Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Polarizace světla a Brownův pohyb

Jméno: Petr Šafařík

Datum: 9.10.2006

Obor: Astrofyzika Ročník: Druhý Semestr: Třetí

Test:

ÚLOHA č.: 10

T = 23,2 C

p = 34%

φ = 94,0kPa

Fyzikální praktika 10
Polarizace světla, Brownův pohyb

Petr Šafařík

20. listopadu 2006

Obsah

1 Zadání

- Stanovte polarizační schopnost daného polaroidu
- Určete polarimetrem úhel stočení kmitové roviny u tří roztoků sacharózy.
- Určete sacharimetrem koncentraci těchto tří roztoků
- Vypočítejte specifickou stáčivost sacharozy a porovnejte s tabulkovými hodnotami.

2 Teorie

2.1 Polarizace světla

V polarimetru je světlo ze zdroje kolimátorem zpracováno na rovnoběžný svazek paprsků. Průchodem tohoto svazku polarizátorem se světlo lineárně polarizuje, a buď prochází přes měřený vzorek, nebo jde přímo na analyzátor, kterým lze otáčet kolem optické osy přístroje. Výsledná intenzita prošlého světla se pozoruje vizuálně dalekohledem. V polostínové metodě se využívá schopnost oka rozlišovat jas dvou sousedních ploch. První úkol se týkal polarizace světla, konkrétně stáčení roviny polarizace v roztoku sacharózy. Pro měření byly připraveny celkem tři roztoky s koncentracemi okolo 5%, 10% a 15%. Poté bylo za úkol tyto koncentrace určit přesně. Empiricky bylo zjištěno, že úhel stočení α roviny polarizace závisí lineárně na tloušťce d opticky aktivní látky, $[\alpha]$ je konstanta úměrnosti (specifická stáčivost):

$$\alpha = [\alpha]d$$

Pro roztoky úhel závisí ještě na koncentraci roztoku $c = \frac{q}{100}$, kde q je počet gramů látky ve $100cm^3$ roztoku:

$$\alpha = [\alpha]cd$$

Pro specifickou stáčivost pak platí vztah:

$$\alpha = \frac{100\alpha}{dq} = \frac{100\alpha}{dp\rho}$$

Veličina p je koncentrace ve váhových procentech.

Byly provedeny dvě sady měření (jedna s pomocí sacharimetru, tou byly určeny koncentrace roztoků. Sacharimetr je zařízení, do něhož se vloží kyveta s roztokem sacharózy. Jeli soustava tvořená polarizátorem, kyvetou, proměnným kompenzátorem měnícím stočení roviny polarizace a analyzátorem prosvětlována světlem sodíkové lampy ukazuje stupnice sacharimetru stupně cukernatosti ($\lambda = 589,3nm$), ukazuje stupnice sacharimetru stupně cukernatosti °S. Padesát dílků na stupnici odpovídá 26% roztoku sacharózy. Potom platí tento vztah pro koncentraci:

$$c = \frac{26}{50}\,(n - n_0)$$

Kompenzátor byl nastaven do takové polohy, aby intenzita procházejícího světla byla minimální. Rozdíl $(n - n_0)$ v dílcích odpovídá změně nastavení kompenzátoru při vložené kyvetě s roztokem oproti nastavení bez přítomnoti kyvety.

Hodnota n_0 odpovídá prázdnému sacharimetru, hodnoty n_1, n_2, n_3 po řadě prvnímu, druhému a třetímu roztoku.

Polarimetr je podobné zařízení jako sacharimetr, jen se místo proměnného kompenzátoru k měření využívá otočný analyzátor a použitá stupnice měří úhel ve stupních.

2.2 Brownův pohyb

Brownův pohyb je neuspořádaný pohyb částic v roztoku. Podstatou je neuspořádaný tepelný pohyb molekul kapaliny (vody), které při svém pohybu narážení do sebe i do rozptýlených částeček. Výsledná síla, kterou působí narážející molekuly kapaliny do jedné částice, není vždy nulová. Na základě toho je možné sestavit pohybovou rovnici:

$$m\ddot{x} = F - k\dot{x}$$

Kde:
$F \ldots$ výsledná vnější síla
$k \ldots$ konstanta úměrnosti odporu prostředí (podle Stokesova zákona je rovna $k = 6\pi\mu r$). Různými úpravami je možné tuto rovnici převést do tvaru:

$$\frac{m}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(x^2\right) - m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 = Fx - \frac{k}{2}\frac{d}{dt}\left(x^2\right)$$

Je možné vypočítat střední hodnoty uvedených veličin. Je možné využít tohoto přeznačení, kde $\langle\rangle$ značí střední hodnotu veličiny v určitém časovém úseku:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\langle x^2\right\rangle = h \Rightarrow -\frac{kh}{2} = \frac{m}{2}\frac{dh}{dt} - m\left\langle\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2\right\rangle$$

Na pravé straně rovnice je dvojnásobek střední hodnoty kinetické energie částice, s využitím teorie ideálních plynů lze tuto energii nahradit výrazem $\frac{3RT}{2N_A}$, kde T je teplota kapaliny, N_A Avogadrova konstanta a R univerzální plynová konstanta. Protože je potřeba rychlost ve směru jedné osy, je nutné dosadit třetinu tohoto výrazu. Po úpravách získáme:

$$h - \frac{2RT}{Nk} = C \cdot e^{-\frac{kt}{m}}$$

Hodnota integrační konstanty C není podstatná, protože v delším časovém úseku se exponenciální člen blíží nule a je možné položit $h = \frac{2RT}{Nk}$, z čehož po dosazení plyne:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\langle x^2\right\rangle = \frac{2RT}{N6\pi\mu r} \Rightarrow \left\langle x^2\right\rangle = \frac{2RT}{6\pi\mu r N}t$$

Vlastní měření probíhalo tak, že byla na podložní sklíčko kápnuta voda s rozptýlenými částečkami běloby. Toto sklíčko bylo vloženo do mikroskopu, který byl pomocí CCD kamery připojen k obrazovce, na níž byla upevněna fólie. Na tu byly zaznamenávány polohy vybraných částic v pevně daných časových intervalech. K odměřování času byl použit metronom. Na fólii tak byla pro několik částic zaznamenána poloha na začátku každého taktu metronomu.

Ověření zjištěného vztahu je založeno na tom, že střední hodnota vzdáleností mezi určenými polohami částice závisí na tom, jak dlouhý časový úsek uplyne mezi jednotlivými měřeními. Tj. měla by být ověřena tato rovnost:

$$\left\langle L_T^2 \right\rangle : \left\langle L_{n,T}^2 \right\rangle = 1 : n$$

3 Měření

3.1 Měření sacharimetrem

Roztok sacharózy byl připraven ze 4g sacharózy a 30ml destilované vody. Následně byl rozlit na tři části do 5ml, 10ml a 15ml. Následně dolity opět destilovanou vodou. Tak bylo dosaženo, že jsem připravil tři roztoky s koncentrací přibližně 5%, 10% a 15%.

vzduch	1. kyveta		2. kyveta		3. kyveta	
n_0	n_1	$\frac{c_1}{\%}$	n_2	$\frac{c_2}{\%}$	n_3	$\frac{c_3}{\%}$
-0,8	8,4	4,784	15,4	8,424	24,2	13,000
-0,9	8,5	4,888	14,6	8,060	24,1	13,000
-0,7	8,7	4,888	15,1	8,216	24,3	13,000
-0,8	8,1	4,628	15,1	8,268	24,3	13,052
-0,9	7,9	4,576	15,0	8,268	23,9	12,896
-1,0	7,9	4,628	15,4	8,528	24,3	13,156
-1,0	8,0	4,680	14,9	8,268	23,9	12,948
-0,8	7,8	4,472	14,8	8,112	24,2	13,000
-0,9	8,2	4,732	15,0	8,268	24,1	13,000
$\overline{n_0} = -0,866$	$\overline{n_1} = 8,167$	$\overline{c_1} = 4,697$	$\overline{n_2} = 15,064$	$\overline{c_2} = 8,268$	$\overline{n_3} = 24,145$	$\overline{c_3} = 13,006$

Mnou naměřené hodnoty:

- Pro vzduch $n_0 = (-0,83 \pm 0,03)$ s relativní chybou $3,8\%$.
- Pro první roztok: $n_1 = (8,2 \pm 0,1)$ s relativní chybou $1,3\%$ při koncentraci $c_1 = (4,70 \pm 0,05)\,\%$ s relativní chybou $1,0\%$.
- Pro druhý roztok: $n_2 = (15,03 \pm 0,09)$ s relativní chybou $0,6\%$ při koncentraci $c_2 = (8,27 \pm 0,05)\,\%$ s relativní chybou $0,6\%$.
- Pro třetí roztok: $n_3 = (24,14 \pm 0,05)$ s relativní chybou $0,2\%$ při koncentraci $c_3 = (13,01 \pm 0,02)\,\%$ s relativní chybou $0,2\%$.

3.2 Stáčení roviny polarizace a specifická stáčivost

$\frac{\alpha_0}{\circ}$	$\frac{\alpha_1}{\circ}$	$\frac{[\alpha_1]}{\circ}$	$\frac{\alpha_2}{\circ}$	$\frac{[\alpha_2]}{\circ}$	$\frac{\alpha_3}{\circ}$	$\frac{[\alpha_3]}{\circ}$
0,05	3,00	63,866	5,45	65,917	8,65	66,509
0,15	3,10	65,995	5,55	67,126	8,60	66,124
0,10	3,05	64,930	5,40	65,312	8,65	66,509
0,15	3,00	63,866	5,60	67,731	8,70	66,893
0,10	3,15	67,059	5,35	64,707	8,65	66,509
0,05	3,10	65,995	5,45	65,917	8,60	66,124
0,20	3,05	64,930	5,50	66,522	8,70	66,893
0,00	3,00	63,866	5,40	65,312	8,65	66,509
0,15	3,05	64,930	5,35	64,707	8,60	66,124
$\overline{\alpha_0} = 0,105$	$\overline{\alpha_1} = 3,06$	$\overline{[\alpha_1]} = 65,048$	$\overline{\alpha_2} = 5,45$	$\overline{[\alpha_2]} = 65,916$	$\overline{\alpha_3} = 8,655$	$\overline{[\alpha_3]} = 66,466$

Mnou naměřené hodnoty:

- Pro vzduch $\alpha_0 = (0,11 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou $20,2\%$.
- Pro první roztok: $\alpha_1 = (3,06 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou $0,6\%$ a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_1 = (65,05 \pm 0,4) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou $0,6\%$.
- Pro druhý roztok: $\alpha_2 = (5,45 \pm 0,03)^\circ$ s relativní chybou $0,5\%$ a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_2 = (65,9 \pm 0,4) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou $0,5\%$.
- Pro třetí roztok: $\alpha_3 = (8,66 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou $0,2\%$ a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_3 = (66,5 \pm 0,1) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou $0,2\%$.

3.3 Brownův pohyb

Měření probíhalo za stejný časový úsek, čili za dobu jednoho taktu metronomu.

$\frac{T}{s}$	Δi_T^2
5,07	0,000144
5,13	0,004624
5,03	0,002704
5,10	0,000324
5,06	0,000484
$\overline{T} = 5,082s$	$\sum \Delta i_T^2 = 0,00828$

Doba taktu metronomu byla $T = (5,08 \pm 0,02)$ s relativní chybou $0,4\%$.

Pro částice jsem změřil na průsvitce jejich vzdálenosti. Měla by platit rovnice

$$\left\langle L_T^2 \right\rangle : \left\langle L_{n,T}^2 \right\rangle = 1 : n$$

Pro jednotlivé částice by pak mělo v ideálním případě vycházet (pokud $L_{1,T}^2 = 1$)

$$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle : \left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle : \left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle = 1 : 2 : 3$$

Tabulka částic:

1. částice			2. částice		
$\frac{L_{1,T}}{mm}$	$\frac{L_{2,T}}{mm}$	$\frac{L_{3,T}}{mm}$	$\frac{L_{1,T}}{mm}$	$\frac{L_{2,T}}{mm}$	$\frac{L_{3,T}}{mm}$
15	19	36	18	15	9
17	39	45	16	17	4
22	28	27	9	14	9
8	5	18	15	15	
12	24	32	18		
21	33				
15					
$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle =$
268	726	1080	242	234	60

3. částice			4. částice		
$\frac{L_{1,T}}{mm}$	$\frac{L_{2,T}}{mm}$	$\frac{L_{3,T}}{mm}$	$\frac{L_{1,T}}{mm}$	$\frac{L_{2,T}}{mm}$	$\frac{L_{3,T}}{mm}$
7	10	9	18	12	8
9	11	23	13	16	33
18	30	35	7	31	12
12	22	10	25	11	
19	15		14		
14					
$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle =$	$\left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle =$
193	366	484	273	371	432

Jak jsem už napsal, tak teoreticky pro jednotlivé částice mělo v ideálním případě vycházet:

$$\left\langle L_{1,T}^2 \right\rangle : \left\langle L_{2,T}^2 \right\rangle : \left\langle L_{3,T}^2 \right\rangle = 1 : 2 : 3$$

Ovšem moje výsledky se lišily:

Pro první částici	1 : 2,7 : 4,0
Pro druhou částici	1 : 0,9 : 0,3
Pro třetí částici	1 : 1,9 : 2,5
Pro čtvrtou částici	1 : 1,4 : 1,6

3.4 Výpočet velikosti částice

Nakonec bylo za úkol stanovit velikost částice. Mikroskop byl nastaven se zvětšením tak, že úsečka o délce $l = 0,05mm$ měla na papíře délku $\widetilde{l} = (127,5 \pm 1,0)mm$. Pro poloměr částice pak platí:

$$r = \frac{2RT}{6\pi\eta N \left\langle L_1^2 \right\rangle} t \cdot \left(\frac{\widetilde{l}}{l} \right)^2$$

Po dosazení do tohoto vztahu nám pak pro jednotlivé částice vyjde přibližně:

1	$r = 169,59nm$
2	$r = 149,05nm$
3	$r = 224,46nm$
4	$r = 194,68nm$

$$r = (184,445 \pm 16)\, nm$$

přičemž další konstanty byly: $R = 8,3Jmol^{-1}K^{-1}$, $N = 6,022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$, $\eta = 0,001Pa \cdot s$ a nakonec $T = 300K$.

4 Závěr

Pro jednotlivé roztoky a pro vzduch mě vyšli tyto hodnoty:

- Pro vzduch $n_0 = (-0,83 \pm 0,03)$ s relativní chybou 3,8%.
- Pro první roztok: $n_1 = (8,2 \pm 0,1)$ s relativní chybou 1,3% při koncentraci $c_1 = (4,70 \pm 0,05)\,\%$ s relativní chybou 1,0%.
- Pro druhý roztok: $n_2 = (15,03 \pm 0,09)$ s relativní chybou 0,6% při koncentraci $c_2 = (8,27 \pm 0,05)\,\%$ s relativní chybou 0,6%.
- Pro třetí roztok: $n_3 = (24,14 \pm 0,05)$ s relativní chybou 0,2% při koncentraci $c_3 = (13,01 \pm 0,02)\,\%$ s relativní chybou 0,2%.

Dále potom stanovit úhel stočení kmitavé roviny u tří roztoků sacharózy a specifickou otáčivost sacharózy. Tato měření mě vyšla:

- Pro vzduch $\alpha_0 = (0,11 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou 20,2%.
- Pro první roztok: $\alpha_1 = (3,06 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou 0,6% a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_1 = (65,05 \pm 0,4) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou 0,6%.
- Pro druhý roztok: $\alpha_2 = (5,45 \pm 0,03)^\circ$ s relativní chybou 0,5% a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_2 = (65,9 \pm 0,4) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou 0,5%.
- Pro třetí roztok: $\alpha_3 = (8,66 \pm 0,02)^\circ$ s relativní chybou 0,2% a se specifickou stáčivostí $[\alpha]_3 = (66,5 \pm 0,1) \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ s relativní chybou 0,2%.

Tabelované hodnoty specifické stáčivosti jsou pro koncentrace 5%, 10%, 15% rovny pořadě $66,473 \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$, $66,500 \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$ a $66,514 \left[\frac{cm^3 \cdot ^\circ}{dm \cdot g}\right]$, což v toleranci odpovídá daným koncentracím. Odchylky mohly být způsobené i nepřesnou koncentrací roztoků.

Poslední úkol, důkaz Brownova pohybu nedopadl podle očekávání. Vzhledem k velké závislosti na "pozorovateli". Největší problém byl v přesném zaznamenání místa v tom kterém časovém intervalu, neboď pohyb byl hodně rychlý a neuspořádaný, takže ani přesnost záznamu nebyla vysoká. Pres měření a určování vzdáleností na počítači nebylo vzhledem k "nekvalitnímu originálu" dosaženo dostatečné kvality. Osobně bych viděl tuto úlohu za vysoce závislou na štěstí a rychlosti reakcí pozorovatele. Lepších výsledků by bylo možno dosáhnout postupem, který by nebyl tolik závislý na uživateli, například záznamem CCD kamerou do videa, které by se zpracovávalo digitálně.