Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

....

Jméno: Petr Šafařík Datum: ....

Obor: Astrofyzika Ročník: Druhý Semestr: Třetí Test: ....

ÚLOHA č.: 11

T = 21,5

p = 99,1kPa

φ = 61%

Fyzikální praktika 11
Měření tloušťky tenkých vrstev Tolanského metodou
Průchod světla planparalelní deskou a hranolem

Petr Šafařík

20. listopadu 2006

Obsah

1 Zadání

- V zorném poli mikroskopu nastavte 10 - 15 interferenčních proužků.
- Na různých částech vzorku proměřte opakovaně interferenční obrazec.
- Stanovte hodnotu tloušťky vrstvy
- Určete závislost posuvu x vystupujícího paprsku z desky na úhlu α 10 dvojic x a α?
- Určete index lomu desky, tloušťku desky d

2 Teorie

2.1 Měření tloušťky tenkých vrstev Tolanského metodou

Metoda je založena na vícepaprskové interferenci světla na vzduchové mezeře vytvořené mezi měřeným vzorkem a polopropustným zrcadlem. Mezi vzorek a polopropustné zrcadlo se vytvoří vzduchová klínová mezera s malým úhlem klínu. Celý tento systém se osvětlí monochromatickým světlem, s vlnovou délkou λ. V důsledku interference na vzduchové mezeře se v zorném poli mikroskopu, za předpokladu, že by v měřené vrstvě nebyl vryp, objeví systém rovnoběžných tmavých proužků v těch místech, kde je splněna podmínka minima interference. Tedy

$$2d = K\lambda$$

$$2(d + \Delta d) = (K + 1)\lambda$$

kde K je interferenční řád. Z rovnic dostaneme:

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

S vrypem ve vzorku budou rovnice vypadat:

$$2(d + \Delta d) = (K + 1)\lambda$$

$$2(d + \varepsilon + t) = (K + 1)\lambda$$

kde t je tloušťka vrstvy, kterou máme stanovit. Dále plyne:

$$t = \Delta d - \varepsilon$$

a z podobností trojúhelníků vyplývá:

$$\frac{\varepsilon}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta d}{x_2}$$

$$\varepsilon = \Delta d \frac{x_2 - x_1}{x_2}$$

$$t = \frac{x_1}{x_2}\frac{\lambda}{2}$$

2.2 Průchod světla planparalelní deskou a hranolem

Při průchodu světla planparalelní deskou dochází k dvojitému lomu světla. Proto je vystupující paprsek posunut od směru vystupujícího paprsku. Přičemž při průchodu bílého světla se světlo rozloží na spektrum, protože každá vlnová délka má jiný úhel lomu. Obě rozhraní na planparalelní desce jsou rovnoběžné.

Z výše uvedeného plyne: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ a také $\beta_1 = \beta_2 = \beta$

Pro lom světla na prvním rozhraní platí

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta$$

a pro druhé rozhraní:

$$n \sin \alpha = n_0 \sin \beta$$

Dráha paprsku je tedy:

$$AB = \frac{d}{\cos \beta}$$

Odchylka paprsku je

$$x = BC = AB \sin(\alpha - \beta)$$

úpravou předešlých vztahů a za předpokladu, že $\alpha \neq 0$

$$n = n_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(1 - \frac{x}{d \sin \alpha}\right)^{-2} \cos^2 \alpha}$$

Při průchodu světla hranolem dochází k dvojitému lomu. Proto je vystupující paprsek posunut od směru vstupujícího paprsku. Přičemž při průchodu bílého světla se světlo rozloží na spektrum, protože každá vlnová délka má jiný úhel lomu.

Pro lom světla na prvním rozhraní platí:

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta_1$$

a při druhém:

$$n \sin \beta_2 = n_0 \sin \alpha_2$$

Deviace δ je vnější úhel ADB

$$\delta = (\alpha - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$$

a vnější úhel ω pak bude:

$$\omega = \beta_1 + \beta_2$$

deviace δ pak je:

$$\delta = \alpha + \alpha_2 - \omega$$

$$\delta = \alpha - \omega + \arcsin\left(\sin\omega\sqrt{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 - \sin^2\alpha} - \cos\omega \cdot \sin\alpha\right)$$

3 Měření

3.1 Měření tloušťky tenkých vrstev Tolanského metodou

3.1.1 Naklon jedna

Tabulka

#	$\frac{x_1}{mm}$	$\frac{x_2}{mm}$
1	1,35	2,31
2	1,4	2,36
3	1,39	2,37
4	1,37	2,36
5	1,39	2,34
6	1,31	2,38
7	1,3	2,32
8	1,35	2,33
9	1,38	2,35
Průměry	$\overline{x_1} = 1,36$	$\overline{x_2} = 2,35$

Vzdálenost x_1 se rovná $x_1 = (1,36 \pm 0,01)$ dílků s relativní chybou 0,7%.
Vzdálenost x_2 se rovná $x_2 = (2,35 \pm 0,007)$ dílků s relativní chybou 0,3%.

$$t = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{1,36}{2,35} \cdot \frac{589}{2} = 101,6nm$$

Chyba

$$\delta_t = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2x_2}\right)^2 (\delta x_1)^2 + \left(\frac{x_1 \cdot \lambda}{2x_2^2}\right)^2 (\delta x_2)^2} = \sqrt{4,758 + 0,6812} = 2,332$$

Výška t se rovná $t = (101,6 \pm 2)\,nm$ s relativní chybou 1,9%.

3.1.2 Naklon dva

Tabulka

#	$\frac{x_1}{mm}$	$\frac{x_2}{mm}$
1	0,56	1,7
2	0,52	1,83
3	0,53	1,75
4	0,59	1,92
5	0,45	1,82
6	0,53	1,86
7	0,65	1,99
Průměry	$\overline{x_1} = 0,54714$	$\overline{x_2} = 1,83857$

Vzdálenost x_1 se rovná $x_1 = (0,55 \pm 0,02)$ dílků s relativní chybou 3,6%.
Vzdálenost x_2 se rovná $x_2 = (1,84 \pm 0,04)$ dílků s relativní chybou 2,1%.

$$t = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{0,55}{1,84} \cdot \frac{589}{2} = 117,2nm$$

Chyba

$$\delta_t = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2x_2}\right)^2 (\delta x_1)^2 + \left(\frac{x_1 \cdot \lambda}{2x_2^2}\right)^2 (\delta x_2)^2} = \sqrt{114,68 + 12,1} = 11,25$$

Výška t se rovná $t = (117,2 \pm 11)\,nm$ s relativní chybou 9,4%.

3.1.3 Naklon tři

Tabulka

#	$\frac{x_1}{mm}$	$\frac{x_2}{mm}$
1	1,65	4,02
2	1,52	4,12
3	1,58	3,98
4	1,5	3,9
5	1,62	4,06
6	1,49	4,02
7	1,48	4,13
8	1,5	4,01
9	1,66	4,08
Průměry	$\overline{x_1} = 1,55556$	$\overline{x_2} = 4,03556$

Vzdálenost x_1 se rovná $x_1 = (1,55 \pm 0,07)$ dílků s relativní chybou 4,5%.
Vzdálenost x_2 se rovná $x_2 = (4,04 \pm 0,07)$ dílků s relativní chybou 1,7%.

$$t = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{0,55}{1,84} \cdot \frac{589}{2} = 112,9nm$$

Chyba

$$\delta_t = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2x_2}\right)^2 (\delta x_1)^2 + \left(\frac{x_1 \cdot \lambda}{2x_2^2}\right)^2 (\delta x_2)^2} = \sqrt{176,9 + 1,6} = 13,36$$

Výška t se rovná $t = (113 \pm 13)\,nm$ s relativní chybou 11,8%.

3.2 Průchod světla planparalelní deskou

Tloušťka planparalelní desky je: $d_d = 20,15mm$

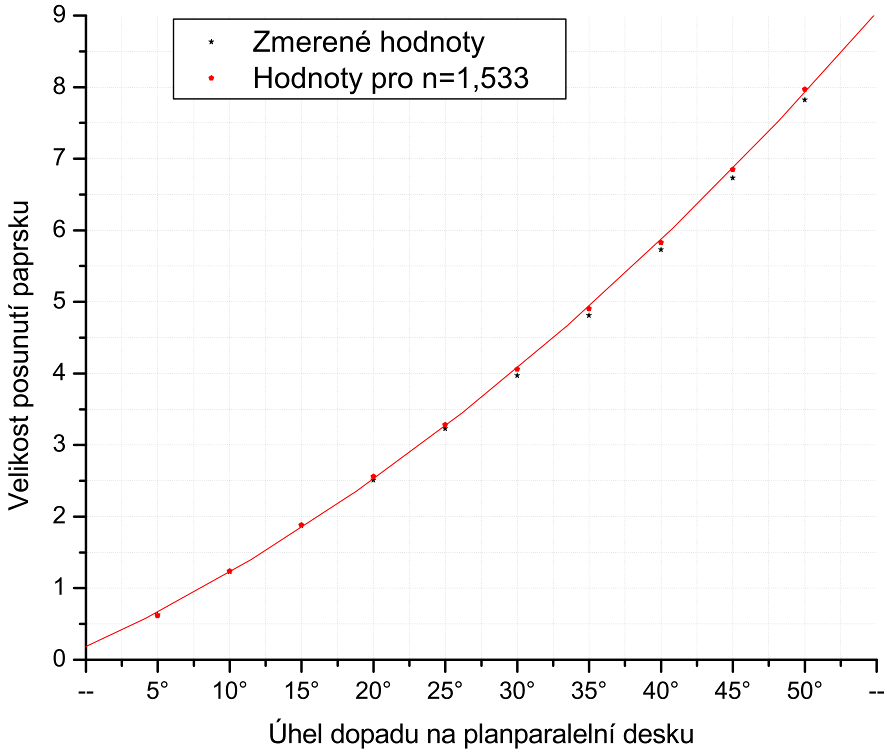
Index lomu vzduchu je: $n_0 = 1$

#	α	x	n
1	5	0,63	1,556
2	10	1,23	1,528
3	15	1,87	1,528
4	20	2,51	1,517
5	25	3,23	1,520
6	30	3,97	1,514
7	35	4,81	1,516
8	40	5,73	1,517
9	45	6,73	1,515
10	50	7,82	1,511
			$\overline{n} = 1,5222$

Hodnota n byla počítána podle vzorce:

$$n = n_0 \cdot \sqrt{\sin^2\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\left(1 - \frac{x}{d_d \sin\alpha}\right)^2}}$$

scriptem v SciLab-u
Index lomu n se rovná $n = (1,522 \pm 0,004)\,nm$ s relativní chybou 0,3%.



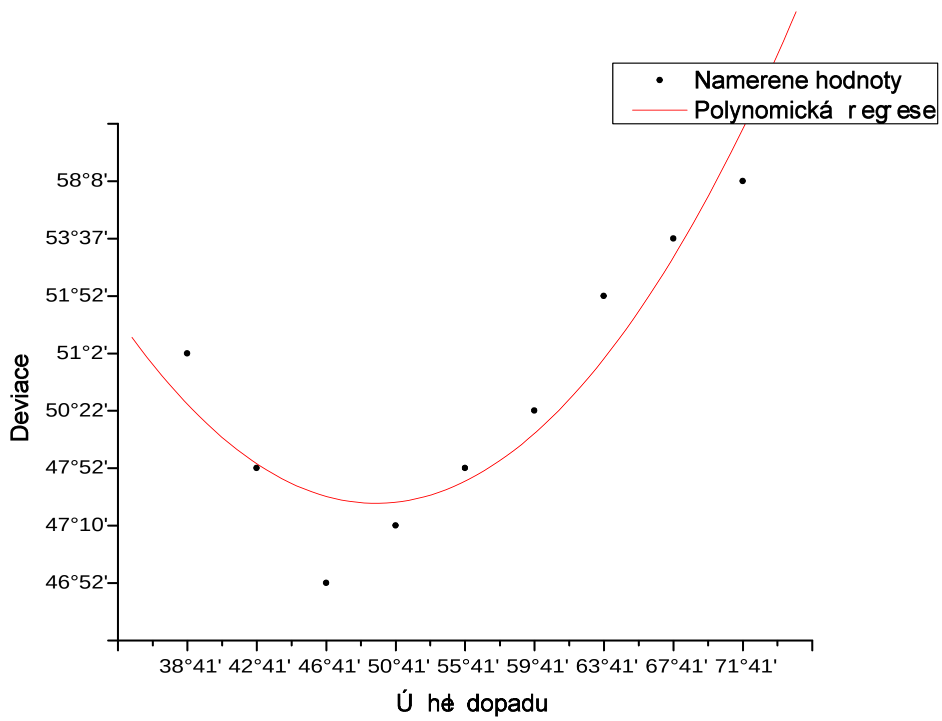
Obrázek 1: Závislost posunutí paprsku na úhlu dopadu na planparalelní desku

3.3 Průchod světla hranolem

$\alpha_0 = 37°$
$\delta_0 = 291°$
$\omega = 60°$

#	α_1	α	δ_1	δ
1	0°	38°	−248°	51°
2	12°	42°	−242°	47°
3	20°	46°	−238°	46°
4	25°	50°	−237°	47°
5	28°	55°	−239°	47°
6	30°	59°	−241°	50°
7	25°	63°	−237°	51°
8	28°	67°	−239°	53°
9	30°	71°	−241°	58°

Úhel dopadu: $\alpha = \alpha_0 - \alpha_1$
Deviace: $\delta = \delta_0 - \delta_1$
Hodnota δ byla počítána scriptem v SciLab-u



Obrázek 2: Polynomická regrese

Minumum deviace $\delta_{\min} = 46°$

4 Závěr

- Výška t se rovná $t = (110 \pm 9)\,nm$ s relativní chybou 8,2%.
- Index lomu planparalelní desky n se rovná $n = (1,522 \pm 0,004)\,nm$ s relativní chybou 0,3%.
- Minumum deviace hranolu byla $\delta_{\mathrm{min}} = 168°$.

Diskuse Měl jsem měřit několik úkolů. Prvním bylo změření tloušťky vrstvy Tolanského metodou. Zde jsem provedl celkem tři měření, přičemž výsledky jsou shrnuty výše. První měření vyšlo nadmíru přesně, což mohlo být způsobeno nějakou chybou (která paradoxně měření zpřesnila).

Dále jsem určil index lomu planparalelní desky a minimum deviace u určeného hranolu.

Hodně jsem využíval programy Origin 7.0 pro určování chyb a vykreslování grafů a scripty v programu SciLab (www.scilab.org) pro složitější a komplexnější výpočty.

5 Poznámky

5.1 Vzorce pro výpočet chyby

5.1.1 Výpočet absolutní chyby

Absolutní chyba bude výsledkem tohoto vzorce:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum \Delta i_x^2}{n \cdot (n-1)}}$$

5.1.2 Výpočet relativní chyby

Relativní chyba se získá jako poměr absolutní chyby a absolutní hodnoty x:

$$\delta_r x = \frac{\delta x}{\overline{x}} \cdot 100\%$$

Výpočty střední kvadratické chyby (nikoli zákona šíření chyb) bylo provedeno pomocí programu Origin.

5.1.3 Zákon šíření chyb

Zákon šíření chyb pro hodnotu x s proměnnými a, b:

$$\delta_x = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial a}\left(f_{(x)}\right)\right]^2 \cdot (\delta a)^2 + \left[\frac{\partial}{\partial b}\left(f_{(x)}\right)\right]^2 \cdot (\delta b)^2}$$