

F4120 — Teoretická mechanika

9 - Kývavá pružina

Zadání

Kyvadlo je tvořeno tělesem o hmotnosti m a pružinou o konstantě pružnosti k . Délka nena- pjaté pružiny je l_0 . Systém je umístěn ve vertikálním gravitačním poli. Zapište Lagrangeovy pohybové rovnice.

Energie a Lagrangián

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$$

$$V = -mgr \cos \varphi + \frac{1}{2}m(r - l_0)^2$$

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + mgr \cos \varphi - \frac{1}{2}m(r - l_0)^2$$

Řešení rovnice

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Lagrangeovy pohybové rovnice:

Pro souřadnici φ :

$$\ddot{\varphi} \cdot r + 2\dot{r}\dot{\varphi} + g \sin \varphi = 0$$

Pro souřadnici r :

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi + \frac{k}{m}(r - l_0) = 0$$