

Refraktomer pro sledování změn indexu lomu vzduchu pro 780 nm

N. Khélifa, H. Fang, J. Xu, P. Juncar, M. Himbert
překlad: Petr Šafařík

Abstrakt

Popisujeme nový systém, sestávající se z dvoukanalového Fabry-Perrotova etalonu a laserových diod zářících na 780 nm, a navrhujeme jeho využití v měření indexu lomu vzduchu. Princip tohoto refraktometru je založen na měření frekvencí mezi dvěma laserovými zdroji. Toto dovoluje skoro-on-line měření s rozlišením lepším než 10^{-9} a chybou na 8 desetinném místě.

Uvádíme také některé předběžné výsledky stability tohoto systému a indexy lomu vzduchu tímto systémem naměřené. Tyto první výsledky na 780nm jsou (experimentální chybou 2×10^{-8}) jsou ve shodě s hodnotami získanými pomocí takzvané opravené Edlénovy formule.

Nakonec tedy můžeme říci, že Edlénova rovnice odvozená pro vlnové délky 350 – 650 nm, je platná i v blízké IR oblasti.

1 Úvod

K jednomu z nejvýraznějších zdrojů chyb, které omezují přesnost měření délky interferometrickými technikami, patří index lomu vzduchu, resp. jeho nestálost a fluktuační. Jako referenční systém používá většina interferometrických technik lasery frekvenčně stabilizované na atomární nebo molekulární čáru. Zdálo by se, že laser s takto vysokou přesností stability (relativní chyba se pohybuje pod 10^{-11}) je jako referenční ideální. Ovšem náležitá vlnová délka λ_ν je definována [1] pouze pro vákuum. Měření délky (nebo vzdálenosti) se ovšem v praxi provádí ve vzduchu, který již má proměnný index lomu a s tím související fluktuační náležitá vlnová délka ($\lambda_\alpha = \frac{\lambda_\nu}{n}$) pro referenční laserový zdroj. Všeobecně refraktometry používají pro měření indexu lomu vzduchu princip počítání interferenčních vzorů (nejčastěji proužků nebo kroužků). V takovýchto systémech se optická dráha, dána délkou buňky l umístěné v interferometru, mění podle $2l(n - 1)$. Tato buňka je následně evakuována (vyčerpáván vzduch). Tato změna souvisí s vlnovou délkou λ_ν zdroje podle vztahu $2l(n - 1) = (k + \varepsilon)\lambda_\nu$, kde k je interger, celé číslo, a hodnota ε je zanedbatelná. Touto metodou je možné měřit index lomu vzduchu v podstatě s nejistotou danou chybou v měření l a ε (chyba λ_{nu} se většinou zanedbává, neb je o mnoho řádů nižší).

Až do teď i ty nejlepší refraktometry měly při měření indexu lomu vzduchu relativní chybu někde na 10^{-7} [2]. Mimoto časová odezva takového systému je dosti pomalá v porovnání s rychlostí změny klimatických podmínek (teplota, tlak, vlhkost a koncentrace CO_2). V našem případě je ovšem index lomu vzduchu určen pouze z měření frekvence svazku mezi optickými laserovými zdroji. Nejistota v takovémto měření může dokonce dosáhnout až řádu 10^{-8} . Tato hodnota nám dovoluje zdokonalit přesnost interferometrických metod pro měření délek a vzdáleností prováděných ve vzduchu.

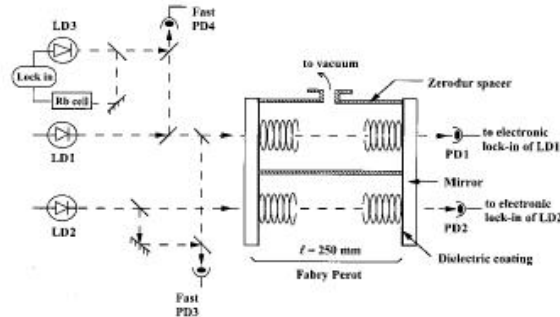
Jak ukážeme v části (2) na straně 2 a dál, nejvýznamější část se zabývá vývojem nového typu laserové referenční větve, kde je vlnová délka stabilizována, dokonce pokud se n změní, na rozdíl od frekvence v klasickém standardu [1]. Tento typ je necitlivý k fluktuacím vzduchu, resp. indexu lomu, a zdá se být dlouhodobě stabilním: $\delta\lambda/\lambda \approx 10^{-8}$.

2 Principy měření

Naše sestava je zobrazena na obrázku (1) na straně 3. Nejpodstatnější částí naší aparatury je dvoukanálový rovinný Fabry-Perotův interferometr s vzdáleností rovin $l = 250$ mm, vyrobený z Zeroduru (koeficient teplotní roztažnosti je: $10^{-8} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Konstrukce rezonanční dutiny je více rozepsána v části (3). Do každého kanálu nezávisle svítíme laserovou diodou pracující okolo 780 nm v single-mode režimu. Jeden kanál je možné čerpat, zatímco druhý můžeme nechat na atmosferickém tlaku. Měří se rozdíl frekvencí mezi laserovými diodami LD1 a LD2 pomocí fotodetektoru PH3 a mezi LD1 a LD3 pomocí PD4. Fotodiody PH1 a PH2 se používají k lock-u laseru LD1 a LD2 na transmisní peak. Je-li frekvence laseru v lock-u na transmisní peak Fabry-Perot etalonu, je na snadě že $l = k(\lambda/2)$, kde k je interger a λ je vlnová délka laseru.

Měřící metoda je následující. Na začátku je vzduch přítomný v obou větvích interferometru. Měření posuvu frekvence (fotodetektor PD3) vede k zajištění,

Obrázek 1: Experimentální uspořádání refractometru



že oba lasery budou v lock-u ke stejnému peaku k s frekvencí $\nu_k = k[c/(2nl)]$ (kde c je rychlost světla ve vakuu a n je index lomu vzduchu). V tuto chvíli je $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ v principu rovna nule a vlnové délky $\lambda_{1\alpha}$ a $\lambda_{2\alpha}$ (obě ve vzduchu) jsou rovny $\lambda_{1\alpha} = \lambda_{2\alpha} = 2l/k$. Odpovídající frekvence je dána

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{c}{n\lambda_{1\alpha}} = \frac{c}{n\lambda_{2\alpha}}. \quad (1)$$

Když se tlak v první větvi, do které svítíme laserem LD1, pomalu snižuje, tak se laser LD1 drží v lock-u na stále stejném peaku k . Po evakuaci této větve (dosazený tlak je ~ 1 Pa) je vlnová délka $\lambda_{1\nu}$ ve vakuu odpovídající

$$\lambda_{1\nu} = 2l/k = \lambda_{2\alpha}. \quad (2)$$

Toto znamená, že se nezmění interferenční obrazec mezi dvěma zrcadly Fabry-Perotova rezonátoru v průběhu čerpání. Na druhou stranu se frekvence laseru LD1 změní podle

$$\nu_1^* = c/\lambda_{1\nu}. \quad (3)$$

Z toho plyne vzrůst rozdílu frekvencí $\Delta\nu = \nu_1^* - \nu_1$ mezi dvěma diodami rovnu $(n-1)\nu_1$, která se pohybuje řádově okolo 105 GHz. Nová frekvence laseru LD1 ν_1^* může být kalibrována srovnáním s referenční frekvencí ν_{ref} , v našem případě reprezentována laserem LD3, který je v locku na čáru rubidia D_2 . Odtud

$$\nu_1 = \nu_1^* - \Delta\nu, \quad \nu_1^* = \nu_{\text{ref}} + \Delta\nu^*. \quad (4)$$

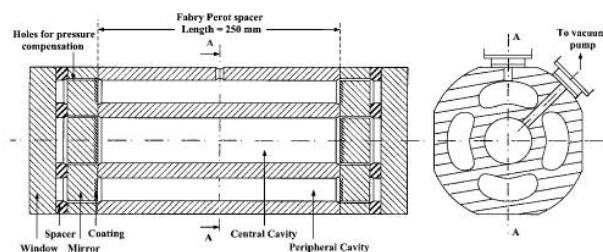
A nakonec ze znalosti ν_{ref} a v podstatě okamžité znalosti $\Delta\nu$ a $\Delta\nu^*$ máme okamžité určení indexu lomu vzduchu. V rovnici vyjádřeno:

$$n = \frac{\nu_1^*}{\nu_1} = \frac{\nu_{\text{ref}} + \Delta\nu^*}{\nu_{\text{ref}} + \Delta\nu^* - \Delta\nu}. \quad (5)$$

Z rovnice (5) je vidět, že tato měřící technika je nezávislá na hodnotě k nebo l , což není běžné při tradičních interferometrických metodách.

Ovšem i v naší metodě jsou obtíže. Zde jsou největší dvě. První je spojitě ladění laseru LD1 přes asi ~ 105 GHz, zatímco je laser v lock-u a navíc nesmí modově přeskočit. Druhá obtíž je měření rozdílu frekvencí $\Delta\nu$, která jsou blízko této hodnotě. K vyřešení prvního problému jsme použili Braggův

Obrázek 2: Design (příčný a podélný řez) Fabry-Perotova etalonu.



odražeč (DBR) laserové diody (vyrobena Yokogawa Company). V single-mode režimu svítí s úzkou spektrální čarou (asi 1MHz), a navíc jsou spojitě přeladitelné přes široké pásmo (> 150 GHz). K vyřešení druhé obtíže, jmenovitě k měření širokého frekvenčního intervalu, jsou dokonce dvě cesty.

První je přímé měření $\Delta\nu$ a použít trojvné smíchávání na Schottkyho diodě[3]. Zde je druhá harmonická frekvence k frekvenci Ω_{rf} , což je stabilizování frekvence mikrovlnného pole v Fabry-Perotově rezonátoru (přibližně rovna 52 GHz), míchána s frekvencí ν_1 a ν_1^* laseru. Po smíchání získáme frekvenci rovnu $[(\nu_1^* - \nu_1) - 2\Omega_{rf}]$, která je již přímo měřitelná.

Druhá metoda využívá toho, že frekvenční úbytek $\Delta\nu$ může být porovnávána přes tři spektrální rozsahy Fabry-Perota ($FSR = c/2nl$). V tomto případě měříme rozdíl mezi ν_1^* a $[\nu_1 + p[c/(2nl)]]$. Integer p je volen tak, že rozdíl je menší než FSR. Tuto problematiku rozvineme více v části 5.

V praxi je ν_{ref} známo na několik kilohertz a $\Delta\nu$ a $\Delta\nu^*$ může být měřeno s přesností lepší než 1 MHz, což znamená, že relativní chyba určení n může být lepší než 10^{-8} - v první derivaci. Jednou ze zajímavých charakteristik tohoto refraktometru je, že hodnota vlnové délky $\lambda_{2\alpha}$ laseru LD2 je necitlivá k fluktuacím hodnoty indexu lomu vzduchu. Do důsledku z rovnice (2), (3) a (4) je vlnová délka

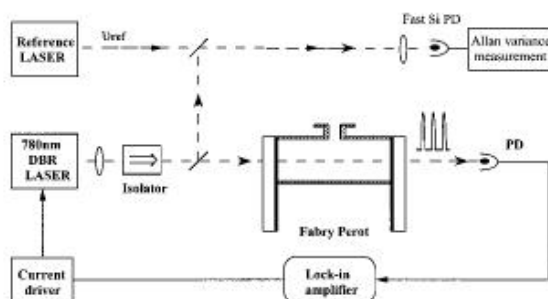
$$\lambda_{2\alpha} = c / (\nu_{ref} + \Delta\nu^*).$$

Tuto vlastnost současné době používáme v našich laboratořích jako zdroj referenční optické vlnové délky.

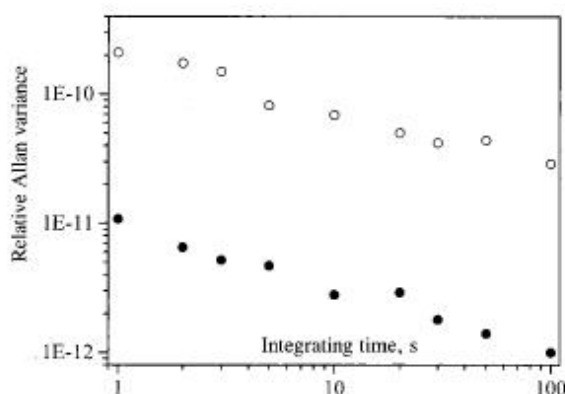
3 Konstrukce a design refraktometru

Abychom minimalizovali deformace na zrcadlech při čerpání měřícího ramene refraktometru (kanál 1), vytvořili jsme dvojitý Fabry-Perot etalon z jednoho kusu Zeroduru se dvěma pojistnými křemenými zrcadly (20 mm tlusté každé) připevněné optickými kontakty. Za každým zrcadlem leží 5 mm tlustý křemený spacer (vymezovač vzdálenosti). Na jedné straně je tento spacer upevněn k zrcadlu pomocí optického kontaktu. Druhá strana spaceru je, opět optickými kontakty, připevněna na 20 mm tlusté křemenné okénko. Jak je vidět na obrázku (2), v zrcátku jsou dírký na rovnoměrné rozdělení tlaku během čerpání. S touto geometrií nemá čerpání hlavní dutiny Fabry-Perota žádný vliv na rovnoběžnost a plochost zrcadel.

Obrázek 3: Blokový diagram pro měření stability Fabry-Perota.



Obrázek 4: Relativní odchylka vykreslena na časové základně: ○ — laserová dioda v locku na transmisní peak Fabry-Perotova etalonu. ● — laserová dioda v locku na D_2 čáru rubidia.



4 Předběžné testy

4.1 Měření stability frekvence

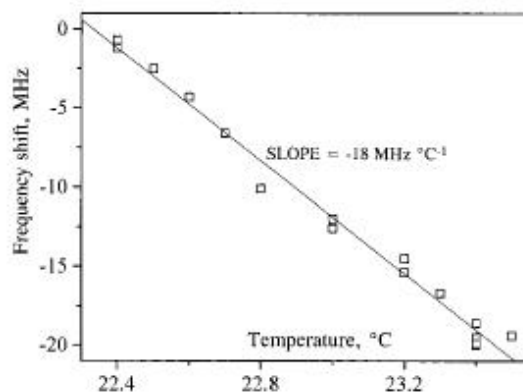
Abychom popsali stabilitu interferometru, tak měříme změny hodnoty $\delta\nu_i$ frekvence $\nu_k = k[c/(2l)]$ srovnáním ν_k s ν_{ref} (viz. obrázek (3)). Referenční frekvence ν_{ref} získáme z absorpční spektroskopie par saturovaného rubidia (Rb). Vybrali jsme si přeskok velmi jemné atomové transmise ($5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F_e = 3$) a ($5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F_e = 3$). Resonanční frekvence je udávána[4] na $\nu_{ref} = 384\,227\,981,877$ MHz.

Je měřená frekvence $\delta\nu_i$ mezi rezonanční a laserovou diodou LD1 po integrační čas $\tau = 1$ s. N vzájemně si ekvivalentních měření po dobu τ nám dovolí pomocí statistické analýzy (Allanova variace[5]) určit frekvenci fluktuací $\delta\nu_i$:

$$\sigma = \frac{1}{\nu_k} \left[\sum_{i=1}^N \frac{(\delta\nu_i - \delta\nu_{i-1})^2}{2(N-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

kde $\delta\nu_i = \nu_k(t_i) - \nu_{ref}$, přičemž $t_i = i \cdot \tau$ a $i = 1, 2, \dots, N$. Výsledný

Obrázek 5: Závislost frekvenčního posuvu na teplotě.



graf v obrázku (4) poukazuje na dobrou krátkodobou stabilitu Fabry-Perota ($\approx 5 \times 10^{-11}$ pro celkový čas 100 s), což koresponduje s reziduální frekvenční fluktuací. Stejný obrázek (4) taktéž ukazuje stabilitu referenční frekvence měřenou stejným systémem ($\approx 4 \times 10^{-12}$ pro celkový čas 100 s).

Dlouhodobá stabilita je limitována teplotními změnami Zeroduru. Koeficient lineární teplotní roztažnosti byl určen měřením posuvu frekvence mezi referencí a laserovou diodou v lock-u na peak v Fabry-Perotu. Obrázek (5) ukazuje pokles $\nu_k \sim 18 \text{ MHz}^\circ\text{C}^{-1}$, což odpovídá zvětšení interferometru asi o $\sim 5 \times 10^{-8}^\circ\text{C}^{-1}$. Tato hodnota by odpovídala teplotnímu koeficientu délkové roztažnosti prvotřídní Zenodurové sklo-keramiky pro teplotní rozpětí 0 – 50 °C ($\pm 5 \times 10^{-8}^\circ\text{C}^{-1}$) udávaný Schott Company. Ovšem proto, že teplotní fluktuaace vedou k takřka identickým změnám v obou ramenech rezonátoru, je možné jejich vliv na naše měření nebrat v úvahu.

4.2 Efekt podobnosti rovinných ploch zrcadel a atmosferický tlak

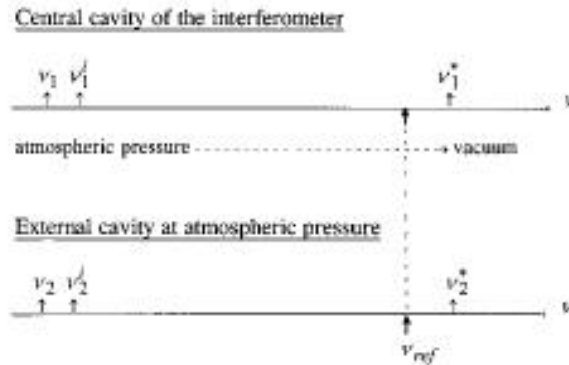
Pro měření indexu lomu vzduchu s relativní chybou lepší jak 10^{-8} potřebujeme, aby rozdíl velikostí obou větví ve Fabry-Perotu byl lepší jako $\lambda/300$. Tato hodnota odpovídá posuvu mezi odpovídajícími si peaky k ve dvou kanálech tak, že je menší než 4 MHz. Takovýto posuv je snadnější měřit. Další odchylky v délce dutin Fabry-Perota mohou být měřeny pomocí následujícího postupu.

Dokud jsou oba kanály Fabry-Perota zavzdušněny si vybereme peak k někde na okraji dutiny, takže frekvence ν_2 je blízká frekvenci ν_{ref} . Počítá se poté počet $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_{\text{ref}}$. Když je měřící rameno vyčerpáno, zevní tlak vede k stlačení rezonátoru a zmenšení jeho délky, což má za následek zvýšení frekvence peaku k :

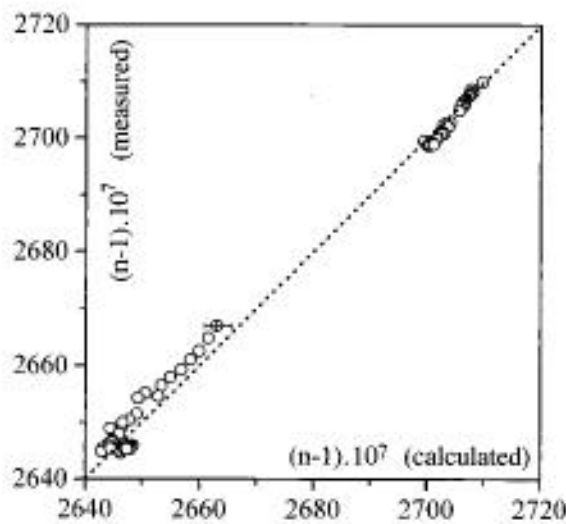
$$\nu_2^i = \nu_2 + c_2$$

Výraz c_2 je v řádu 30 MHz, odpovídající změně délky o $\approx \lambda/40$. Protože naše metoda není závislá na vlastní délce Fabry-Perota, tak lineární změny v

Obrázek 6: Ukázka procedury používané pro měření indexu lomu vzduchu.



Obrázek 7: Vykreslení hodnot indexu lomu, které jsme změřili a které jsme získali z Edlénovy formule.



délce nebudou mít efekt na přesnost měření.

5 Určení indexu lomu vzduchu: První měření

Protože Schottkyho dioda a rf mixer ještě nejsou připraveny, je frekvence ($\nu \approx 105$ GHz) měřena nepřímou. Naše metoda vyžaduje podobný koncept, jaký je použit k absolutnímu měření vzdálenosti[6]. Výsledky, které jsme takto obdrželi, jsme srovnali s upravenou Edlénovou formulí[7], která se používá pro okolní atmosférické podmínky v rozmezí 350 – 650 nm.

5.1 Postup měření

Na začátku měření byl v obou větvích Fabry-Perota normální atmosferický tlak. Frekvence ν_k transmisního peaku, na který jsou laserová dioda LD1 a LD2 uzamčeny, je ν_1 a $\nu_2 = \nu_1 + c_{12}$. Korekční člen c_{12} je řádově na 70 MHz a odpovídá posuvu peaku k v jedné a druhé větvi. Jakmile začneme centrální dutinu interferometru evakuovat, začne se nám frekvence ν_1 postupně měnit a přechází k ν_1^* . Tuto poslední frekvenci získáme měřením rozdílu mezi ν_1^* a ν_r . V grafu (6) je pro větší přehlednost místo ν_r použito ν_{ref} .

Frekvence ν_1 je zvolena tak, aby rozdíl mezi frekvencí ν_1^* a ν_r odpovídal několika stovkám MHz a mohl tak být měřen klasickými metodami:

$$\nu_1^* = \nu_r + \delta\nu_{1r} \quad (6)$$

Index lomu vzduchu je dán poměrem ν_1^*/ν_1^i , kde ν_1^i je frekvence ν_1 vznikem vakua posunutá o c_1 .

$$\nu_1^i = \nu_1 + c_1 \quad (7)$$

V průběhu evakuace centrálního kanálu interferometru jsou sice boční (měřicí) kanály vystaveny normálnímu atmosferickému tlaku, ale působí na ně stejný efekt stlačení, takže dávají frekvenci ν_2^i , což je frekvence ν_2 opravená o korekční člen c_2 :

$$\nu_2^i = \nu_2 + c_2 \quad (8)$$

Laser LD2 již není v lock-u na k tý peak s frekvencí ν_2 , ale místo toho je manuálně posouván. Poté, co napočítáme jistý počet interferenčních proužků, jej znovu uzamkneme na $(k+p)$ tý peak, takže frekvence od ν_2^i k ν_2^* je:

$$\nu_2^* = \nu_2^i + p \frac{c}{2nl} \quad (9)$$

Frekvence ν_2^* (leží blízko ν_1^* na vzdálenost menší jak FSR Fabry-Perota) to jest:

$$\Delta\nu_{\text{FP}}^{\text{air}} = \frac{c}{2nl}$$

Hodnotu ν_2^* získáme v hodnotě ν_r kalibrací:

$$\nu_2^* = \nu_r + \delta\nu_2 \quad (10)$$

kde $\delta\nu_2$ je výraz pro frekvenci mezi referenčním zdrojem a laserem LD2 na frekvenci ν_2^* . Z rovnic (6) – (10) získáme

$$\nu_1^i = \nu_2^i - c_2 - c_{12} + c_1; \quad \nu_2^i = \nu_r + \delta\nu_2 - p \frac{c}{2nl} \quad (11)$$

A konečně z rovnic (6) a (11) získáme hodnotu indexu lomu vzduchu:

$$n = \frac{\nu_r + \delta\nu_{1r} + p \frac{c}{2l}}{\nu_r + \delta\nu_{2r} + c_1 - c_2 - c_{12}} \quad (12)$$

Na začátek uvažujme, že korekce c_1 a c_2 jsou stejné, neboli že délkové deformace tlakem jsou stejné pro obě větve interferometru. Tímto postupem můžeme měřit index lomu vzduchu a zároveň kdykoli sledovat fluktuace. Toto

sledování je zařízeno pomocí skoro-okamžitého měření dvou frekvencí $\delta\nu_1$ a $\delta\nu_2$.

S touto metodou měříme index lomu vzduchu s přesností lepší než 2×10^{-8} . Tato metoda je limitována především nepřesností korekčních členů (c_1 a c_2). Nám se všechny korekce povedlo určit až do úrovně 3 MHz, kdežto FSR ve vakuu jsme naměřili na $(599,594 \pm 0,005)$ MHz.

V grafu (7) jsou vyneseny výsledky souvislého měření pro několik dní. Spočtenou hodnotu dostaneme měřením teploty, atmosferického tlaku a vzdušné vlhkosti pomocí opravené Edlénovy formule[7]:

$$(n-1)_{tp} = \frac{(p/\text{Pa})(n-1)_s}{96095,43} \times \frac{[1 + 10^{-8}(0,601 - 0,00972t/^\circ\text{C})p/\text{Pa}]}{(1 + 0,0036610t/^\circ\text{C})}$$

kde $(n-1)_{tp}$ je index lomu vzduchu, t je teplota, p je tlak. Hodnota $(s-1)_s$ je disperzní koeficient dán:

$$(n-1)_s \times 10^8 = 8342,54 + 2406147[130 - (\lambda^{-1}/\mu\text{m}^{-1})^2]^{-1} + 15998[38,9 - (\lambda^{-1}/\mu\text{m}^{-1})^2]^{-1}$$

kde $\lambda^{-1} = 1/\lambda$ reprezentuje vlnové číslo vyjádřené v μm^{-1}

Je-li vysoká vlhlost, tak parciální tlak f vodních par změni se index lomu vzduchu n_{tp} následně:

$$n_{tpf} = n_{tp} - (f/\text{Pa})[3,7345 - 0,0401(\lambda^{-1}/\mu\text{m}^{-1})^2]^{-1} \times 10^{-10}$$

Chyba takového výpočtu je určena na 2×10^{-7} , s přihlédnutím na rozlišení přístrojů na měření teploty, tlaku a vlhkosti. Absolutní hodnota indexu lomu vzduchu měřená pomocí posuvu frekvencí udává stejné hodnoty jako spočtené, ovšem s větší přesností.

6 Závěr

Vytvořili jsme nový refraktometr skládající se z dvoukanalového Fabry-Perotova interferometru a laditelných laserových diod. Měření indexu lomu vzduchu bylo provedeno jednoduchou metodou, která ovšem poskytuje rozlišení lepší jak 10^{-9} . Hodnoty, které jsme naměřili, jsou ve shodě s hodnotami spočtenými z empirického zákona (Edlénova formule), ovšem nejistota dosáhla hodnoty 2×10^{-8} . Dále ještě poznamenáváme, že aktualizovaná Edlénova formule vytvořená pro pásmo 350 – 650 nm je ještě stále platná i při 780 nm s přesností 10^{-7} .

Tato práce byla podporována Bureau National de Métrologie a Conseil Régional d'Ile de France (LUMINA contact E-946-95/98). Za kritické poznámky k textu také děkujeme M. D. Plimmerovi.

7 Slovníček pojmů

Accuracy — přesnost
Cavity — dutina
Equation — rovnice
Etalon — normál délky, vzorové (referenční) měřidlo
Integer — hodnota udaná čítačem, celé číslo
Linear thermal expansion coefficient — koeficient teplotní roztažnosti
Shift — posuv
Peak — peak, vrchol spektrální čáry
Refraction index — index lomu
To measure — měřit
Uncertainty — nejistota, chyba

Reference

- [1] T. J. Quinn, "Mise en pratique of the definition of the Mètre (1992)", *Metrologia* **30**, 523 – 541 (1993/94).
- [2] M. Andersson, L. Eliasson, L. R. Pendrill, "Compressible Fabry-Perot refractometer," *Appl. Opt.* **26**, 4835 – 4840 (1987).
- [3] O. Acef, F. Nez, G. D. Rovera, "Optical heterodyning with a frequency difference of 1 THz in the 850-nm range," *Opt. Letters*, **19**, 1275 – 1277 (1994).
- [4] J. Ye, S. Swartz, P. Junger, J. L. Hall, "Improved measurements of hyperfine structure of the ^{87}Rb $5P_{3/2}$ state via high precision saturated absorption spectroscopy," *Opt. Lett.* **21**, 1280 – 1282 (1996).
- [5] D. W. Allan, "Statistics of atomic frequency standards," *Proc. IEEE* **54**, 221 – 230 (1966).
- [6] E. Zimmerman, Y. Salvadé, R. Dandliker, "Stabilized three-wavelength source calibrated by electronic means for high-accuracy absolute distance measurement," *Opt. Lett.* **21**, 531 – 533 (1996).
- [7] K. P. Birch, M. J. Downs, "Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air," *Metrologia* **31**, 315 – 316 (1994).