F3170 - Obecná astronomie
Otázka 08
Vzájemný převod galaktických a rovníkových souřadnic. Sférická trigonometrie.

Petr Šafařík

1 Vzájemný převod galaktických a rovníkových souřadnic

Mléčná dráha obepíná celou oblohu v hlavní kružnici. Průsečnice roviny galaxie s nebeskou sférou. Pól galaxie je ve Vlasech Bereniky ($\alpha = 12^h 49^m$; $\delta = 27,4°$). Sklon roviny galaxie k rovině rovníku je $62,6°$. Celá galaxie je vidět jen z míst patřících do intervalu: $-\delta < \varphi < \delta$, tedy $-27,4 < \varphi < 27,4$.

Uzly jsou na $\alpha_0 = 282,25°$. Poloha středu pak $l_0 = 33°$.

Postup otáčení:

1. Okolo osy z o úhel α_0
2. Okolo osy x o úhel i
3. Okolo osy z' o úhel $-l_0$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos l_0 & -\sin l_0 & 0 \\ \sin l_0 & \cos l_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 & \sin\alpha_0 & 0 \\ -\sin\alpha_0 & \cos\alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

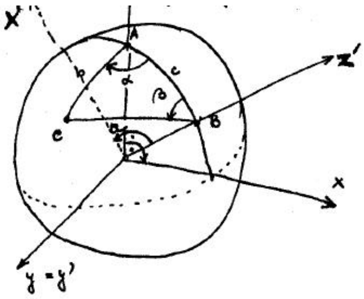
Převodní vztah tedy je:

$$\begin{pmatrix} \cos b \cos(l - l_0) \\ \cos b \sin(l - l_0) \\ \sin b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta \cos(\alpha - \alpha_0) \\ \cos\delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$

Opačný směr převodu:

$$\begin{pmatrix} \cos\delta \cos(\alpha - \alpha_0) \\ \cos\delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos b \cos(l - l_0) \\ \cos b \sin(l - l_0) \\ \sin b \end{pmatrix}$$

2 Sférická trigonometrie



Dají se odvodit tři rovnice, díky kterým jsme s to vyřešit libovolně zadaný sférický trojúhelník. K řešení nám stačí znát libovolné tři parametry: strany a, b, c a úhly α, β, γ.

$$\begin{pmatrix} \sin a \cos\beta \\ \sin a \sin\beta \\ \cos a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos c & 0 & \sin c \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin c & 0 & \cos c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin b \cos\alpha \\ \sin b \sin\alpha \\ \cos b \end{pmatrix}$$

Sinova-Cosinova věta: $\sin a \cos\beta = \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos\alpha$

Sinova věta: $\sin a \sin\beta = \sin b \sin\alpha$

Cosinova věta: $\cos a = \sin c \sin b \cos\alpha + \cos b \cos c$

Úhly a strany je možné cyklicky měnit!

Nautický trojúhelník: jeden vrchol je severní světový pól, druhý vrchol = zenit, třetí vrchol = hvězda.

Přechod k rovinnému použijeme aproximace na $\sin a \to a$ a potom $\cos a \to 1-\frac{a^2}{2}$.

- Cosinova věta

$$\cos a = \sin c \sin b \cos\alpha + \cos b \cos c$$

$$1 - \frac{a^2}{2} = \left(1 - \frac{b^2}{2}\right)\left(1 - \frac{c^2}{2}\right) + bc\cos\alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \qquad \text{normální cos. věta}$$

- Sinova věta

$$\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin b}{\sin\beta}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \qquad \text{normální sin. věta}$$

Využití:

- Vzdálenost dvou blízkých hvězd

$$\gamma^2 = (\Delta\delta)^2 + \cos^2\left(\frac{\delta A + \delta B}{2}\right) \cdot (\Delta\alpha)^2$$

- Poziční úhel