference řádného a mimořádného paprsku.

- V tomto mikroskopu lze **měnit amplitudy** interferujících paprsků od nuly až do maxima otáčením polarizátoru a analyzátoru vzhledem k optické ose dvojlomného preparátu:
  - a) **Největší kontrast nastane**, když s optickou osou budou svírat úhel 45 stupňů a stupeň polarizační koherence roven 1.
  - b) **Interference vymizí**, když jeden z paprsků (**o** nebo **e**) nevznikne. Tím lze určit polohu průmětu optické osy do roviny preparátu (aplikace v mineralogii).
- Preparát však musí být tenký, aby **rozštěpení** mezi interferujícími paprsky bylo **zanedbatelné**.
- Principu polarizační mikroskopie využívá i **fotoelasticimetrie**. U fotoelasticimetrie, kde je malý rozdíl indexu lomu  $n_e$  a  $n_o$ , je výhodné užívat tlustší preparáty pro dosažení dostatečného fázového rozdílu a tím zviditelnění i slabých napětových polí.
- Principu polarizační interference využívá i **Nomarského kontrast**, kterým lze zviditelnit povrchový reliéf preparátu.

88

## Polarizační mikroskop

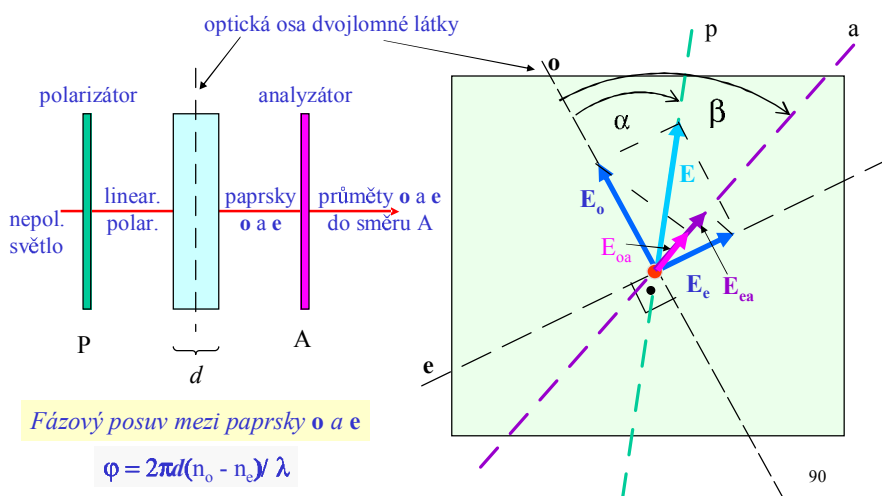
Schéma polarizačního mikroskopu je v podstatě stejné jako projektoru (zřízení pro fotoelasticimetrii). Před preparát je vložen polarizátor, za preparát analyzátor. Kontrast obrazu vzniká **interferencí** řádného a mimořádného paprsku.



1. Použije se koherentní osvětlení preparátu.
2. U polarizátorů p1 a p2 jsou známy směry propustnosti vektorů E. Analyzátor zajistí, aby stupeň polarizační koherence paprsku o a e byl roven 1.
3. Maximální kontrast nastane, když paprsky řádný a mimořádný budou mít stejnou amplitudu.

89

## Princip polarizačního kontrastu



Fázový posuv mezi paprsky o a e

$$\varphi = 2\pi d(n_o - n_e) / \lambda$$

90

## Polarizační kontrast

**Polarizační kontrast vzniká interferencí řádného a mimořádného paprsku. Zviditelní se rozdílné tloušťky a rozdílné orientace optických os dvojlomných prepatátů.**

Průchodem řádného a mimořádného paprsku přes dvojlomnou látku vznikne mezi nimi rozdíl optických drah  $\Delta = dn_o - dn_e$ . Interferovat však mohou až po průchodu analyzátozem, kdy vektory  $\mathbf{E}$  obou vln pak kmitají ve stejném směru.

Amplitudy paprsku  
řádného a mimořádného

$$E_o = E \sin \alpha, \quad E_e = E \cos \alpha$$

Intenzita interferujících  
paprsků je:

$$I_1 \sim (E_o \sin \beta)^2, \quad I_2 \sim (E_e \cos \beta)^2$$

Interferenční intenzita

$$I = I_1 + I_2 \pm 2\gamma_t \sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

Stupeň časové koherence

91

## Uměle vyvolaný dvojlom

### Umělá anisotropie:

V izotropních látkách je možné vyvolat umělou anisotropii:

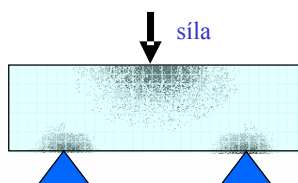
- elastickou nebo i plastickou deformací (fotoelasticimetrie)
- silným elektrickým polem (Kerrův jev, Pockelsův jev)

1. **Optická osa** leží ve směru orientace makromolekul nebo ve směru maximální deformace.
2. **Rozdíl  $n_e - n_o$**  je největší ve směru kolmo na optickou osu. Velikost rozdílu je úměrná deformaci a nabývá hodnot od 0 až 0.1, podle druhu látky.

92

## Fotoelasticimetrie

Elasticky (pružně) deformovaný objekt – destička plexiskla



1. tloušťka  $d$  je konstantní
2. rozdíl  $(n_e - n_o)$  je úměrný pnutí
3.  $\lambda$  je konstantní
4. úhel  $\varphi$  je úměrný pnutí
5. A a P jsou rovnoběžné
6. intenzita klesá, když síla roste

Když síla (pnutí) zmizí, zanikne dvojlom a kontrast zobrazení se ztratí!

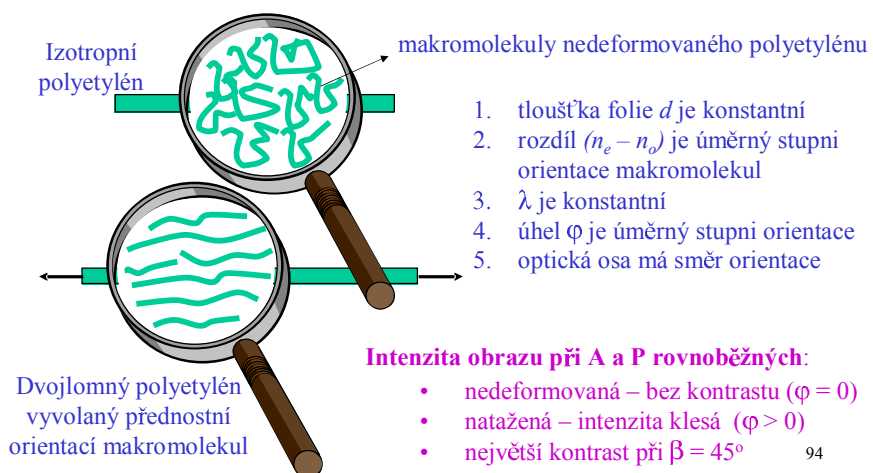
**Aplikace:**

- zviditelnění zbytkových pnutí ve skle (čochky)
- zviditelnění pnutí v plastických výrobcích

93

## Deformační dvojlom

Dvojlom vyvolaný orientací makromolekul: natažení polyetylenové folie



1. tloušťka folie  $d$  je konstantní
2. rozdíl  $(n_e - n_o)$  je úměrný stupni orientace makromolekul
3.  $\lambda$  je konstantní
4. úhel  $\varphi$  je úměrný stupni orientace
5. optická osa má směr orientace

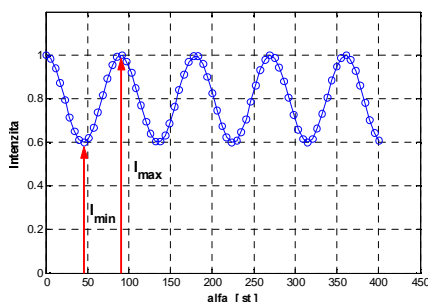
**Intenzita obrazu při A a P rovnoběžných:**

- nedeformovaná – bez kontrastu ( $\varphi = 0$ )
- natažená – intenzita klesá ( $\varphi > 0$ )
- největší kontrast při  $\beta = 45^\circ$

94

## Měření $n_o - n_e$

Pro určení kvality dvojlomného preparátu je důležité znát rozdíl indexů lomu  $n_o - n_e$ . Měření lze provést polarizačním mikroskopem tak, směry propustnosti vektoru  $E$  polarizátor a analyzátor nastavíme rovnoběžně a měříme intenzitu, jakou se nám zobrazuje preparát v závislosti na uhlu otočení oběma polarizátory.



Interferenční intenzita pro  $\gamma = 1$  je

$$I(\alpha) = E_0^2 (\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cos \varphi)$$

Pro maxima a minima  $I(\alpha)$  platí

$$I_{\min} = \frac{1}{2} E_0^2 (1 + \cos \varphi), \quad I_{\max} = E_0^2$$

Z těchto dvou rovnic pak dostaneme

$$\cos \varphi = \frac{2I_{\max} - I_{\min}}{I_{\min}}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e)$$

95

## Interferenční mikroskopie

**Kontrast je založen na principu dvoupraskové interference**

- 1) Užívá se v mikroskopii pro umělé vyvolání kontrastu na **fázových preparátech**, jak při mikroskopii na průchod (různé části preparátu mají různý index lomu), tak na odraz (nerovný povrch preparátu).
- 2) Před meziobraz se zařadí dvoupraskový interferometr s pevně nastavenými amplitudami, ale **volitelným laterálním posunutím a fázovým rozdílem** interferujících paprsků.
- 3) Dále má takový mikroskop optické prvky na ovládání **prostorové a časové koherence** interferujících paprsků, jejich rovnoběžnosti a dráhového rozdílu.

### Nomarského kontrast

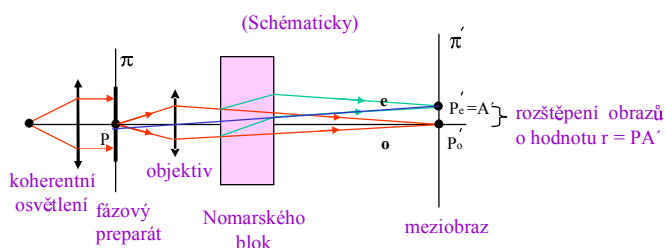
je speciální případ interferenčního kontrastu, kdy laterálního posuvu interferujících paprsků se dosahuje vložением **Nomarského bloku** před meziobraz. Ten se skládá z pevně nastaveného polarizátoru, dvojlomné destičky, která laterálně rozštěpí obraz, a analyzátoru.

Tyto prvky jsou nastaveny tak, aby **amplitudy** interferujících paprsků  **$o$  a  $e$**  byly **stejně a laterálně a fázově posunuty** jen tak, aby byly prostorově a časově koherentní.

96



## Nomarského kontrast



- 1) Každý bod meziobrazu je tvořen superpozicí (interferencí) **dvou meziobrazů**: jeden odpovídá paprskům **o** a druhý paprskům **e**.
- 2) Nechť bod  $P_e'$  se v meziobrazu překrývá s bodem  $A_o'$ . Na preparátu jsou body  $P$  a  $A$  vzdáleny od sebe o hodnotu  $\Delta/\gamma$ , kde  $\gamma$  je **zvětšení meziobrazu**.
- 3) Osvětlovací soustava musí zajistit, aby **koherenční šířka** byla větší než úsečka  $PA'$ .
- 4) V monochromatickém světle je kontrast meziobrazu tvořen různým jasem, v bílém světle je **barevný**, protože fázový posuv **F** závisí na vlnové délce. Fázový kompenzátor je nastaven tak, aby **o** a **e** byly časově koherentní pro bílé světlo.

97

## Nomarského kontrast - příklad



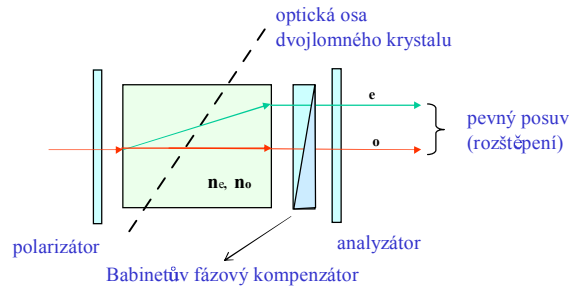
Reliéf povrchu Si s epitaxní vrstvou. Zvlnění povrchu je asi 20 nm

0.5 mm

98

## Nomarského blok

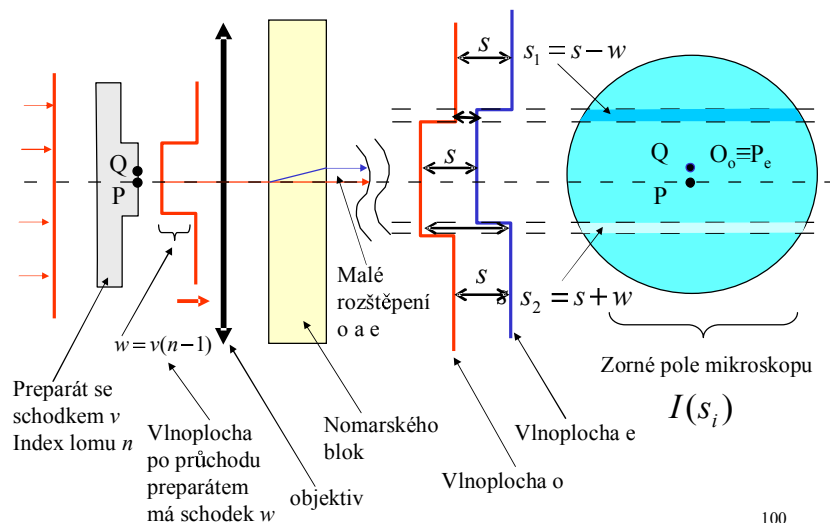
Schéma Nomarského bloku (jedna z mnoha realizací)



Jeden obraz preparátu vytváří paprsek *o*, druhý *e*. I když je malé rozštěpení (menší než je koherenční šířka), interferovat nemohou, protože stupeň polarizační koherence je pro *o* a *e* paprsek roven nule. Jak víme, přidání analyzátoru nestačí, musíme přidat i polarizátor. Dráhový rozdíl mezi *o* a *e* musíme kompenzovat Babinetovým kompenzátorem. Rozštěpení vyvolané Nomarského blokem nebývá větší než je asi dvojnásobek mezní rozlišovací schopnosti.

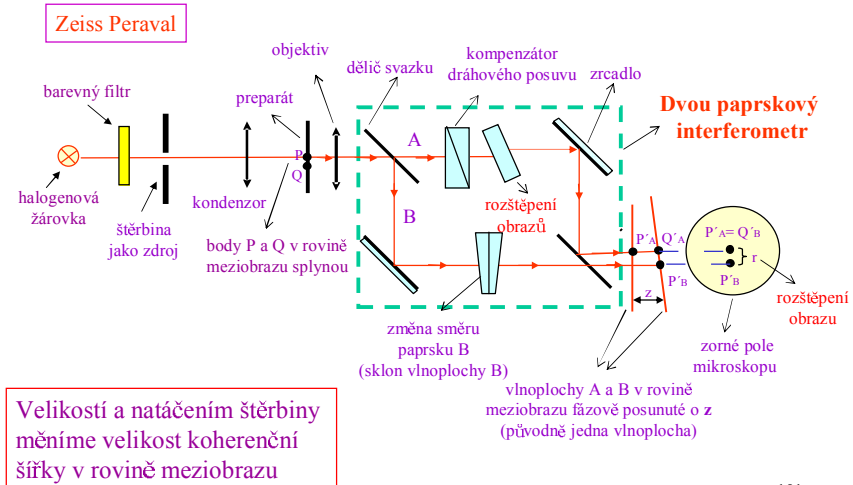
99

## Princip interferenčního kontrastu

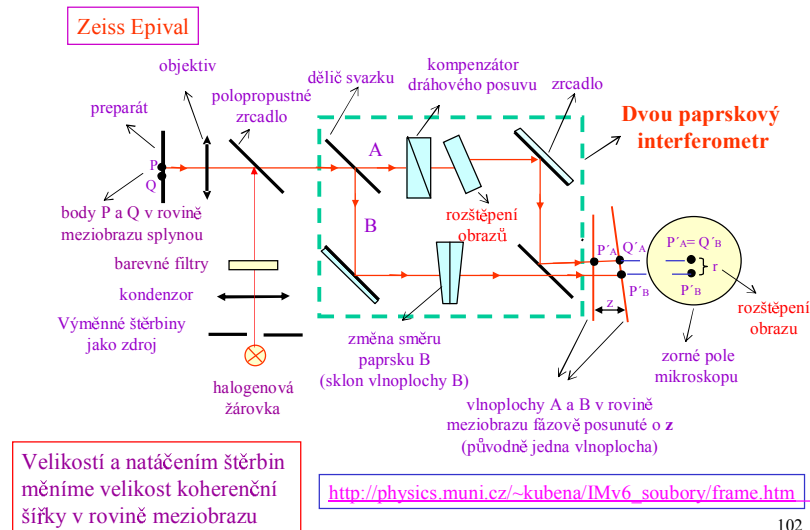


100

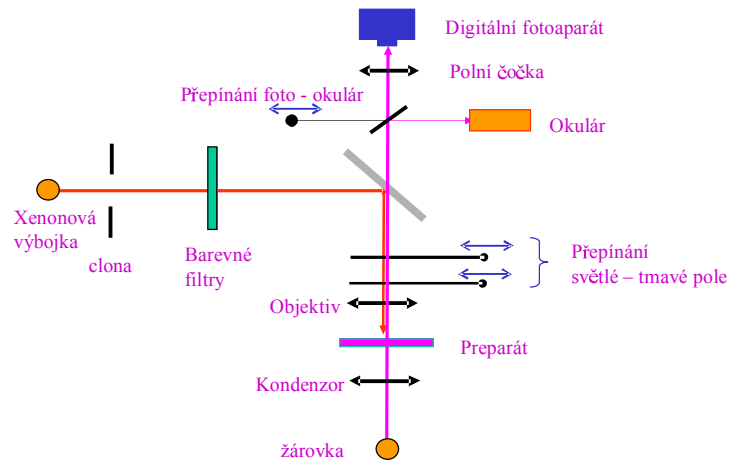
## Interferenční mikroskop na průchod - Peraval



## Interferenční mikroskop na odraz - Epival

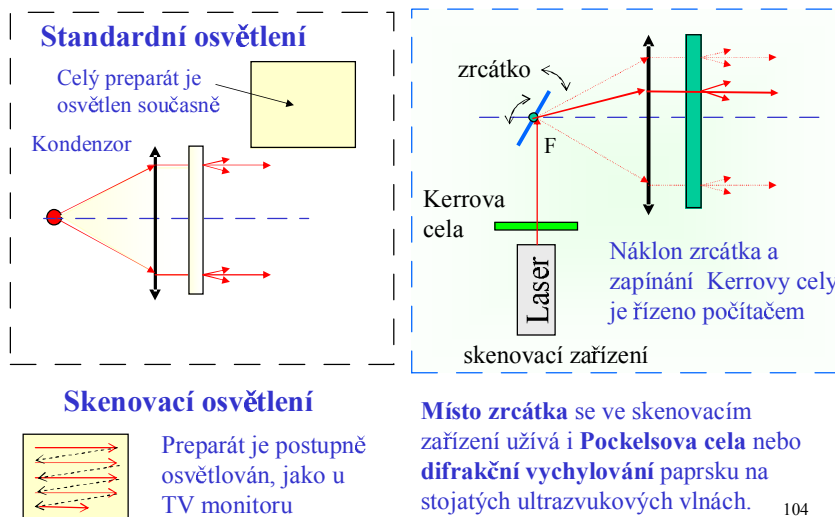


## Stolní mikroskop Zeiss



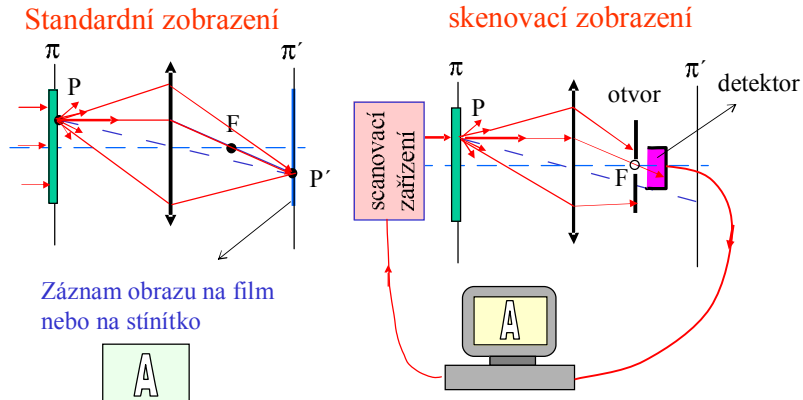
103

## Skenovací optika - osvětlení



Místo zrcátka se ve skenovacím zařízení užívá i **Pockelsova cela** nebo **difrakční vychylování** paprsku na stojatých ultrazvukových vlnách. 104

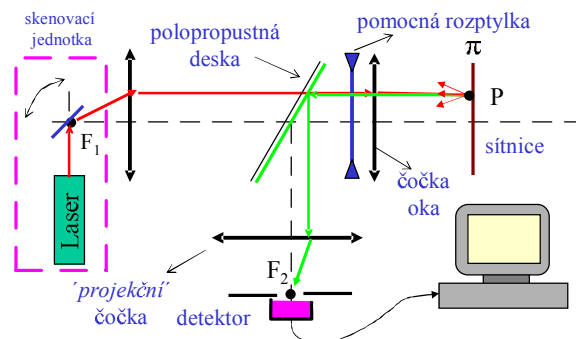
## Zobrazení skenovací optikou



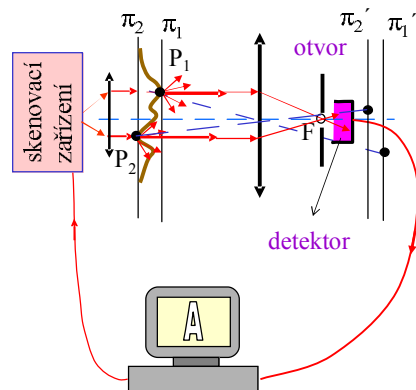
1. Paprsek, který projde ohniskem, přemění detektor na elektrický signál a tím se řídí při skenování jas v daném bodě obrazu na monitoru.
2. **Zaostřování** obrazu na předmět odpadá!

## Konfokální skenovací oftalmoskop

K zobrazení sítnice využívá metody **temného pole na odraz** skenovací metodou se dají tak zobrazit i 3D sítnice, protože u této metody není třeba zaostřovat. Interpretace kontrastu je složitá, avšak důležité je, že se obraz uloží a lze pak po čase pozorovat případné změny vyvolané nemocí sítnice.



## Skenování 3D objektu



1. Zobrazovaný objekt je **3D**.
2. **Ostrost obrazu** je dána tím, že v daném okamžiku je osvětlen jen jeden bod předmětu, jemuž odpovídá jeden bod na obrazovce.
3. **Jas** bodu na obrazovce nezáleží na tom, v které předmětové rovině leží.
4. Jas každého bodu na obrazovce zde určuje intenzita paprsku rovnoběžného s osou systému (když otvor před detektorem leží v ohnisku zobrazovací čočky).

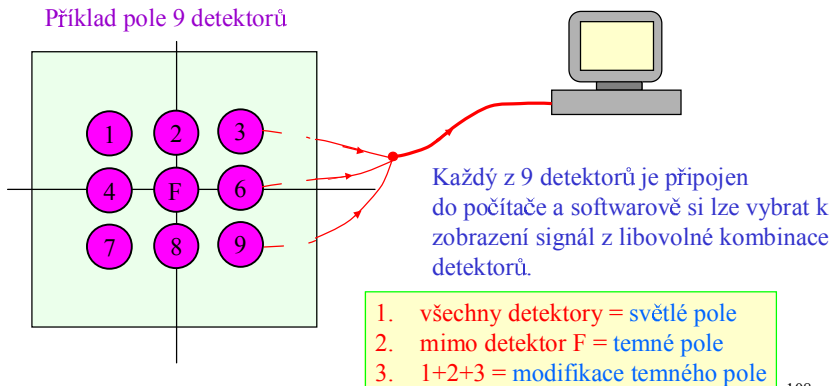
Tento počítačový obraz 3D objektu je 2D a **nelze** jej softwarově rekonstruovat na 3D.

107

## Skenovací metoda temného pole

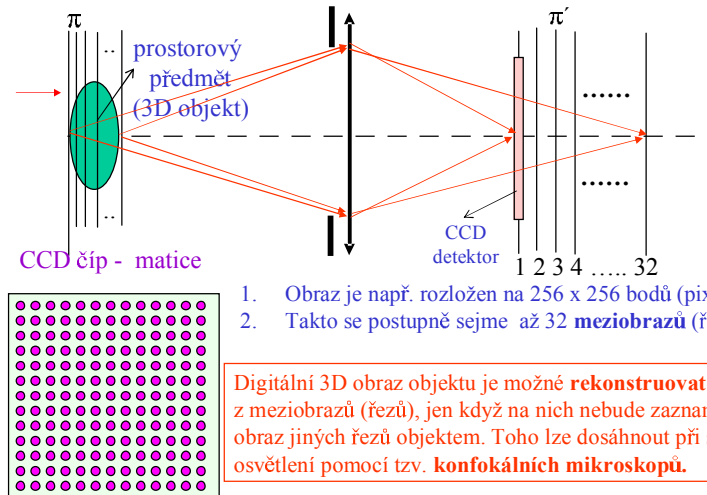
Počítačové skenovací laserové metody se **podobají** RTG tomografii. Tam se také detekuje jen intenzita jednoho paprsku, který právě prochází objektem a z něho **počítač odvozuje** (softwarově) **jas** bodu na obrazovce.

Příklad pole 9 detektorů



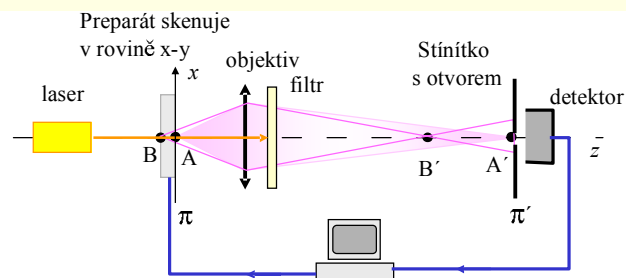
108

## Problém 3D zobrazení



109

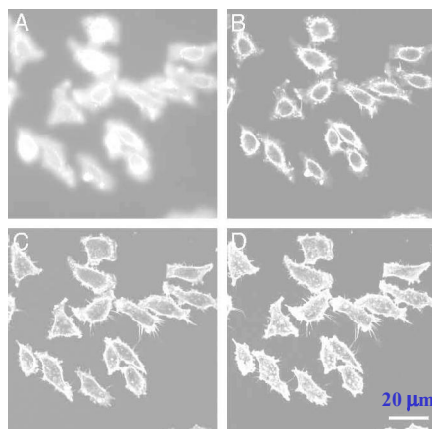
## X-y skenovací konfokální mikroskop



Tlustý vzorek rozptyluje světlo nebo se v něm budi fluorescence. Laserový paprsek osvětluje preparát v bodech A i B. **Filtr** dále propouští jen fluorescenční záření. Paprsky z bodu A se protínají v obraze A' a otvorem procházejí do detektoru, jehož signál určuje **jas bodu na monitoru**, který přísluší místu na vzorku, kam dopadá paprsek z laseru. **Skenování vzorku** v rovině xy řídí počítač. Fluorescenční záření z bodu B je v rovině stínítka s otvorem rozostřeno a malá část, která projde otvorem, zhoršuje kontrast snímku. Na jinou rovinu se **zaostří posuvem** stínítka s otvory.

110

## Konfokální mikrosnímky - řezy



### Zobrazení rostlinné buňky:

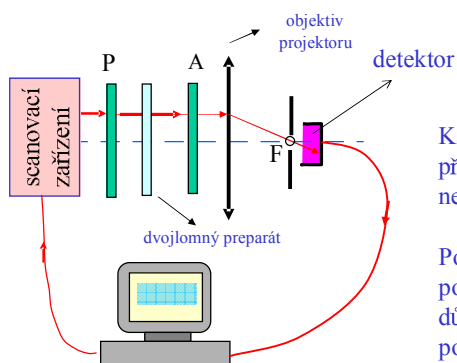
- A) Standardní zobrazení metodou temného pole
- B) Zaostřeno na vršky
- C) Zaostřeno na střed
- D) Zaostřeno na spodek

Zobrazení B, C a D získáno laserovým konfokálním mikroskopem. Preparát byl připraven tak, aby laser budil v preparátu **fluorescenční záření**.

Starší konfokální optické systémy používají místo laserového nebo x-y skenování tzv. **Nipkowův disk**

111

## Skenovací polarizační projektor



Kam se vloží analyzátor A, zda před nebo za čočku, na tom nezáleží.

Podobně jako u standardního polarizačního projektoru je důležité **zachovat jen pořadí**: polarizátor P, vzorek, analyzátor A

112



## Abbeova teorie zobrazování

**Abbeova teorie tvrdí**, že optický obraz předmětu osvětleného rovinnou vlnou (rovnoběžným svazkem) vzniká dvojnásobnou Fourierovou transformací.

**První Fourierův obraz** předmětu vznikne v obrazové ohniskové rovině a je určen komplexní amplitudou při Fraunhoferově difrakci na předmětu.

**Druhý Fourierův obraz** vzniká Fraunhoferovou difrakcí prvního a tím dostaneme komplexní amplitudu v obrazové rovině, která už odpovídá zvětšenému obrazu předmětu.

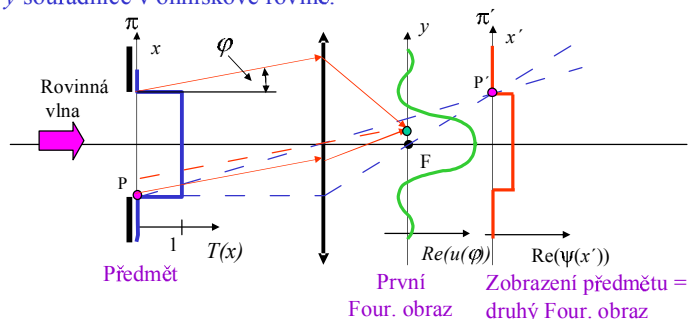
113

## Fraunhoferova difrakce

Kirchhoffův difrakční integrál v aproximaci rovinných vln (Fraunhoferova difrakce – FD) má tvar

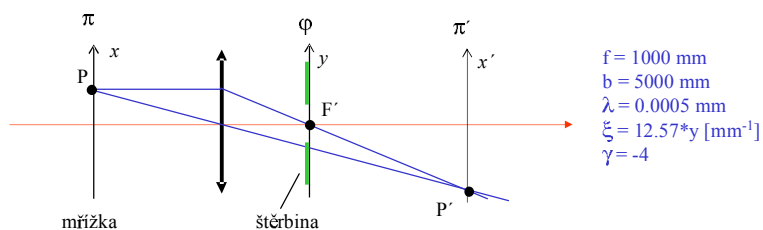
$$u\left(\frac{y}{f}\right) = A \int_{-\infty}^{\infty} T(x) \exp(ikx \sin(\frac{y}{f})) dx,$$

$u$  je amplituda rovinné vlny šířící se pod úhlem  $\varphi$ ,  $T(x)$  je propustnost difrakčního stínítka,  $k$  je vlnové číslo. Při pozorování FD čočkou je  $f$  její ohnisková vzdálenost a  $y$  souřadnice v ohniskové rovině.



114

## Experimentální ověření



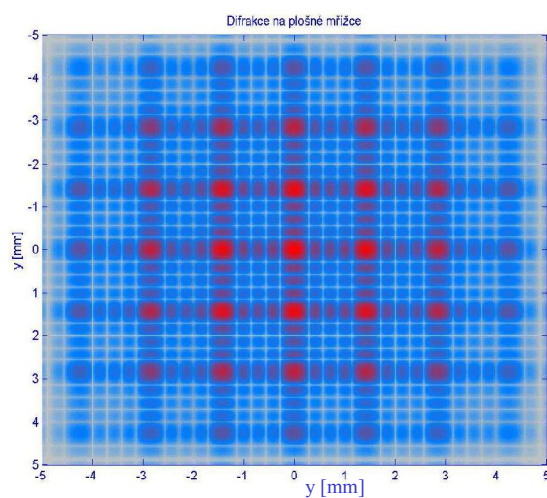
Transparentní preparát, který má strukturu plošné mřížky, osvětlíme rovnoběžným svazkem a zobrazíme na stínítku. V ohniskové rovině pozorujeme Fraunhoferovu difrakci na plošné mřížce. Když do ohniskové roviny vložíme štěrbinu, která propustí jen jednu řadu difrakčních maxim, například svislou, tak obraz plošné mřížky na stínítku se změní v soustavu vodorovných řádků.

Zamezili jsme štěrbinou přenos celého souboru **prostorových frekvencí** předmětu.

Následující obrázky jsou jen ilustrativní výpočty uvedeného efektu **filtrace prostorových frekvencí**

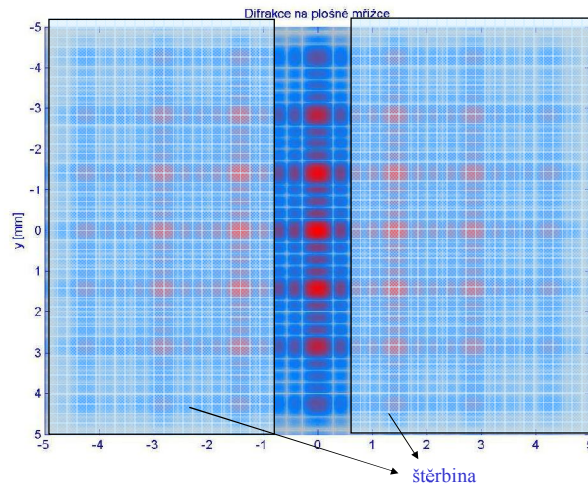
115

## Difrakční obraz mřížky



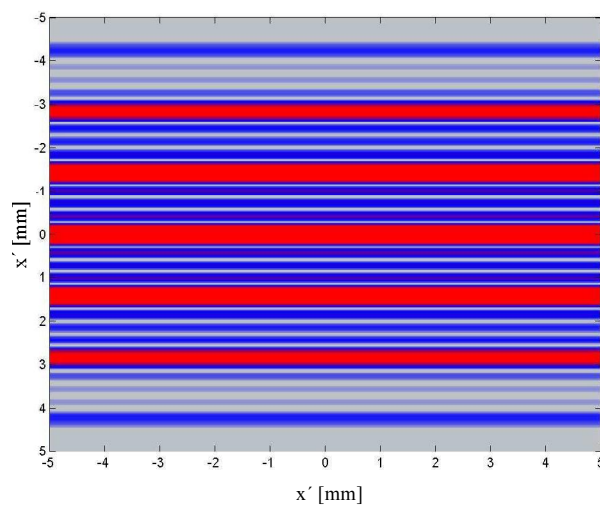
116

## Filtrace prostorových frekvencí štěrbinou



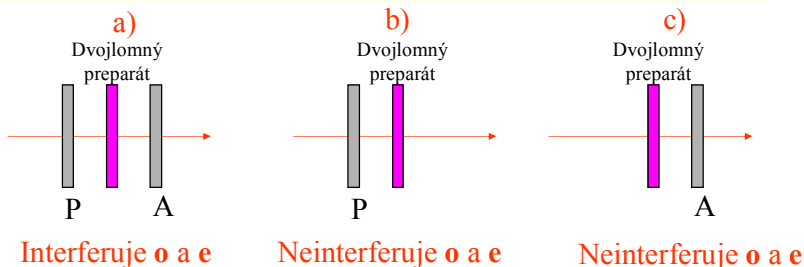
117

## Zobrazení mřížky po filtraci štěrbinou



8

## Záhada polarizační interference

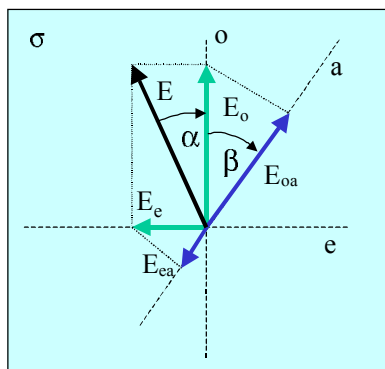


- Standardní uspořádání polarizačního mikroskopu
- Paprsky o a e kmitají na sebe kolmo a stupeň polarizační koherence je roven proto nule. Proto neinterferují.
- Paprsky o a e kmitají nyní v jedné rovině odpovídající směru propustnosti, stupeň polarizační koherence je roven 1 a přesto neinterferují.

Soustředíme se proto v dalším textu na vysvětlení případu c).  
Vypočítáme interferenční intenzitu, když na dvojlomný preparát dopadá nepolarizovaný svazek.

119

## Řešení záhady (1)



- E je amplituda jednoho z paprsků dopadajícího nepolarizovaného svazku.
- $E_o$  a  $E_e$  jsou amplitudy řádného a mimořádného paprsku po průchodu dvojlomným preparátem. Platí:

$$E_o = E \cos \alpha$$

$$E_e = E \sin \alpha$$

- Po průchodu analyzátozem mají oba paprsky amplitudy:

$$E_{oa} = E \cos \alpha \cos \beta$$

$$E_{ea} = E \sin \alpha \sin \beta$$

- Pro interferenční intenzitu pak platí:

$$I(\alpha, \beta, \varphi) = E^2 (\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - 2\gamma \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \varphi)$$

120

## Řešení záhady (2)

Každý lineárně polarizovaný paprsek tvořící dohromady nepolarizovaný svazek je nekoherentní s jiným. Při superposici všech se tedy sčítají intenzity. Platí tedy

$$I(\beta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha, \beta, \varphi) d\alpha$$

Protože platí:

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha = \int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \pi \quad \text{a} \quad \int_0^{2\pi} \cos \alpha \sin \alpha d\alpha = 0$$

tak po dosazení do vztahu pro interferenční intenzitu dostaneme:

$$I(\beta, \varphi) = E^2 \left( \frac{\pi}{2\pi} \cos^2 \beta + \frac{\pi}{2\pi} \sin^2 \beta + 0 \right) = \frac{1}{2} E^2 = \frac{1}{2} I$$

Interferenční intenzita je v tomto případě konstantní a rovna jedné polovině dopadající intenzity. Je tedy stejná, jako by tam dvojlomný preparát vůbec nebyl, **interference paprsků o a e nenastává. Výsledná intenzita nezávisí na fázovém posuvu  $\varphi$  mezi o a e.**

Jedině možné uspořádání je tedy uvedeno pod písmenem a)

121