

## F4120 — Teoretická mechanika

## Valec ve valci

**Zadání**

Homogenní válec o poloměru  $r$  se valí uvnitř válcové dutiny o poloměru  $R$ . Najděte jeho Lagrangeovu funkci a určete frekvenci jeho malých kmitů.

**Energie a Lagrangián**

$$T = \frac{3}{4}m\dot{\varphi}^2(R-r)$$

$$V = mg(R-r)\cos\varphi$$

$$L = \frac{3}{4}m\dot{\varphi}^2(R-r) - mg(R-r)\cos\varphi$$

**Řešení rovnice**

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

**Pro souřadnici  $\varphi$ :**

$$\ddot{\varphi} + \frac{2g}{3(R-r)} \sin\varphi = 0$$

Pro malé kmity přejde  $\sin\varphi \Rightarrow \varphi$ , proto:

$$\ddot{\varphi} + \frac{2g}{3(R-r)}\varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2g}{3(R-r)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$$