

# Otázky k bakalářským státnicím

Vojta Hanák

17. srpna 2008

## Obsah

<b>1</b>	<b>Popis časového vývoje fyzikální soustavy</b>	<b>3</b>
1.1	Popis stavu částice a soustavy částic v klasické mechanice, základní pohybové zákony klasické mechaniky . . . . .	3
1.2	Popis gravitačního a elektromagnetického pole, gravitační zákon, základní zákony pro elektromagnetické pole, Maxwellovy rovnice . . . . .	4
1.3	Popis stavu kvantověmechanické soustavy, popis fyzikálních veličin, vlastní hodnoty a vlastní stavy, Schrödingerova rovnice . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Popis fyzikálního systému v různých vztažných soustavách, invariance fyzikálních zákonů vzhledem k transformacím vztažných soustav</b>	<b>7</b>
2.1	Vliv volby vztažné soustavy na popis pohybu částice, unášivé zrychlení . . . . .	7
2.2	Nerelativistická mechanika: pohybové zákony v různých vztažných soustavách a meze jejich platnosti, Galileiova transformace, Galileiův princip relativity, invariance . . . . .	8
2.3	Relativistická mechanika: princip stálé rychlosti světla, Lorentzova transformace, základní zákony relativistické mechaniky . . . . .	9
2.4	Klasická elektrodynamika: invariance rovnic elektromagnetického pole při transformacích vztažných soustav . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Základy termodynamiky a statistické fyziky</b>	<b>11</b>
3.1	Pravděpodobnost makroskopického stavu, rozdělovací funkce, makroskopické parametry jako střední hodnoty náhodných veličin . . . . .	11
3.2	Rovnovážné stavy a stavová rovnice . . . . .	11
3.3	Makroskopický a mikroskopický popis klasické soustavy částic, makrostav a makroskopické parametry, mikrostav . . . . .	11
3.4	Základní zákony termodynamiky, rovnovážné stavy a vratné děje, stavová rovnice pro ideální plyn a její aplikace . . . . .	12
3.5	Základy kinetické teorie . . . . .	15
3.6	Pravděpodobnost makroskopického stavu, rozdělovací funkce, Maxwellovo rozdělení . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Formulace a řešení pohybových rovnic jednoduchých klasických a kvantových soustav</b>	<b>18</b>
4.1	Pohyb klasických částic v silových polích, nerelativistický i relativistický případ . . . . .	18
4.2	Klasický a kvantový lineární oscilátor . . . . .	19
4.3	Klasická soustava s gravitační interakcí (Keplerův problém) . . . . .	20
4.4	Klasická a kvantová soustava s coulombovskou interakcí . . . . .	20
4.5	Vliv počátečních podmínek na řešení pohybových rovnic . . . . .	22

<b>5</b>	<b>Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje</b>	<b>23</b>
5.1	Časově neproměnná a časově proměnná vektorová pole, příklady z mechaniky kontinua, elektrodynamiky, termodynamiky a kvantové mechaniky . . . . .	23
5.2	Stacionární a nestacionární proudění kapalin a plynů . . . . .	23
5.3	Stacionární, kvazistacionární a nestacionární elektromagnetické pole . . . . .	24
<b>6</b>	<b>Periodické děje ve fyzice</b>	<b>26</b>
6.1	Matematický popis kmitů . . . . .	26
6.2	Mechanické kmity, kmity v elektrických obvodech . . . . .	26
6.3	Aplikace periodických dějů - přesná měření fyzikálních veličin . . . . .	27
<b>7</b>	<b>Vlnové jevy, popis a základní charakteristiky vlnových jevů, příklady, základní aplikace</b>	<b>28</b>
7.1	Veličiny charakterizující vlnění, druhy vlnění, vznik vlnění . . . . .	28
7.2	Superpozice vlnění . . . . .	28
7.3	Vlnová rovnice a její řešení . . . . .	29
7.4	Šíření vln prostředím, podmínky na rozhraní . . . . .	29
7.5	Vlnové jevy v mechanice spjitých prostředí - akustika . . . . .	29
7.6	Vlnové jevy v elektrodynamice a optice, interference, difrakce . . . . .	30
<b>8</b>	<b>Měření fyzikálních veličin, soustavy jednotek</b>	<b>32</b>
8.1	Měření mechanických, elektrických, magnetických, optických, termodynamických veličin, základní měřicí metody a přístroje . . . . .	32
8.2	Význam experimentu ve fyzice, příklady . . . . .	32
8.3	Soustavy jednotek, způsoby a motivy jejich zavedení, převody mezi různými soustavami . . . . .	33
<b>9</b>	<b>Problematika zpracování měření</b>	<b>35</b>
9.1	Správnost a přesnost měření fyzikální veličiny, správnost a přesnost veličiny vypočtené z měřených veličin . . . . .	35
9.2	Grafické a numerické zpracování měření: náhodné veličiny s diskrétním a spojitým rozdělením, střední hodnota a disperze, základy teorie chyb, aproximace funkčních závislostí polynomy, numerické derivování a integrování, metoda nejmenších čtverců pro model lineární závislosti . . . . .	36
<b>10</b>	<b>Zákony zachování</b>	<b>38</b>
10.1	Zachovávané se veličiny jakožto charakteristiky fyzikální soustavy (princip zachování energie, hmotnosti, náboje), matematická formulace v integrálním a diferenciálním tvaru . . . . .	38
10.2	Izolované soustavy a zákony zachování (zákon zachování hybnosti, momentu hybnosti, mechanické energie izolované mechanické soustavy), souvislost se symetrií . . . . .	38
<b>11</b>	<b>Struktura hmoty</b>	<b>39</b>
11.1	Interakce, vazby . . . . .	39
11.2	Struktura jader . . . . .	39
11.3	Struktura atomů a molekul . . . . .	39
11.4	Struktura látek . . . . .	40

# 1 Popis časového vývoje fyzikální soustavy

## 1.1 Popis stavu částice a soustavy částic v klasické mechanice, základní pohybové zákony klasické mechaniky

Klasická mechanika je deterministická. Předpokládá, že všechny veličiny lze měřit přesně. Zároveň předpokládá, že následující stav je jednoznačně určen stavem předchozím. Stav zkoumaného objektu je zadán jednoznačně zadáním polohy  $\vec{r}$  a hybnosti  $\vec{p}$  objektu v daném čase. Pohybové rovnice klasické mechaniky tedy musí být druhého řádu. Pro zadání stavu soustavy objektů stačí zadat polohu a hybnost každého objektu tvořícího soustavu. Kdybychom tedy podle klasické mechaniky znali v jednom okamžiku polohu a hybnost všech částic ve vesmíru, znali bychom celý budoucí vývoj celého jsoucna.

Hybnost tělesa definujeme vztahem

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Kde  $\vec{v} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}$ . Neboli hybnost tělesa je v dané inerciální soustavě<sup>1</sup> určena součinem hmotnosti a rychlosti tělesa.

Základními pohybovými zákony klasické mechaniky jsou Newtonovy pohybové zákony, zejména druhý a třetí.

- 1. Newtonův zákon, zákon setrvačnosti: Každé těleso setrvává v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém, pokud není nuceno vnějšími silami<sup>2</sup> tento svůj stav změnit.
- 2. Newtonův zákon, zákon síly: Časová změna hybnosti hmotného bodu je přímo úměrná vnější síle působící na tento hmotný bod<sup>3</sup>. Matematicky zapsáno

$$\vec{F} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$$

- 3. Newtonův pohybový zákon, zákon akce a reakce<sup>4</sup>: Každá akce vyvolává reakci stejné velikosti a opačného směru.

Působí-li na hmotný bod současně několik sil, uděluje mu každá síla takové zrychlení, jako by jiné síly nepůsobily. Hovoříme-li o soustavě, máme většinou na mysli tuhé těleso, tedy takové, kde jsou vzájemné vzdálenosti jednotlivých částí soustavy konstantní. U soustavy hmotných bodů nebo těles lze také zavést pojem těžiště. Těžiště<sup>5</sup> tělesa nebo soustavy těles je bod, který se pohybuje tak, jako by v něm byla soustředěna veškerá hmota tělesa (soustavy) a působily v něm všechny vnější síly působící na těleso (soustavu).

---

<sup>1</sup>Vztažná soustava, ve které izolované těleso zůstává v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, se nazývá inerciální soustava.

<sup>2</sup>Síly, které působí na soustavu dělíme na vnitřní a vnější. Vnitřní síly mají původ v elementech soustavy a v interakcích mezi nimi. Původ vnějších sil leží vně soustavy.

<sup>3</sup>Ideální bezrozměrný objekt, mající tutéž hmotnost jako těleso, které aproximuje. Těleso lze hmotným bodem nahradit tehdy, jsou-li jeho rozměry zanedbatelné vůči rozměrům opisované trajektorie a sledujeme-li pouze translační pohyb.

<sup>4</sup>Neplést s Marxisticko-Leninistickým zákonem reakce-reakce.

<sup>5</sup>Střed hmotnosti je určen rozložením hmotnosti v soustavě. Jeho poloha je dána poměrem součtu součinů i-té souřadnice a hmotnosti vydělené celkovou hmotností soustavy, vektorově. K určení CM jsou potřeba pouze vnitřní parametry soustavy - počet, poloha a hmotnosti všech částic. Pokud chceme nahradit veškeré silové působení na jednotlivé částice silou jedinou, pak tato síla působí v těžišti. V homogenním tíhovém poli pojmy splývají. V nehomogenním poli není poloha těžiště konstantní.

## 1.2 Popis gravitačního a elektromagnetického pole, gravitační zákon, základní zákony pro elektromagnetické pole, Maxwellovy rovnice

Gravitační pole popisuje Newtonův gravitační zákon:

$$\vec{F}_{1,2} = -\kappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^3} \cdot \vec{r}$$

Kde  $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2} (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2})$  se nazývá gravitační konstanta. Gravitační síly  $\vec{F}_{12}$  a  $\vec{F}_{21}$  jsou přitažlivé, mají stejnou velikost a opačný směr. Pro gravitační síly platí princip superpozice:

$$\vec{F}_1 = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$$

Pokud budeme uvažovat reálné těleso, přejdeme k infinitezimálním elementům a suma přejde v integrál. Newton navíc formuloval tzv. *Slupkový teorém*: Homogenní kulová slupka přitahuje vně ležící částici stejně, jako kdyby veškerá hmota slupky byla soustředěna v jejím středu. Použit na situaci uvnitř slupky, zní teorém takto: Homogenní kulová slupka nepůsobí žádnou výslednou gravitační silou na částici umístěnou uvnitř této slupky. Intenzitu gravitačního pole definujeme vztahem:

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

Potenciální energie gravitačního pole se odvodí z přírůstku:

$$E_{p_\infty} - E_{p_R} = \int_R^\infty \vec{F} d\vec{r}$$

Po volbě  $E_{p_\infty} = 0$ . Výsledkem je:

$$E_{p_R} = \kappa \frac{m_1 \cdot m_2}{R}$$

Elektrické pole popisuje Coulombův zákon:

$$\vec{F}_{1,2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r}$$

Kde  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$  se nazývá permitivita vakua nebo elektrická konstanta. Opět zde platí princip superpozice, opět platí slupkový teorém. Intenzitu elektrického pole definujeme podobně  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$ , kde  $Q_0$  je kladný testovací náboj. Vektor intenzity má pak stejný směr jako elektrická síla která v daném bodě působí na kladný zkušební náboj. Elektrické pole pomáhají znázornit elektrické siločáry. Siločáry jsou myšlené orientované křivky a mají k intenzitě elektrického pole následující vztah:

- v každém bodě určuje směr tečny k siločáře směr vektoru  $\vec{E}$ .
- chceme-li vyjádřit i velikost elektrické intenzity, nakreslíme tolik siločar, aby jejich počet na jednotku plochy odpovídal velikosti intenzity.
- z kladných nábojů siločáry vycházejí, do záporných vstupují.

Elektromagnetické pole je úplně popsáno Maxwellovými rovnicemi, ty mohou být v diferenciálním nebo integrálním tvaru.

- Elektrický náboj je zdrojem elektrického pole

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad ; \quad \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Magnetické pole nemá zdroj

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad ; \quad \oint \vec{B} d\vec{s} = 0$$

- Faradayův zákon

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} d\vec{S}$$

- Maxwellovo zobecnění

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad ; \quad \oint \vec{B} d\vec{r} = \mu_0 \cdot J + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{E} d\vec{S}$$

V elektrodynamice zavádíme dále takzvané potenciály. Vektorový potenciál  $\vec{A}$  je definován vztahem:

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

A skalární potenciál  $\varphi$  je definován vztahem:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

### 1.3 Popis stavu kvantověmechanické soustavy, popis fyzikálních veličin, vlastní hodnoty a vlastní stavy, Schrödingerova rovnice

Stav kvantověmechanického objektu nebo soustavy je popsán vlnovou funkcí. Tato funkce nese veškerou informaci o systému, který popisuje, sama o sobě však nemá konkrétní fyzikální význam. Až kvadrát její absolutní hodnoty  $|\psi(\vec{r}, t)|^2$  udává pravděpodobnost nalezení daného kvantového systému v daném stavu  $(\vec{r}, t)$ . Platí zde princip superpozice. Fyzikální veličiny jsou reprezentovány lineárními hermiteovskými operátory<sup>6</sup>, ty mají totiž reálné spektrum vlastních hodnot. Mezi operátory reprezentujícími fyzikální veličiny platí tytéž vztahy, jako mezi příslušnými veličinami v klasické mechanice, s výjimkou integrálů a derivací podle času. Pokud spolu dva operátory komutují a splňují vztah:

$$(\hat{F}\hat{G} - \hat{G}\hat{F})\psi = 0; \forall \psi$$

Pak jsou veličiny jimi reprezentované současně přesně měřitelné. V případě polohy a hybnosti tomu tak není. Tyto veličiny nelze současně přesně měřit, měření je zatíženo neurčitostí vyplývající z Heisenbergovy relace neurčitosti a zadání stavu podle klasické mechaniky není možné. Z důvodu nemožnosti určit zároveň polohu a hybnost mikroobjektu vyplývá i nemožnost zavést v mikrosvětě pojem trajektorie.

Vlastní hodnoty operátoru získáme z rovnice pro vlastní funkce a vlastní hodnoty operátoru:

$$\hat{F}\psi = \lambda\psi$$

<sup>6</sup>Zachovávají lineární kombinaci (vypadá to jako distributivní zákon) a jsou samosdružené (nezáleží, na který člen skalárního součinu působí).

Potom konstantu  $\lambda$  nazýváme vlastní hodnotou operátoru  $\hat{F}$  příslušnou vlastní funkci  $\psi$  a vice versa. Pokus se kvantově-mechanická soustava nachází ve stavu popsaném některou z vlastních funkcí daného operátoru, řekneme, že se nachází ve vlastním stavu daného operátoru. Při měření hodnoty veličiny odpovídající tomuto operátoru naměříme přesně příslušnou vlastní hodnotu. Při měření veličiny v jiném než vlastním stavu přejde mikroobjekt do některého z vlastních stavů. Opakovaná měření potom poskytnou různé výsledky. Naměřit můžeme pouze vlastní hodnoty operátoru reprezentujícího danou veličinu.

Časový vývoj mikroobjektu můžeme určit z pohybové rovnice. Tato rovnice musí být lineární (to aby splňovala princip superpozice), dále musí splňovat princip kauzality - tedy bude diferenciální rovnicí prvního stupně vzhledem k času. Navíc známe její řešení pro volný mikroobjekt, a sice de Broglieho vlnu. Výsledkem je obecná Schrödingerova rovnice:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$$

V této rovnici lze provést separaci proměnných. Výsledné řešení  $\psi = \varphi(t) \cdot \psi(E)$  se pak bude skládat z obecného časového faktoru:

$$\varphi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}E \cdot t}$$

A řešení stacionární Schrödingerovy rovnice:

$$\hat{H}\psi = E \cdot \psi$$

Což je vlastně rovnice pro vlastní funkce a vlastní hodnoty Hamiltonova operátoru.

U popisu časového vývoje soustavy částic je důležité, zda spolu částice interagují nebo ne. Neinteragující částice tvoří tzv. kvantový ideální plyn. Ve Schrödingerově rovnici lze separovat proměnné a výsledná vlnová funkce je součinem jednočásticových vlnových funkcí. U interagujících částic přichází ke slovu princip nerozlišitelnosti částic, z něj vyplývající rozdělení částic na fermiony a bosony a posléze i aproximativní metody.

## 2 Popis fyzikálního systému v různých vztažných soustavách, invariance fyzikálních zákonů vzhledem k transformacím vztažných soustav

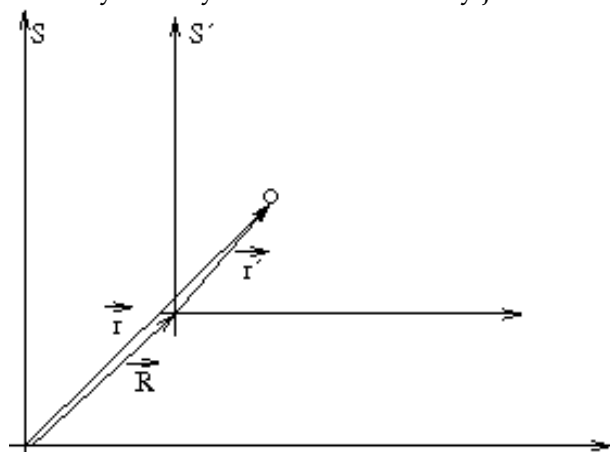
### 2.1 Vliv volby vztažné soustavy na popis pohybu částice, unášivé zrychlení

K popisu pohybu je nutné zvolit vztažnou soustavu - neexistuje absolutní klid<sup>7</sup>. Zavádíme proto soustavu souřadnic k určení polohy v prostoru a na měření času. V různých vztažných soustavách mají fyzikální zákony a tím i pohybové rovnice různý tvar. Snažíme se tedy vybrat tu, ve které budou mít tvar co nejjednodušší. K zadání vztažné soustavy v třídímním prostoru potřebujeme 4 izolované body<sup>8</sup> v obecné poloze.

Mějme dvě soustavy  $S$  a  $S'$  které se vůči sobě vzájemně pohybují konstantní rychlostí  $\vec{u}$  pro jednoduhost v čase  $t_0 = 0$  jejich počátky splývají. Pak:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u} \cdot t; t = t' \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

Tomu poslednímu se říká aditivní teorém rychlosti newtonovské mechaniky. Z tohoto vyplývá, že neexistuje absolutní soustava preferovaná před ostatními inerciálními soustavami. Fyzikální zákony jsou invariantní vzhledem ke Galileově transformaci. Navíc čas považujeme za izotropní -  $t = -t$  - čili všechny zákony klasické mechaniky jsou vratné.



Uvažujme nyní dvě soustavy, které se vůči sobě pohybují. Z obrázku je patrné:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$$

Pokud tuto rovnici zderivujeme podle času, přejdeme k rychlostem:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

Kde  $\vec{u}$  je unášivá rychlost. Po druhé derivaci podle času přejdeme ke zrychlením:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_u$$

Kde  $\vec{a}_u$  je unášivé zrychlení.

<sup>7</sup>Tohle ovšem ví každý budoucí učitel.

<sup>8</sup>Je takové těleso, které není v žádné interakci s okolními tělesy (nepůsobí na ně žádné vnější síly) Chová se tak těleso, které je od ostatních dost daleko nebo pro které se působení s okolními tělesy vzájemně vykompenzuje

## 2.2 Nerelativistická mechanika: pohybové zákony v různých vztažných soustavách a meze jejich platnosti, Galileiova transformace, Galileiův princip relativity, invariance

Vztažné soustavy dělíme na inerciální a neinerciální. V inerciální vztažné soustavě je volný hmotný bod buď v klidu nebo setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu. Existence inerciálních vztažných soustav je tvrzením prvního Newtonova zákona - zákona setrvačnosti. Jsou-li dvě soustavy navzájem v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu a jedna z nich je inerciální, pak i druhá je inerciální. Platí princip relativity: všechny fyzikální zákony jsou stejné ve všech inerciálních vztažných soustavách. Tato věta spolu s pojmem absolutního času, který plyne stejně ve všech vztažných soustavách, a postulátem, že interakce se šíří okamžitě, spolu tvoří základ klasické mechaniky.

Mějme dvě inerciální soustavy  $S$  a  $S'$ , které se vůči sobě pohybují rovnoměrně přímočaře. BÚNO<sup>9</sup> zvolme soustavy tak, aby v čase  $t = 0$  splývaly a jejich vzájemný pohyb se odehrával pouze ve směru osy  $x$ . Přejdeme od jedné soustavy ke druhé je dán Galileiovou transformací:

$$x' = x - v \cdot t ; y' = y ; z' = z ; t' = t$$

Poslední rovnice je vlastně výše uvedený Newtonův předpoklad. Po derivaci těchto rovnic podle času přejdeme k:

$$v'_x = v_x - u ; v'_y = v_y ; v'_z = v_z$$

Po druhém derivování podle času získáme:

$$a'_x = a_x ; a'_y = a_y ; a'_z = a_z$$

Pokud tato zrychlení dosadíme do druhého Newtonova pohybového zákona, vyjde nám:

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

Čili Newtonova pohybové zákony se použitím Galileovy transformace nemění - jsou vzhledem k ní invariantní.

Uvažujme nyní neinerciální soustavu  $S'$  konající vzhledem k inerciální soustavě  $S$  rovnoměrně zrychlenou translaci. Počáteční podmínky volíme stejně jako v předchozím odstavci. Pak máme:

$$x' = x - \frac{a}{2} \cdot t^2 ; y' = y ; z' = z ; t' = t$$

Derivací podle času získáme složky rychlosti:

$$v'_x = v_x - a \cdot t ; v'_y = v_y ; v'_z = v_z$$

Další derivací podle času získáme složky zrychlení:

$$a'_x = a_x - a_s ; a'_y = a_y ; a'_z = a_z$$

Pak pro složky síly platí:

$$F'_x = F_x - m \cdot a_s ; F'_y = F_y ; F'_z = F_z$$

Kde člen  $-m \cdot a_s$  má rozměr síly a nazývá se setrvačná síla. O tento člen se liší síla působící v neinerciální soustavě od síly v soustavě inerciální. Setrvačná síla nemá svůj původ v interakci mezi tělesy, ale ve zrychleném pohybu soustavy, proto pro ni neplatí zákon setrvačnosti ani zákon akce a reakce. V inerciálních soustavách setrvačné síly neexistují. Pokud by se soustava  $S'$  otáčela, konala by zrychlený pohyb, tudíž by byla opět neinerciální. V rovnoměrně rotující soustavě působí setrvačná síla orientovaná od osy otáčení, která se nazývá odstředivá síla, ovšem nejedná se o reakci na sílu dostředivou, která působí v soustavě inerciální. Pro setrvačné síly neplatí Newtonovy pohybové zákony.

<sup>9</sup>Bez Újmy Na Obecnosti - užitečná zkratka.



## 2.3 Relativistická mechanika: princip stálé rychlosti světla, Lorentzova transformace, základní zákony relativistické mechaniky

Když fyzik Lorentz zkoumal, zda jsou Maxwellovy rovnice invariantní vzhledem ke Galileově transformaci, zjistil, že tomu tak není. Proto hledal matematickou cestou obecnější transformaci splňující tuto podmínku. Michelsonův experiment<sup>10</sup> ukázal, že rychlost světla nespĺňuje klasické skládání rychlostí. Tuto skutečnost popsal Einstein pomocí dvou postulátů:

- Mechanické, optické a elektromagnetické jevy probíhají ve všech inerciálních soustavách podle stejných zákonů.
- Rychlost světla ve vakuu  $c \doteq 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  nezávisí na rychlosti zdroje, ani na pohybu pozorovatele a je ve všech inerciálních soustavách stejná (t.j. světlo se šíří ve vakuu izotropně).

První postulát se označuje jako speciální princip relativity. Z něho plyne rovnocennost všech inerciálních soustav. Jde o rozšíření mechanického principu relativity na elektromagnetické a optické jevy. Pohyb světla v nehybné soustavě popisují správně Maxwellovy rovnice, z prvního postulátu tak vyplývá, že mají ve všech inerciálních soustavách stejný tvar. Druhý postulát se označuje jako princip konstantní rychlosti světla ve vakuu. Tyto postuláty jsou neslučitelné s Galileovou transformací.

Uvažujme dvě inerciální soustavy S a S', pro něž v čase  $t = t' = 0$  splývají počátky y osy souřadnic. Soustava S' se vzhledem k S pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí  $\vec{v}$  v kladném směru osy x. Hledáme transformaci  $x, y, z, t \rightarrow x', y', z', t'$  splňující podmínku danou vztahem:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

Tento vztah vyjadřuje princip stálé rychlosti světla. Transformační rovnice by měly být jednoduché a pro malé rychlosti by měly přejít v Galileovu transformaci. Lorentzova transformace<sup>11</sup> tyto požadavky splňuje. Pro přechod soustavy S' k soustavě S platí tyto transformační rovnice:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Pro přechod od S k S' stačí zaměnit čárkované a nečárkované veličiny a provést záměnu  $v \rightarrow -v$ . Z transformačních rovnic vyplývá, že rychlost hmotných objektů musí být ostře menší než rychlost světla ve vakuu. Při Lorentzově transformaci se kromě souřadnic transformuje i čas.

Skládání rychlostí už neprobíhá prostým součtem. Necht' se S' pohybuje vůči S rychlostí u podél osy x, pak se sčítání rychlostí odbývá podle následujících vzorců:

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{v'_x u}{c^2}}; \quad v_y = \frac{v'_y}{\gamma(1 + \frac{v'_x u}{c^2})}; \quad v_z = \frac{v'_z}{\gamma(1 + \frac{v'_x u}{c^2})}$$

## 2.4 Klasická elektrodynamika: invariance rovnic elektromagnetického pole při transformacích vztažných soustav

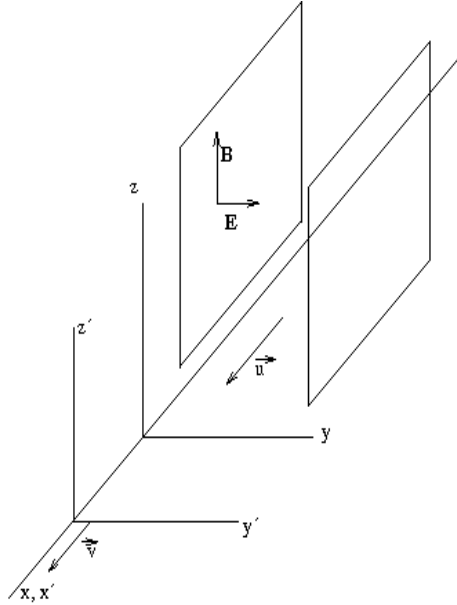
Nový způsob transformace souřadnic byl objeven tak, že fyzik Lorentz zjistil, že Maxwellovy rovnice nejsou invariantní vzhledem ke Galileově transformaci souřadnic. Vůči Lorentzově transformaci již invariantní jsou.

<sup>10</sup>Tak ten si musíte najít sami.

<sup>11</sup>Vymyslel ji Lorentz a proslavil se s ní Einstein. On ji vlastně aplikoval.

Pro statické náboje a proudy jsou elektřina a magnetismus oddělené jevy. Vektorové rovnice nezávisí na volbě souřadné soustavy, při výpočtu tedy lze zvolit tu nejvhodnější a výsledky vyjádřit ve vektorovém tvaru.

Mějme dvě soustavy S a S' v obvyklých podmínkách. Uvažujme v prostoru rozlehlý deskový kondenzátor nabitý s plošnou hustotou náboje  $\sigma$ , kondenzátor se pohybuje ve směru osy x. Sledujeme elektrické a magnetické pole rovin desek kondenzátoru.



V soustavě S je vektor intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  orientován ve směru osy y a má velikost  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , vektor magnetické indukce  $\vec{B}$  je orientován ve směru osy z a má velikost  $B = \mu_0 \sigma u$ . Stejná je situace v soustavě S', musíme ovšem dosadit čárkované hodnoty  $\sigma'$  a  $u'$ . Podle zákona o skládání rychlostí dostaneme:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}; \beta'_u = \frac{\beta_u - \beta}{1 - \beta_u \beta}; \beta = \frac{v}{c}; \beta_u = \frac{u}{c}; \beta'_u = \frac{u'}{c}$$

Dále máme:  $\sigma' = \sigma \gamma (1 - \beta \beta_u)$ , kde  $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Odtud dosazením získáme obecné transformační vzorce:

$$E'_x = E_x; E'_y = \gamma (E_y - \beta c B_z); E'_z = \gamma (E_z + \beta c B_y)$$

$$B'_x = B_x; B'_y = \gamma \left( B_y + \frac{\beta}{c} E_z \right); B'_z = \gamma \left( B_z - \frac{\beta}{c} E_y \right)$$

Pro malé rychlosti je  $\gamma \approx 1$  a transformační vztahy lze zjednodušit:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}; \vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

Z obecných transformací je také vidět, že existují určité kombinace vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{B}$ , které se při transformaci nemění. Tyto veličiny nazýváme invarianty elektromagnetického pole. Jsou to:

$$\Pi = \vec{E} \cdot \vec{B}; \quad \Sigma = B^2 - \frac{1}{c^2} E^2$$

Z prvního invariantu  $\Pi$  vyplývá, že jsou-li vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{B}$  kolmé v některé inerciální soustavě, zachovávají si tuto vlastnost ve všech inerciálních soustavách.

### 3 Základy termodynamiky a statistické fyziky<sup>12</sup>

#### 3.1 Pravděpodobnost makroskopického stavu, rozdělovací funkce, makroskopické parametry jako střední hodnoty náhodných veličin

Každý makroskopický stav může být realizován spoustou mikroskopických stavů. Ke každému makroskopickému systému je definován fázový prostor<sup>13</sup>. Každému makrostavu odpovídá ve fázovém prostoru určitá oblast. Označme  $T$  celkovou dobu měření,  $\Delta t$  pak bude doba, kterou stráví reprezentující bod v oblasti určující makrostav. Pak pravděpodobnost, že se systém nalézá v některém z mikrostavů realizujících daný makrostav je:

$$w(d\Gamma) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\Delta t}{T}$$

Tento vztah lze dále přepsat až k:

$$w(d\Gamma) = \varrho(\{q\}, \{p\}) \{dp\} \{dq\}$$

Kde  $\varrho(\{q\}, \{p\})$  je hustota pravděpodobnosti nalezení systému v daném mikrostavu ( $\{q\}, \{p\}$ ). Tato funkce se také nazývá funkcí statistického rozdělení. Stejně tak pravděpodobnost naměření určité hodnoty nějaké fyzikální veličiny můžeme provést integrováním přes příslušnou oblast fázového prostoru odpovídajícího dané hodnotě veličiny.

#### 3.2 Rovnovážné stavy a stavová rovnice

Podle nultého principu termodynamiky<sup>14</sup> po zafixování vnějších podmínek každý makroskopický systém po uplynutí určité (relaxační) doby dospěje do rovnovážného stavu. V tom setrvává až do další změny vnějších podmínek. Z toho je patrné, že alespoň některé z vnitřních parametrů makrosystému musí záviset na parametrech vnějších. Zde přichází do hry další termodynamický postulát: Počet termodynamických stupňů volnosti jakéhokoliv rovnovážného systému je o jedničku vyšší než počet jeho vnějších parametrů. Máme tedy sadu nezávislých parametrů systému ( $\{a\}, \Theta$ ). Zbývající vnitřní parametry pak lze vyjádřit pomocí nich:  $\zeta_j = \zeta_j(\{a\}, \Theta)$ . Tyto funkční závislosti se nazývají stavové rovnice. Dále oddělujeme kalorickou stavovou rovnici pro určení vnitřní energie systému a kalorické stavové rovnice pro určení ostatních vnitřních parametrů systému.

#### 3.3 Makroskopický a mikroskopický popis klasické soustavy částic, makrostav a makroskopické parametry, mikrostav

Popis makroskopického systému je možný pomocí dvou poněkud odlišných přístupů. Makroskopický nebo též termodynamický či fenomenologický popis soustavy částic ignoruje stavební strukturu popisovaného systému. Toto zanedbání nahrazuje znalost experimentálních výsledků. Popisovaný systém charakterizuje souborem vlastností a vztahů. Jde v podstatě o pohled zvenku. Vychází z experimentálně ověřených axiomů a vztahů. Mikroskopický nebo též statistický přístup vychází z vnitřní struktury studovaného systému. Tu přejme jako informaci nebo předpoklad. Zkoumá, jak souvisí makroskopické vlastnosti s vlastnostmi a zákony pohybu stavebních částic systému. Z principů statistické fyziky mohou být odvozeny všechny postuláty termodynamiky a mohou tak být

<sup>12</sup>V této otázce se některé věci buhvíproč opakují, zatímco na charakteristické funkce se nikdo neptá. Stejně si myslím že Lacina se na ně zeptá.

<sup>13</sup> $6N$  dimenzionální prostor ( $N$  je počet částic) jehož bázi tvoří hybnosti a polohy všech částic. Tato definice poněkud pokulhává v kvantové mechanice.

<sup>14</sup>Věta o existenci, spontánní nenarušitelnosti a tranzitivitě rovnovážného stavu.

interpretovány jako důsledek (kvantově) mechanických a statistických zákonitostí. Materiálové charakteristiky nají v termodynamice experimentální charakter, zatímco statistická fyzika je umí odvodit.

Soubor všech vnějších podmínek, v nichž se studovaný systém nachází a souhrn jim odpovídajících nezávislých makroskopických vlastností tohoto systému definujeme jako makroskopický (termodynamický) stav. Makroskopický stav soustavy je tedy jednoznačně určen zadáním hodnot navzájem nezávislých veličin:

$$MS \equiv (a_1, a_2, \dots, a_n; \zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m) \equiv (\{a\}, \{\zeta\})$$

Tyto veličiny souhrnně nazýváme určujícími nebo stavovými parametry soustavy. Jejich celkový počet  $r = n + m$  se označuje jako počet termodynamických stupňů volnosti. Tyto parametry dále podle popisované skutečnosti dělíme na vnější a vnitřní. Vnější popisují okolí systému, vnitřní jsou měrou makroskopických vlastností systému. Termodynamické veličiny ještě dělíme na stavové, které mají v každém stavu jednoznačnou hodnotu, a nestavové, které jsou kromě stávajícího stavu určeny také všemi stavy předchozími. U nestavových veličin má smysl hovořit pouze o jejich změnách při určitém přechodu mezi danými dvěma stavy.

Ve statistické fyzice bereme v úvahu vnitřní strukturu systému. Pojem stavu, který vychází ze znalosti mikrostruktury systému, nazýváme mikroskopickým stavem nebo mikrostavem. Pokud je pro popis systému adekvátní klasická mechanika<sup>15</sup> je jeho mikrostav určen zadáním všech Lagrangeových souřadnic  $\{q\}$  a jim příslušných zobecněných impulzů  $\{p\}$ . Má-li systém  $s$  mechanických stupňů volnosti, pak je mikrostav zadán  $2s$  údaji:

$$ms \equiv (q_1, q_2, \dots, q_s; p_1, p_2, \dots, p_s) \equiv (\{q\}, \{p\})$$

### 3.4 Základní zákony termodynamiky, rovnovážné stavy a vratné děje, stavová rovnice pro ideální plyn a její aplikace

Termodynamika stojí na čtyřech zákonech číslovaných od nuly.

#### 3.4.1 0. Věta termodynamiky

Každá makroskopická soustava, která je od jistého okamžiku  $t_0$  v neměnných vnějších podmínkách, dospěje nevyhnutelně do stavu termodynamické rovnováhy<sup>16</sup>. Jakákoliv další směna jejího makroskopického stavu je možná pouze v důsledku vnějšího zásahu. Je-li systém I v rovnováze<sup>17</sup> se systémem II a systém II v rovnováze se systémem III, pak je systém I v rovnováze se systémem III.

Zvláštní místo mají rovnovážné děje, tedy takové, které jsou posloupností rovnovážných stavů. Takové děje jsou vratné, tedy mohou probíhat i v opačném směru a vrátí se do původního stavu.

#### 3.4.2 1. Věta termodynamiky

Systém může konat práci pouze při změně vnějších parametrů - koná ji na svém okolí. Je-li soustava uzavřena tak, že její stav lze změnit pouze změnou jejích vnějších parametrů, nazýváme ji soustavou adiabatickou nebo adiabaticky izolovanou. Experimentálně se zjistilo, že práce makroskopické soustavy při adiabatickém procesu je určena pouze počátečním a koncovým stavem a nezávisí na

<sup>15</sup>A my zde hovoříme o klasických systémech.

<sup>16</sup>Stav, ve kterém se hodnoty vnitřních parametrů ustálí na určitých hodnotách odpovídajících fixním vnějším parametřům.

<sup>17</sup>Dva systémy jsou v rovnováze, je-li v rovnováze systém z nich složený.

konkrétním průběhu adiabatického procesu. Elementární práce adiabatického systému je tedy totálním diferenciálem nějaké funkce stavových parametrů. Práce se při adiabatických dějích koná na úkor jisté stavové veličiny  $E$ , kterou nazveme (vnitřní) energie soustavy.

$$W + \Delta E = 0$$

Pokud uvolníme podmínku adiabatické izolace, nezískáme v předchozí rovnici nulový výsledek. Píšeme:

$$W + \Delta E = Q \Rightarrow -\Delta E = W - Q$$

Kde  $W$  je úbytek energie systému způsobený změnou hodnot jeho vnějších parametrů, příspěvek  $-Q$  je úbytek energie který s se změnou vnějších parametrů nesouvisí.  $W$  je práce konaná systémem. Veličina  $Q$  se nazývá teplem získaným od okolí.

I. věta termodynamiky v obvyklém tvaru zní: Pro každý makroskopický systém existuje jistá stavová funkce - energie  $E$ , jejíž změna  $\Delta E$  při libovolném ději je rovna rozdílu tepla  $Q$ , které během něj systém získá od okolí, a práce  $W$ , kterou v jeho průběhu nad okolím vykoná. V diferenciálním tvaru:

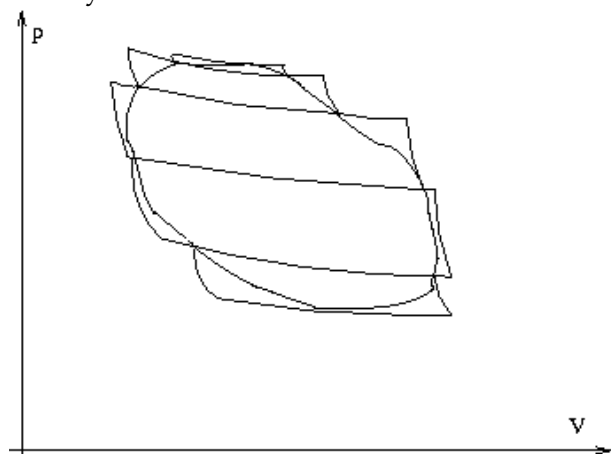
$$dE = \delta Q - \delta W$$

### 3.4.3 2. Věta termodynamiky

Jednou z možných formulací je například: Neexistuje perpetuum mobile druhého druhu. V okolí každého stavu rovnovážného systému existují adiabaticky nedosažitelné stavy. Existuje absolutní teplota  $T$  a stavová veličina  $S$ , kterou nazveme entropií; systém může přecházet pouze do stavů s vyšší entropií. Pro odvození matematické formulace této věty použijeme předpoklad<sup>18</sup> pro Carnotův děj<sup>19</sup>:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Toto platí pro ideální děj, my budeme uvažovat děj obecný který budeme aproximovat sadou dějů Carnotových.



Pro všechny tyto aproximující cykly platí výše uvedený vztah. Pokud je sečtu všechny, získám:

$$\sum_{i=1}^{4n} \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

<sup>18</sup>Opravdu je to předpoklad? To by mě zajímalo, kde se to vzalo.

<sup>19</sup>Cyklický vratný děj sestávající ze dvou izoterm a dvou adiabat.

Některé části aproximujících cyklů se v sumě odečtou a zbude jen obálka. Sít' Carnotových cyklů můžeme zjemňovat až k infinitezimálně<sup>20</sup> malým cyklům:

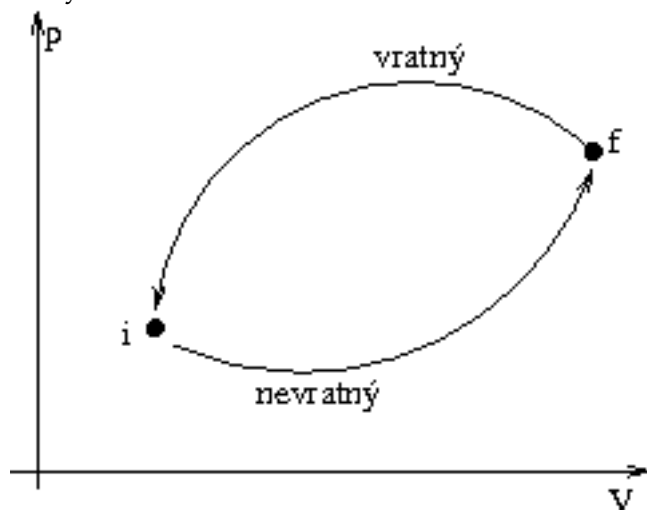
$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Integrand je tedy totálním diferenciálem nějaké stavové veličiny:

$$\frac{\delta Q}{T} = dS$$

Takto zavedenou novou stavovou veličinu nazveme entropií  $S$ .

Pro nevratné děje uvážíme dva rovnovážné stavy a dva děje mezi nimi - jeden vratný a druhý nevratný.



$$\delta Q_{ifn} = dE_{if} + \delta W_{ifn}; \quad \delta Q_{fiv} = dE_{fi} + \delta W_{fiv}$$

Obě rovnice sečteme. Protože děj je cyklický, musí se přírůstky energie kompenzovat, navíc musí být obě strany menší než 0. U práce je to dáno tím, že cyklický děj nemůže poskytovat kladnou práci a nula to být nemůže - to by děje splynuly. Dohromady s předchozí definicí entropie vratného děje máme:

$$\delta Q_n < \delta Q_v = TdS \Rightarrow \delta Q \leq TdS$$

Čili druhou větu termodynamiky můžeme také zformulovat takto: Entropie neklesá.

### 3.4.4 Základní rovnice termodynamiky

Jde o spojení nulté, první a druhé věty termodynamiky. Základní se nazývá pro dalekosáhlé důsledky z ní plynoucí. Mimo jiné z ní vyplývá existence charakteristické rovnice, tedy jediné rovnice obsahující veškerou informaci o makrosystému. Dalším důsledkem je stanovení dějů, při kterých je práce totálním diferenciálem. Obvyklý zápis základní rovnice termodynamiky je tento:

$$TdS = dE + \sum A_i da_i$$

<sup>20</sup>Čti jako "pidi-pidi."

### 3.4.5 3. Věta termodynamiky

Dodefinovává entropii a popisuje chování systémů v okolí absolutní nuly. Jednou z možných formulací je věta o nedosažitelnosti absolutní nuly. Jiná formulace je například tato: V blízkosti absolutní nuly ( $T \rightarrow 0$ ) probíhají izotermické procesy beze změny entropie; nulová izoterma ( $T = 0$ ) splývá s vratnou adiabatou (izentropou  $S = S_0$ ). Vzhledem k libovůli definice entropie lze položit  $S_0 = 0$ . Tato volba se nazývá absolutní normalizací entropie.

### 3.4.6 Stavová rovnice ideálního plynu

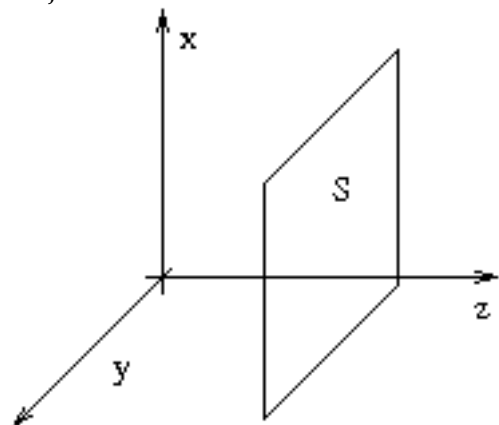
Ideálním plynem nazýváme systém navzájem neinteragujících částic. Běžné plyny tuto podmínku dobře splňují, pokud jsou dostatečně zředěné. Stavovou rovnici ideálního plynu níže odvodíme kinetickou metodou. Zde máme na mysli termickou stavovou rovnici ideálního plynu, tedy:

$$pV = NkT$$

Ze stavové rovnice lze snadno konstruovat rovnice izotermických, izobarických, izochorických a adiabatických dějů<sup>21</sup>

## 3.5 Základy kinetické teorie

Uvažujme  $N$  částic i izolované nádobe o objemu  $V$ .



Sledujme nyní jakou hybnost předá ploše  $S$  jedna molekula. Při odrazu se ve vektoru rychlosti molekuly pouze obrátí znaménko u komponenty  $v_z$ . Ve směru osy  $z$  je tedy změna hybnosti předaná jednou molekulou  $\Delta p_1 = 2mv_z$ . Hybnost předaná všemi molekulami s rychlostí  $\vec{v}$  plošce  $S$  za dobu  $t$  je  $\Delta p(\vec{v}) = N(\vec{v}) \cdot \Delta p_1$ , kde  $N(\vec{v})$  je střední počet částic které s rychlostí  $\vec{v}$  dopadnou za dobu  $t$  na plošku  $S$ . Na plošku dopadnou ty molekuly, které jsou v šikmém hranolu o podstavě  $S$  a šikmé výšce  $\vec{v}t$ . Kolmá výška hranolu je  $v_z t$ . Pokud uvažíme, že plyn vyplňuje nádobu rovnoměrně dojdeme k:

$$N(\vec{v}) = \frac{N}{V} S t v_z \rho(v)$$

Tyto částice předají celkem hybnost:

$$\Delta p(\vec{v}) = 2 \frac{N}{V} S m t v_z^2 \rho(v)$$

Na plošku  $S$  však dopadají i částice s jinými rychlostmi. Předchozí výsledek tak budeme integrovat přes všechny možné rychlosti. Získáme:

$$\Delta p = m S t \frac{N}{V} \langle v_z^2 \rangle$$

<sup>21</sup>Copak se asi myslí aplikacemi stavové rovnice ideálního plynu.

Tlak na stěnu nádoby je dán poměrem celkové síly působící na plochu nádoby ku obsahu této plochy. Celková síla je určena časovou změnou hybnosti. Tlak působící na stěny nádoby je tedy:

$$p = m \frac{N}{V} \langle v_z^2 \rangle$$

Věříme-li v molekulární chaos, musejí se střední hodnoty všech komponent rovnat. Pokud navíc od hmotnosti přejdeme ke kinetické energii, máme:

$$pV = \frac{2}{3} N \langle t \rangle$$

Bereme-li potenciální energii za nulovou - a to u ideálního plynu bez vnějšího pole můžeme - lze kinetickou energii nahradit energií celkovou. Tak získáme termickou stavovou rovnici rovnici ideálního plynu v Clausiově tvaru.

K této části se sluší ještě připsat odstavec k ekvipartičnímu teorému. Ten tvrdí následující: Každému nezávislému kvadratickému členu pro energii klasické soustavy v rovnováze s termostatem o teplotě  $T$  přísluší táž střední hodnota  $\frac{1}{2}kT$ , kde  $k$  je Boltzmannova konstanta, což je univerzální plynová konstanta vztažená na jeden mol.

### 3.6 Pravděpodobnost makroskopického stavu, rozdělovací funkce, Maxwellovo rozdělení

O souvislosti pravděpodobnosti makroskopického stavu a rozdělovací funkce se už píše v první části této otázky, vyjádříme se tedy jen k Maxwellovu rozdělení. Vyjdeme z kanonického rozdělení, což je rozdělovací funkce pro kvaziizolovaný rovnovážný uzavřený systém v tepelném kontaktu se svým okolím. Tvar kanonického nebo též Gibbsova rozdělení je následující:

$$q_{ms} = \frac{\exp\left(-\frac{E_{ms}}{kT}\right)}{Z}; \quad Z = \sum_{ms} \exp\left(-\frac{E_{ms}}{kT}\right)$$

Kde  $Z$  nazývané statistická suma může mít i formu integrace.

Hovoříme-li o klasických systémech, můžeme celkovou energii částic rozložit na součet kinetické určené pouze hybnostmi částic a potenciální určené pouze polohami částic. Exponenciála nahoře i dole pak půjde rozdělit na součin a výpočet rozdělovací funkce se rozpadne na součin dvou členů, z nichž jeden představuje rozdělení pravděpodobnosti pro hybnosti a druhý pro polohy:

$$q(\{p\}, \{q\}) \{dp\} \{dq\} = \frac{\exp\left(-\frac{T(\{p\})}{kT}\right)}{\int \dots \int \exp\left(-\frac{T(\{p\})}{kT}\right) \{dp\}} \{dp\} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{U(\{q\})}{kT}\right)}{\int \dots \int \exp\left(-\frac{U(\{q\})}{kT}\right) \{dq\}} \{dq\}$$

První člen vede k Maxwellovu rozdělení, které je vyjádřené nikoliv pomocí kinetické energie ale pomocí impulzu. Maxwellovo rozdělení částic klasického systému podle hybnosti je tedy ve tvaru:

$$q(p) d^3 \vec{p} = \frac{\exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)}{\int_p \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right) d^3 \vec{p}} d^3 \vec{p}$$

V kartézských souřadnicích můžeme vypočítat jmenovatele. Vyjde nám:

$$(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}$$



Celkově je tedy Maxwellovo rozdělení stavebních částic klasického systému podle hybnosti v tomto tvaru:

$$\varrho(\vec{p}) d^3\vec{p} = \frac{\exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)}{(2\pi mkT)^{3/2}} d^3\vec{p}$$

Zůstaneme-li dále v kartézské soustavě dojdeme k závěru, že kartézské komponenty jsou statisticky nezávislé. Pokud bychom aplikovali kanonické rozdělení na klasický ideální plyn z druhého činitele ve výpočtu rozdělovací funkce bychom se dostali k Boltzmannovu rozdělení.

## 4 Formulace a řešení pohybových rovnic jednoduchých klasických a kvantových soustav

### 4.1 Pohyb klasických částic v silových polích, nerelativistický i relativistický případ

#### 4.1.1 Pole konstantní síly

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad \vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{r}_0$$

Pro velká  $t$  převládne pohyb ve směru síly  $F$  a přestane záviset na počátečních parametrech.

#### 4.1.2 Pole centrálních sil

Velikost síly závisí na vzdálenosti od centra, její směr je k centru nebo od centra. Moment hybnosti je konstantní:  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow |\vec{L}| = L_0$ . Dále:

$$\frac{\partial \vec{L}}{\partial t} = \vec{M} = \vec{r} \times f(r) \frac{\vec{r}}{r} = 0$$

Odtud plyne rovinný pohyb hmotného bodu v centrálním poli. Plošná rychlost je konstantní:  $v_p = \frac{L_0}{2m}$ . Centrálními silami jsou například síla gravitační, coulombovská nebo pružná.

#### 4.1.3 Vrh v homogenním gravitačním poli země

Konkrétní průběh závisí na počátečních podmínkách. Obecná pohybová rovnice je:  $m\vec{a} = m\vec{g}$ . Podle počátečních podmínek rozlišíme volný pád, vrh svislý, vodorovné vrhy a šikmé vrhy.

#### 4.1.4 Relativistický případ

Pro hmotnost pohybujícího se tělesa platí vztah:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Kde  $m_0$  je hmotnost naměřená v klidové soustavě a  $m$  je hmotnost, kterou naměří pozorovatel v pohybující se soustavě. Dále označme:

$$\gamma_u = \left( \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)^{-1}$$

Nyní budeme hledat pohybové rovnice.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m_0\gamma_u\vec{u} \rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{u} \rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{1}{c^2}\vec{F}\vec{u}$$

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = m\gamma_u\vec{a} = \vec{F} - \frac{1}{c^2}(\vec{F}\vec{u})\vec{u}$$

Zde tedy máme relativistickou pohybovou rovnici. V ní rozeznáme dva speciální případy:

$$\vec{F}\vec{u} = 0 \Rightarrow m\gamma_u\vec{a} = \vec{F}$$

Součinu  $m\gamma_u$  říkáme transversální hmotnost. Druhým případem je:

$$\vec{F} \times \vec{u} = 0 \Rightarrow \frac{m_0}{\left( \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)^3} \vec{a} = \vec{F}$$

Zde celý člen stojící před zrychlením nazýváme hmotnost longitudinální.

## 4.2 Klasický a kvantový lineární oscilátor

### 4.2.1 Klasický lineární oscilátor

Pohybovou rovnicí klasického lineárního oscilátoru je:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Řešením této pohybové rovnice je:

$$x = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} = C \cos(\omega t + \varphi)$$

Z počátečních podmínek máme:

$$x_0 = C \cos(\varphi) ; v_0 = -Cm\omega \sin(\varphi)$$

O tlumených kmitech se vyjádříme níže v otázce šesté.

### 4.2.2 Kvantový lineární oscilátor

Jde o problém nekonečně hluboké parabolické potenciálové jámy. Stacionární Schrödingerova rovnice je v následujícím tvaru:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \varphi = E\varphi$$

Abychom tuto rovnici vyřešili, zavedeme následující substituci:

$$\xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

Schrödingerova rovnice tak přejde do tvaru:

$$\frac{\hbar\omega}{2} \left[ -\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2 \right] \varphi = E\varphi$$

Nyní upravíme operátor na levé straně:

$$\hat{O} = \frac{1}{2} \left[ -\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2 \right] = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{d}{d\xi} + \xi \right) \right] \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{d}{d\xi} + \xi \right) \right] + \frac{1}{2}$$

V součinu vidíme v hranatých závorkách dva nové hermiteovsky sdružené operátory:

$$\hat{b} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{d}{d\xi} + \xi \right) \right] ; \hat{b}^\dagger = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{d}{d\xi} + \xi \right) \right]$$

Pomocí těchto operátorů můžeme Schrödingerovu rovnici přepsat až na tvar:

$$\hbar\omega \hat{b} \hat{b}^\dagger \varphi = \left[ E - \frac{\hbar\omega}{2} \right] \varphi$$

Na tuto rovnici ze působí oběma operátory zvlášť. Využije se navíc toho, že jejich komutátor je roven jedné. K tomu se použije vlnová funkce základního stavu. Odtud postupně získáme:

$$\varphi_0 = C e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$$

A pro energii základního stavu:

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

Nyní na rovnici budeme působit operátorem  $\hat{b}^\dagger$  a dosadíme do ní již spočtené hodnoty pro základní stav. Dojdeme k výsledku:

$$E_1 = E_0 + \hbar\omega$$

A tak dále až k:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

Čili máme diskrétní ekvidistantní spektrum a nenulovou základní hladinu.

### 4.3 Klasická soustava s gravitační interakcí (Keplerův problém)

Jde o vyšetření pohybu hmotného bodu o hmotnosti  $m$  v gravitačním silovém poli popsaném rovnicí:

$$\vec{F} = -\kappa Mm \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Představíme-li si pod bodem o hmotnosti  $M$  Slunce a pod bodem o hmotnosti  $m$  některou z planet, dostaneme vyřešením úlohy řešení Keplerova problému, tj. dostaneme tři Keplerovy zákony o pohybu planet. O zachování plošné rychlosti v poli centrálních sil se píše v první části této otázky. Z tohoto závěru přímo vyplývá Keplerův zákon ploch: Plochy opsané průvodičem planety za jednotku času jsou konstantní.

Pohyb dvou částic o hmotnostech  $m_1, m_2$  nahrazujeme pohybem jediného hmotného bodu o redukované hmotnosti  $\mu$  kolem těžiště soustavy. Pro redukovanou hmotnost platí:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Z řešení Keplerovy úlohy vyplynou Keplerovy zákony. První tvrdí, že částice se pod vlivem centrální síly pohybuje po kuželosečce, která má ohnisko v centru síly. Druhý je zákon ploch. Třetí zákon je zákonem oběžných dob, který tvrdí, že poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je roven poměru třetích mocnin hlavních poloos jejich oběžných drah.

### 4.4 Klasická a kvantová soustava s coulombovskou interakcí

#### 4.4.1 Klasická soustava s coulombovskou interakcí

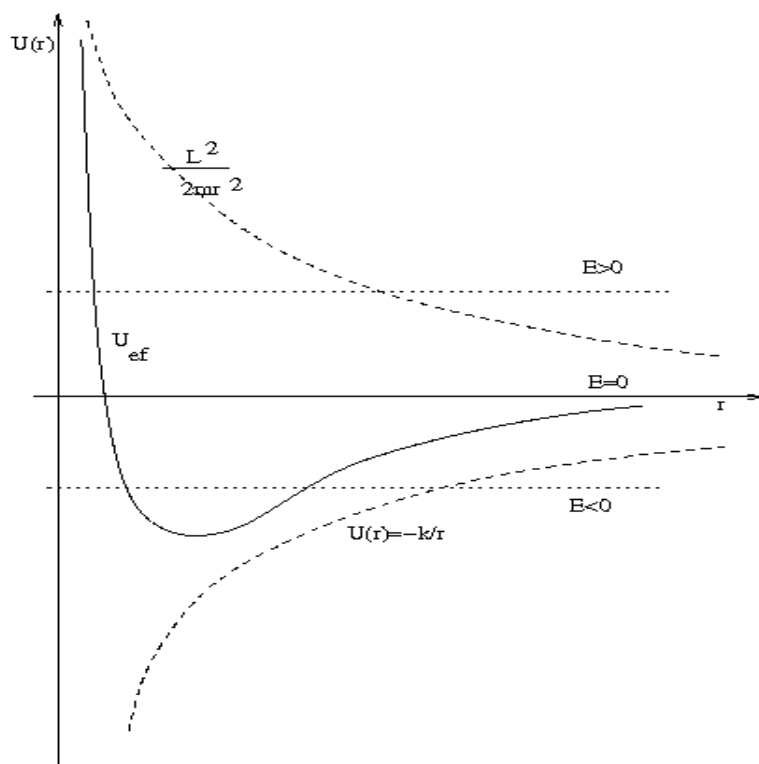
Jde o analogii Keplerova problému. Opět se jedná o pole centrální síly:

$$\vec{F} = f(r) \frac{\vec{r}}{r}; \quad f(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Tento problém je výhodné řešit v polárních souřadnicích:

$$L = \mu r^2 \dot{\varphi} = \text{konst} \quad ; \quad E = \frac{1}{2}\mu \dot{r}^2 + U(r) + \frac{L^2}{2\mu r^2}$$

Součet posledních dvou členů nazveme efektivní potenciální energií a označíme  $U_{ef}$ .



Pro soustavu bodových nábojů použijeme princip superpozice.

#### 4.4.2 Kvantová soustava s coulombovskou interakcí

Nejjednodušší kvantovou soustavou s coulombovskou interakcí je model atomu vodíku. Průběh coulombovského potenciálu je popsán funkcí:

$$V = k \frac{qQ}{r}$$

Pro souhlasné náboje vychází spojité spektrum a neexistují vázané stavy. Zajímavá situace je v případě nesouhlasných nábojů. Ta nám právě popisuje model atomu vodíku. Hledáme-li stacionární stavy elektronu v poli vodíkového jádra, stacionární Schrödingerova rovnice se nám v polárních souřadnicích rozpadne na radiální a úhlovou část. Protože úhlová část má vždy tvar některé kulové funkce, řešíme dále pouze radiální Schrödingerovu rovnici:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} R_l(r) \right) + \frac{2Mr^2}{\hbar^2} \left\{ E_l \left[ V(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2Mr^2} \right] \right\} R_l(r)$$

Pokud požadujeme splnění standardních podmínek<sup>22</sup> dojdeme k výsledku, že hodnoty energie jsou diskrétní a nezávisí na kvantovém čísle  $l$ .

$$E_n = -k^2 \frac{Z^2 e^4 M}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}; n \in \mathbb{N}$$

Celková vlnová funkce popisující stav elektronu pak závisí na třech kvantových číslech a skládá se z radiální a úhlové části. Odtud se pak odvozují degenerace energií hladin.

<sup>22</sup>Následující vlastnosti vlnové funkce se označují jako standardní podmínky: Jednoznačnost, ohraničenost a spojitost i v bodech nespojitosti potenciálu.

#### 4.5 Vliv počátečních podmínek na řešení pohybových rovnic

U vrhů jsme podle počátečních podmínek rozeznávali různé druhy vrhů. V případě kmitů oscilátoru udávaly počáteční podmínky počáteční výchylku a fázi. Na oscilátor může také působit vnější harmonická síla  $F = F_0 \cos(\omega t)$ , jejíž působení vybudí takzvané vynucené kmity. Po uplynutí určité doby přejme oscilátor frekvenci vybudující síly a počáteční podmínky přestanou mít vliv. Pokud je vlastní frekvence oscilátoru rovna frekvenci vybudující síly říkáme že síla a oscilátor jsou v rezonanci.

## 5 Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje

### 5.1 Časově neproměnná a časově proměnná vektorová pole, příklady z mechaniky kontinua, elektrodynamiky, termodynamiky a kvantové mechaniky

Stacionární děje jsou takové děje, při nichž makroskopické veličiny nezávisí explicitně na čase. Kvazistacionární děje jsou takové, kde změny charakteristických veličin probíhají dostatečně pomalu a tuto změnu lze zanedbat. Tato situace je například v elektrickém obvodu se střídavým proudem o malé frekvenci. Je-li vlnová délka srovnatelná s rozměry obvodu, pak má proud ve všech místech obvodu stejnou fázi. V termodynamice jsou také kvazistacionární pole v podobě pomalých poslopností rovnovážných stavů. V případě nestacionárních dějů nevyhovuje kvazistacionární přiblížení, protože nevysvětluje některé jevy. Příkladem je například vyzařování elektromagnetických vln elektrickým obvodem. Při popisu je nutné uvažovat změny charakteristické veličiny v čase.

Časově neproměnné vektorové pole známe například v elektrostatice - elektrické pole nehybného bodového zdroje. V mechanice kontinua máme proudění kapaliny, které může být stacionární i nestacionární. Časově proměnné vektorové pole je například nestacionární elektromagnetické pole, deformační a rychlostní pole.

### 5.2 Stacionární a nestacionární proudění kapalin a plynů

Pro popis proudění kapalin zavádíme rychlostní pole  $\vec{v}(\vec{r})$ . Pohyb tekutiny znázorňují proudnice, ty jsou trajektoriemi pohybu objemového elementu tekutiny. Vektor rychlosti leží v každém čase a bodě ve směru tečny k proudnici. Pohyb reálné kapaliny je příliš složitý, proto se přijímá přiblížení na ideální kapalinu, která je dokonale nestlačitelná a neviskózní<sup>23</sup>. Klasifikovat můžeme proudění laminární - rozumně definovaná rychlost se v každém bodě mění pomalu - a turbulentní.

Na stacionární a nestacionární rozdělujeme proudění podle časové změny rychlostního pole:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

Je-li tato změna rovna nule, jedná se o proudění stacionární. Je-li nenulová klasifikujeme proudění jako nestacionární. Proudění může být vírové - to když se sousední vrstvy pohybují různou rychlostí - a nevírové. Pro proudění ideální kapaliny platí rovnice kontinuity toku, což je v podstatě zápis zákona zachování hmotnosti:

$$\operatorname{div} \rho \vec{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Pohybové rovnice proudění jsou:

$$\rho \vec{a} = -\nabla p - \rho \nabla \varphi$$

Kde  $\varphi$  je potenciál objemových sil. Pro stacionární i nestacionární proudění<sup>24</sup> pak pohybové rovnice přejdou do tvaru Eulerových rovnic:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \varphi$$

Pro proudění ideální kapaliny dále platí Bernoulliho rovnice, což je zápis zachování energie pro objemový element kapaliny. Pro stacionární i nestacionární proudění je v tomto tvaru:

$$\int \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{l} + \frac{v^2}{2} + \varphi + \int \frac{dp}{\rho} = \text{konst.}$$

<sup>23</sup>Dokonale neviskózní = supratekutá?

<sup>24</sup>Rozdíl bude v absenci prvního sčítance.

## 5.3 Stacionární, kvazistacionární a nestacionární elektromagnetické pole

### 5.3.1 Stacionární elektromagnetické pole

Makroskopické veličiny zde nezávisí na čase. Náboje mají pevnou polohu, nebo se pohybují jako ustálený proud. Této oblasti se věnuje elektrostatika:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad ; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \xrightarrow{\text{stac. I}} Q = It \longrightarrow \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

Poslední zápis vyjadřuje rovnici kontinuity. Dále platí Ohmův zákon  $U = RI$ .

Zdrojem stacionárního magnetického pole může být magnetické těleso, pohybující se elektrický náboj, vodič protékaný proudem. Magnetické pole existuje v látce i ve vakuu. Pro magnetickou sílu platí vztah:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Pro pole přímého nekonečně dlouhého vodiče a druhý vodič ve vzdálenosti  $l$  protékaných proudem  $I$  platí vztah:  $F = BI l$ .

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Tato rovnice nám říká, že magnetické pole je bezdrojové - tedy neexistuje magnetický monopól - a magnetické indukční čáry jsou uzavřené křivky.

### 5.3.2 Kvazistacionární elektromagnetické pole

Časové změny prostorového rozložení náboje jsou pomalé a lze je zanedbat. Rovnici kontinuity tedy lze psát ve tvaru, který se objevil v předchozí části. Platí Gaussův zákon:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

Formálně se popis shoduje se stacionárním polem. Rozdíly jsou v působení na nabitou částici. Částice totiž koná práci při pohybu po uzavřené křivce. Zde se také objevuje jev elektromagnetické indukce. Faraday ukázal, že uzavřeným obvodem prochází proud, když se v jeho okolí mění magnetické pole. Velikost indukovaného elektromotorického napětí je rovna velikosti totální časové derivace celkového magnetického toku smyčkou. Směr indukovaného proudu ve smyčce je vždy takový, že magnetické pole vytvořené tímto proudem se vždy snaží kompenzovat změny toku odpovíděné za vznik indukovaného proudu.

Dále hovoříme o kvazistacionárních elektrických obvodech. Jejich prvky mohou být zdroje napětí, rezistory, cívky a kondenzátory. Všechny elektrické obvody musí také splňovat Kirchhoffovy zákony. Tedy součet proudů do uzlu vtékajících se rovná součtu proudů z uzlu vytékajících a součet úbytků napětí na všech prvcích smyčky se rovná součtu napětí na všech zdrojích na smyčce. Ve střídavém obvodu chceme zdroj harmonického střídavého napětí nebo se může jednat o vlastní kmity RLC obvodu. Vlastní kmity RLC obvodu jsou popsány rovnicí:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = 0 \longrightarrow I = Ke^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Tento obvod je analogií tlumených kmitů klasického lineárního oscilátoru.



### 5.3.3 Nestacionární elektromagnetické pole

Nestacionární magnetické a elektrické pole je vzájemně provázané. Jedná se například o vysokofrekvenční jevy. Nestacionární elektrické pole není potenciální. Ampérův zákon platí pouze po zobecnění:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Úplný popis nestacionárního elektromagnetického pole je možný pomocí soustavy čtyř Maxwellových rovnic:

$$\oint \vec{D} d\vec{s} = Q; \oint \vec{H} d\vec{l} = I + \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{s}; \oint \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}; \oint \vec{B} d\vec{s} = 0$$

## 6 Periodické děje ve fyzice

### 6.1 Matematický popis kmitů

Periodickému pohybu lokalizovanému v prostoru říkáme kmity. Harmonické kmitu je možné popsat pomocí kombinací funkcí sinus a cosinus. Pro popis anharmonických kmitu je nutné použít i jiné funkce. Matematický popis probíhá popsáním časového vývoje výchylky  $\psi(x, y, z, t)$ . Počáteční podmínky jsou počáteční poloha a rychlost nebo amplituda a počáteční fáze. Pro volné kmity a aproximaci pružné síly<sup>25</sup> platí následující pohybová rovnice:

$$m\ddot{\psi} + k\psi = 0$$

Tato rovnice má za řešení funkci:

$$\psi = A \cos(\omega t + \varphi)$$

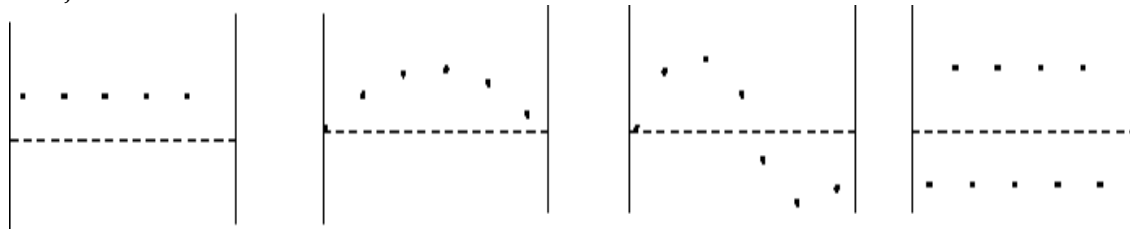
Dalším často studovaným systémem je matematické kyvadlo. Jedná se o závaží na tenkém nehmotném a dokonale pevném laně. Pohyb matematického kyvadla popisuje tato pohybová rovnice:

$$\ddot{\psi} + \frac{g}{l}\psi = 0$$

Řešením této rovnice je:

$$\psi = A \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \phi\right)$$

Pro popis kmitů jsme zatím použili pouze lineární homogenní diferenciální rovnice. Jsou-li dvě funkce řešením lineární diferenciální rovnice, pak je jejím řešením i libovolná lineární kombinace utvořená z těchto funkcí. Kmity mohou být podélné a příčné. Kmitový stav, ve kterém má soustava stejnou  $\omega$  a všechny prvky soustavy jsou ve fázi nebo v protifázi. Počet módů, také počet stupňů volnosti je roven počtu oscilátorů v soustavě. Různé módy příčných kmitů  $N$  oscilátorů ilustruje následující obrázek.



Dalším často studovaným problémem je stojaté vlnění. Z makroskopického pohledu jde o spojitou řadu oscilátorů. Z mikroskopického hlediska je tato řada diskrétní, i když velmi početná. Počet stupňů volnosti této soustavy se blíží k nekonečnu. Tento model například popisuje chvění kytarové struny.

### 6.2 Mechanické kmity, kmity v elektrických obvodech

K mechanickým kmitům jsme se již částečně vyjádřili v otázce čtvrté. Zde rozebereme především tlumené kmity. Kmity tlumí odpor prostředí. Zde použijeme lineární oscilátor. Jeho tlumené kmity popisuje rovnice:

$$m\ddot{x} + mM\dot{x} + m\omega_0^2x = F$$

<sup>25</sup>Která dobře vyhovuje, jako i všechny aproximace v této otázce, při dostatečně malých výchylkách.

Protože hodláme řešit kmity vlastní, nikoliv vynucené, sílu  $F$  položíme rovnu nule. Pak je výchylka oscilátoru  $x$  popsána funkcí:

$$x = Ae^{-\frac{M}{2}t} \cos(\omega t + \varphi) ; \omega^2 = \omega_0^2 - \frac{M^2}{4}$$

Rozlišujeme dále tři případy. Je-li  $\omega_0^2 \gg \frac{M^2}{4}$  jde o slabé tlumení. Amplituda kmitů postupně klesá s exponenciálou. Je-li  $\omega = 0$  jde o kritické tlumení. Pohyb je aperiodický, výchylka se utlumí ze všech případů nejrychleji. Třetím případem je silné tlumení. Pohyb oscilátoru je rovněž aperiodický, jde pouze o návrat do rovnovážné polohy.

Kmity v elektrických obvodech jsme zmínili již v předchozí otázce. Jde o (tlumené) kmity RLC obvodu. Pohybovou rovnicí je:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = 0$$

Řešení potom je:

$$I(t) = K_1 e^{\alpha_1 t} + K_2 e^{\alpha_2 t} ; \alpha_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{L^2 C}}}{2}$$

Jsou-li kořeny  $\alpha_{1,2}$  reálné, pak jde o aperiodický stav. Pokud vyjdou komplexní kořeny, získáme opět slabě tlumené kmity. Kondenzátor se postupně vybíjí a tím proud v obvodu roste. Tím vzroste magnetické pole cívky. V momentě, kdy je kondenzátor zcela vybitý, je pole cívky na maximu. Proud v obvodu klesá a indukuje napětí v cívce. To opět nabije kondenzátor, jen na opačnou polaritu, v cívce se neindukuje další napětí a kondenzátor se začne vybíjet. Rezistor způsobuje tlumení. Pokud do obvodu připojíme zařízení, které kompenzuje ztráty energie na obvodu, získáme netlumené kmity.

### 6.3 Aplikace periodických dějů - přesná měření fyzikálních veličin

Nejdůležitější aplikací periodických jevů při měření je jejich využití k měření času, ať už jde o kmity kyvadla nebo kmity krystalové mřížky. Matematické kyvadlo se dá také využít ke měření tíhového zrychlení. Pro dobu jeho kmitu totiž platí:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Perioda a délka kyvadla se měří docela dobře. Kyvadlem Foucault rovněž potvrdil rotaci země. Kmity krystalové mřížky, když už o nich byla řeš slouží k vyvolání ultrazvukového pulzu i jeho detekci.

## 7 Vlnové jevy, popis a základní charakteristiky vlnových jevů, příklady, základní aplikace

### 7.1 Veličiny charakterizující vlnění, druhy vlnění, vznik vlnění

Vlnění je periodický pohyb, který se přenáší prostředím. Jde o delokalizovanou variantu kmitů. Za harmonické vlny tak opět považujeme ty, které se dají popsat kombinací funkcí sinus a kosinus. Vlny mohou být jednodimenzionální až třídimenzionální. Vlny jsou popsány výchylkou  $\psi$ . Určující jsou amplituda, fáze a rychlost šíření vlny. Výchylku vlny popisují takzvané vlnové funkce. Tyto funkce musí vyhovovat vlnové rovnici:

$$\ddot{\psi} = v_0^2 \nabla^2 \psi$$

Postupnou vlnu <sup>26</sup> pohybující se ve směru osy  $z$  (jednodimenzionální a harmonickou) popisuje vlnová funkce:

$$\psi(z, t) = A \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

Argument funkce sinus se nazývá fáze. Označme  $v$  rychlost postupu vlny. Pak:

$$k = \frac{\omega}{v}$$

Kde  $k$  se nazývá vlnový vektor a  $\omega$  je úhlová frekvence. Všechny body kmitají se stejnou amplitudou a různou fází. Protipólem postupné vlny je vlna stojatá, což je například vlna na kytarové struně, nebo v trubici píšťaly. Tato vlna je popsána vlnovou funkcí:

$$\psi(z, t) = A \sin(kz) \cos(\omega t)$$

Kde  $k$  může nabývat některé z hodnot:

$$k = \frac{\pi}{L}, \frac{2\pi}{L}, \dots \Rightarrow \omega = vk$$

Stojatou vlnu lze vybudit složením dvou postupných vln postupujících proti sobě.

Rozlišujeme tři druhy vln, podle toho, co se vlní: Vlny mechanické jsou například vlny vodní hladiny, seismické vlny nebo vlny akustické. Řídí se Newtonovými zákony a mohou existovat pouze v látkovém prostředí. Vlny elektromagnetické jsou například rádiové vlny, viditelné světlo nebo RTG záření. Pro své šíření nepotřebují látkové prostředí - dolétnou k nám vesmírem, který ovšem temně nehučí. Ve vakuu se všechny elektromagnetické vlny šíří stejnou rychlostí, a sice rychlostí světla ve vakuu<sup>27</sup>. Vlny hmoty nebo taky de Broglieho vlny nejsou až tak zjevné. Elektronové a ostatní mikročástice se někdy projevují jako vlny, jako například ve dvojštěrbínovém pokusu s elektrony. Rozeznáváme další druhy vln. Už jsme rozlišili vlnu postupnou a stojatou. Dále máme vlny příčné a podélné. Jejich definice je jasná z názvu. Dále rozlišujeme vlny harmonické a anharmonické. Podle tvaru vlnoplochy také můžeme rozlišit vlnu rovinnou a kulovou.

### 7.2 Superpozice vlnění

Vlny lze, podobně jako kmity, skládat. Sčítáme vlastně výchylky kmitavého pohybu, což vede k interferenci vln. Interference má dva extrémy: konstruktivní, když jsou stejné fáze obou vln, a destruktivní, když jsou fáze opačné. Dalším zajímavým případem interference je složení dvou vln blízké frekvence - tehdy vznikají takzvané zázněje.

<sup>26</sup>Postupuje prostorem z jednoho místa na druhé, což je nejlepší definice jakou jsem našel. Prostě není stojatá.

<sup>27</sup>Aby taky ne, když je světlo elektromagnetické vlnění. Ta věta je vlastně tautologie.

### 7.3 Vlnová rovnice a její řešení

Vlnová funkce popisující každé vlnění musí vyhovovat vlnové rovnici  $\psi = v_0^2 \nabla^2 \psi$ . Řešení vlnové rovnice jsou v obecném tvaru:

$$f(x \pm vt) \vee \frac{1}{x} f(x \pm vt)$$

### 7.4 Šíření vln prostředím, podmínky na rozhraní

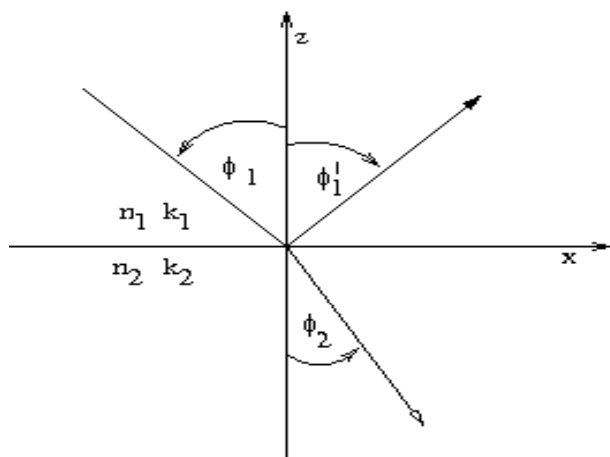
V neabsorbujícím prostředí, za jaké se pokládá i vzduch, klademe  $n = 1, k = 0$ , zde je  $k$  ovšem index absorpce. V absorbujícím prostředí je koeficient absorpce nenulový. Na rozhraní pozorujeme jevy odrazu a lomu. Odražený i lomený paprsek leží v rovině dopadu. Z rovnosti fází po odrazu vyplývá známý poznatek, že úhel dopadu se rovná úhlu odrazu. Pro lom platí Snellův zákon:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

Na rozhraní dochází k rozkladu na s-polarizaci, která je kolmá k rovině dopadu, a p-polarizaci, která leží v rovině dopadu. Z amplitudové rovnosti vyplývají takzvané Fresnelovy vztahy pro odrazivost a propustnost:

$$r_p = \frac{\tan(\varphi_1 - \varphi_2)}{\tan(\varphi_1 + \varphi_2)}; r_s = \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$t_p = \frac{2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}; t_s = \frac{2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2}$$



Je-li  $n_1 < n_2$  nastává lom ke kolmici. Je-li  $r_p = 0$ , pak úhel dopadu je roven takzvanému Brewstrovu úhlu a prochází lineárně polarizované světlo. Je-li  $n_1 > n_2$  nastává lom od kolmice. Úhel lomeného paprsku se může dostat až k pravému úhlu. Úhel dopadu, pro který nastane tento případ se nazývá úhlem kritickým. Jeho hodnotu snadno získáme ze Snellova zákona. Pro šíření světla látkovým prostředím platí Fermatův princip, který říká, že světlo se prostředím šíří po nejkratší optické dráze<sup>28</sup>.

### 7.5 Vlnové jevy v mechanice spojitých prostředí - akustika

Zvuk je podélné mechanické vlnění, které se šíří látkovým prostředím. Pro rychlost šíření zvuku v daném prostředí platí vztah:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

<sup>28</sup>Dráha uražená světlem, vynásobená indexem lomu. Možno přejít až k pidi-pidi, pokud prostředí, kterým se světlo šíří není homogenní.

Kde  $B$  je modul objemové pružnosti prostředí. Pro vzduch při pokojové teplotě je rychlost šíření zvuku  $v = 340\text{ms}^{-1}$ . O zázněch byla řeč o něco výše. Zajímavým jevem akustiky je Dopplerův jev. Ten vzniká, pokud se posluchač nebo zdroj zvuku pohybují. Pokud vše stojí, naměří posluchač frekvenci zvuku:

$$\nu_0 = \frac{v}{\lambda}$$

Pokud se pozorovatel pohybuje rychlostí  $u$  směrem ke zdroji, naměří frekvenci:

$$\nu = \frac{v + u}{v} \nu_0$$

Aplikace tohoto jevu je například v lékařské vyšetřovací technice nebo v technice hry na akustické nástroje<sup>29</sup>. Pokud zdroj zvuku při svém pohybu dosáhne rychlosti zvuku vytvoří se zvukový kužel a pokud dopadne na posluchače, tento zaznamená akustický třesk.

## 7.6 Vlnové jevy v elektrodynamice a optice, interference, difrakce

Interferenční jevy jsou jevy způsobené superpozicí dvou a více světelných svazků. Interferenci je možno rozdělit podle počtu interferujících paprsků na dvoupaprskovou - např. na slabě odražené tenké vrstvě - a mnohapaprskovou. Dále podle vzniku interferujících vln. Vlny mohou vznikat dělením amplitudy - odrazem a lomem na rozhraní - nebo dělením vlnoplochy - průchodem přes optický prvek vzniknou dvě vlny jejichž dráhy se v prostoru překrývají. Dále můžeme jevy dělit podle způsobu pozorování jevu, a sice můžeme pozorovat pomocí čoček nebo na stínítku. Poslední uvedenou možností je dělení podle fyzikálního významu geometrického místa stejné intenzity. Zde jsou možné proužky stejné tloušťky - např. u Newtonových skel - a proužky stejného sklonu - na tenkých vrstvách při použití divergentního svazku.

Časově stálý interferenční jev vznikne pouze superpozicí koherentních vln. Rozeznáváme koherenci prostorovou a časovou. Prostorová koherence souvisí s konečnou velikostí zdroje světla. Interferenční jev nastane jen tehdy, když je příčné posunutí vlnoploch menší než koherenční šířka  $\beta$ . Pro zdroj o ploše  $s$  a bod vzdálený od hrany zdroje o délku  $a$  platí:

$$\beta = \lambda \frac{a}{s}$$

Časová koherence souvisí s nemonochromaticností zdroje. Dráhový rozdíl optických drah interferujících svazků nesmí být větší než koherenční délka  $\delta$ . Platí:

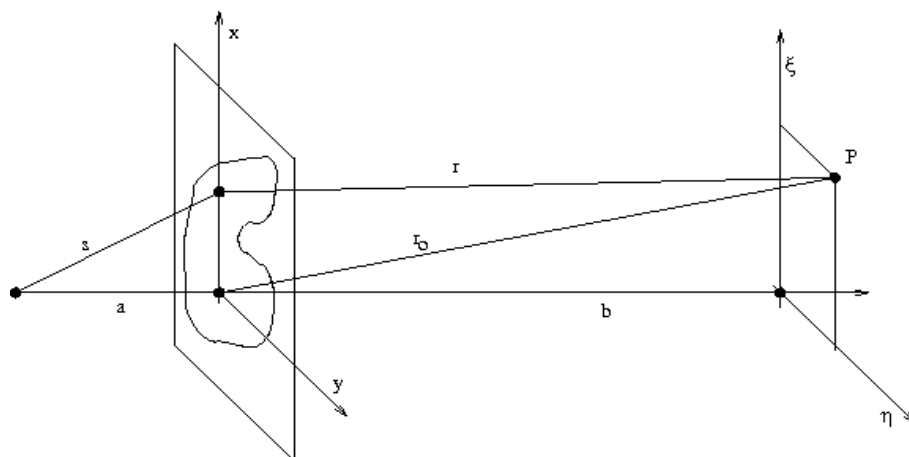
$$\delta = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Difrakční jevy vznikají, vložíme-li světlu do dráhy překážku s otvorem, kterým bude světlo volně procházet a mimo něj bude zcela absorbováno. Tento problém pomáhá řešit Huyghensův Fresnelův princip: Každý bod vlnoplochy šířící se z bodového zdroje světla lze považovat za bodový zdroj sekundárních kulových vln o stejné frekvenci jakou má vlna primární. Výslednou vlnu v libovolném bodě prostoru pak dostaneme jako superpozici všech těchto sekundárních vln. Intenzita  $E$  světla dopadajícího po průchodem otvorem o ploše  $S$  na stínítko do místa  $\vec{r}$  se počítá integrací:

$$\psi(P) = \frac{iA}{\lambda ab} \iint_S e^{i[\omega t - k(r+s)]} dx dy$$

Veličiny v integrálu vysvětluje tento obrázek:

<sup>29</sup>Tam konkrétně v kombinaci s interferencí vlny s Dopplerem změněnou frekvencí s vlnou základní.



Difrakční jevy jsou tím silnější, čím menší jsou rozměry překážky. Často popisované jsou difrakce na kruhovém otvoru, na obdélníkovém otvoru, Youngův pokus s dvojštěrbinou, difrakce na mřížce a sítku. Při difrakci na kruhovém otvoru vidíme uprostřed difrakčního obrazce takzvanou šterbinu. Při difrakci na šterbině vidíme proužky, ovšem ty jsou svislé, pokud je šterbina vodorovná a naopak.

## 8 Měření fyzikálních veličin, soustavy jednotek

### 8.1 Měření mechanických, elektrických, magnetických, optických, termodynamických veličin, základní měřicí metody a přístroje

Cílem měření je stanovit velikost měřené veličiny. Měření může být subjektivní, kdy zaznamenáváme přímé působení na lidské smysly, toto měření může být přesnější pokud srovnáváme dvě hodnoty, a objektivní, které je reprodukovatelné a je zde působí na měřicí přístroj. Výběr metody měření závisí na typu veličiny a ověřované hypotéze. Důležitým faktorem pro výběr měřicích přístrojů a metod je požadovaná přesnost. Měřit můžeme metodou přímou, kdy na základě definice veličiny, a metodou nepřímou, kdy využíváme jiných než definičních vztahů. Dále máme metody relativní, kdy srovnáme dvě veličiny, a metody relativní, kde získáme hodnotu měřené veličiny přímo v zadaných jednotkách. Také máme metody statické, které využívají klidového stavu měřeného objektu, a metody dynamické, při kterých se stav objektu mění a my měříme časovou závislost.

Dále se hodí zavzpomínat na experimenty absolvované v předmětu Fyzikální praktikum 1 - 3. Připomeňte si co a jak se měřilo. Na rozšíření přidávám ještě část k měření elektrických a termodynamických veličin. Ručkové měřicí přístroje elektrických veličin využívají silového působení magnetického pole. Nejběžnější je systém s otočnou cívkou. Cívka je uložena mezi póly permanentního magnetu a může se otáčet. Díky interakci magnetického momentu cívky protékané proudem s polem magnetu dochází k otočení cívky. Ta je opatřena ručičkou. Moment sil magnetického pole se vyrovná se silou návratného systému (spirálová pružina) a ručička se zastaví. Poloha ručičky je úměrná střední hodnotě protékaného proudu. Hezký bonus by byla problematika zvětšování rozsahu ampérmetru a voltmetru, či jejich záměna. K měření teploty je nutné použít teploměru. Toto zařízení musí mít malou tepelnou kapacitu. Nejběžnější jsou teploměry kapalínové, ty mají ale poměrně malý rozsah, neboť kapaliny tuhnou a vypařují se. Teplotní roztažnost kapalin také není lineární v celém rozsahu (což se ovšem může vyřešit při kalibraci stupnice). Používá se tak plynové stupnice. Zde se použije určité množství zředěného plynu uzavřeného v nádobě o pevném objemu. Souvislost tlaku s teplotou je  $p = konst \cdot t_{pl}$ . Nulovému bodu této stupnice odpovídá stav s nulovým tlakem. Ke stanovení dílku stupnice pak stačí vybrat jiný, dobře reprodukovatelný stav, tato volba je věcí konvence. Tato metoda je omezena na oblast, ve které pro plyn dobře platí stavová rovnice, což je při malých tlacích, tedy při nízkých teplotách. Pro měření vysokých teplot se využívá emisních vlastností materiálů, takže měření vysokých teplot probíhá bezkontaktně.

### 8.2 Význam experimentu ve fyzice, příklady

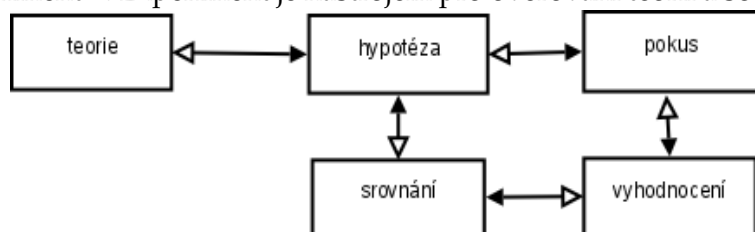
ohled na experiment se v historii fyziky prudce změnil. Počátky fyziky a fyzikálních měření můžeme najít u „již staří Řekové“. V době, kdy fyzika nebyla samostatnou vědou, byla s poměrně dobrou přesností změřena poměrná vzdálenost Měsíce a Slunce od Země a poloměr Země. Obrat zaznamenal Aristoteles, který nevěnoval experimentu žádnou pozornost a zaměřil se na pozorování a dedukoval<sup>30</sup>. Jeho závěry však nevycházely z analýzy pozorování, ale z obecných filosofických pravidel, a často byly chybné. Možná proto se jich ujala oficiální křesťanská církev a bylo na pár set let vymalováno. Prvním průkopníkem experimentu byl Roger Bacon. Jako první zdůrazňoval experiment jako prostředek ověřování poznatků. Dalším poznatkem jiného filosofa bylo, že se jevy v přírodě dají porovnávat a důsledkem toho je jejich měřitelnost. Pak se objevil Galilei, pro kterého bylo měření základní metodou poznání. K závěrům nedochází dedukcí, ale indukci, tedy od konkrétního k obecnému. Závěry svých měření formuloval jako fyzikální zákony. Požadoval „měřit vše, co je měřitelné, a co není měřitelné, měřitelným učinit.“ Pak už přichází Newton. Zavedl základní fyzikální pojmy jako míry, kterým přiřazoval číselné hodnoty, tedy veličiny v dnešním pojetí. Další pokrok učinili Laplace a Gauss. Měřené veličiny považovali za náhodné proměnné a k jejich vyhodnocení

<sup>30</sup>Jako Holmes jenže blbě.



použili pravděpodobnost a statistiku. Gauss navíc vypracoval systém nezávislých základních veličin a jednotek, z nichž byly odvozeny další jednotky.

Dnes je fyzika jednou z přírodních věd. Jejím základním zdrojem poznání jsou pozorování a experiment<sup>31</sup>. Experiment je nástrojem pro ověřování teorií a současně zdrojem pro jejich další rozvoj.



Při plánování a vyhodnocování fyzikálních experimentů musíme pamatovat na dva základní požadavky kladené na fyzikální experiment. Prvním je požadavek na výběrovost. Fyzikální experiment provádíme za určitých podmínek, které buď sami ovlivňujeme nebo je alespoň registrujeme. Sledujeme i parametry, u kterých je předpoklad, že by nějakým způsobem mohly průběh pokusu ovlivňovat. Druhým požadavkem je požadavek na reprodukovatelnost. Opakované provádění experimentu různými osobami musí poskytovat srovnatelné výsledky<sup>32</sup>. Tato vlastnost úzce souvisí s výběrovostí, protože pro zajištění reprodukovatelnosti musíme pokus provádět za stejných podmínek.

### 8.3 Soustavy jednotek, způsoby a motivy jejich zavedení, převody mezi různými soustavami

Fyzikální veličiny vyjadřují míru sledovaných jevů. Výsledkem měření je číslo, jehož velikost závisí na tom, z jaké soustavy jednotek přitom vycházíme. Mezinárodní (metrická) soustava SI, používaná ve fyzice, má sedm základních jednotek a dvě doplňkové veličiny, jak uvádí následující tabulka:

veličina	jednotka	značka
délka	metr	m
hmotnost	kilogram	kg
čas	sekunda	s
elektrický proud	ampér	A
teplota	kelvin	K
látkové množství	mol	mol
svítivost	kandela	cd
rovinný úhel	radián	rad
prostorový úhel	steradián	sr

Rozměry ostatních veličin lze vyjádřit pomocí těchto základních jednotek. Zásady týkající se fyzikálních veličin, rovnic, značek veličin a jednotek soustavy SI jsou dány normou ČSN ISO 31, ČNI 1994. Doplňkové veličiny lze podle definice chápat jako bezrozměrné, takže se často nepiší. Pro malá a velká čísla lze využít předpony, jejichž řada od nejmenší je takováto: yokto - zepto - atto - femto - piko - nano - mikro - mili - centi - deci - deka - hekto - kilo - Mega - Giga - Tera - Peta - Exa - Zetta - Yotta. Soustava SI byla vybrána teprve v roce 1971. Definiční vztahy základních jednotek jsou následující:

- Jeden metr je vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za dobu  $1/299\,792\,458$  sekundy.
- Standardní kilogram je podle mezinárodní úmluvy určen hmotností válce vyrobeného ze slitiny platiny a iridia, který je uložen v Mezinárodním ústavu pro váhy a míry u Paříže.

<sup>31</sup>A taky moment překvapení a neskutečná krutost. Počkat, to má vlastně inkvizice.

<sup>32</sup>Což při výuce fyziky až tak často nevidáme.

- Jedna sekunda je doba trvání 9 192 631 770 period světelného záření, emitovaného při přechodu atomu cesia 133 mezi dvěma konkrétními hladinami jeho velmi jemné struktury.
- Jeden Ampér je velikost stálého proudu, který při průtoku dvěma rovnoběžnými přímými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu, umístěnými ve vakuu ve vzdálenosti jednoho metru, vyvolá mezi nimi sílu  $2 \cdot 10^{-7}$  newtonu na metr délky.
- Kelvin, jednotka termodynamické teploty, je  $1/273,16$  termodynamické teploty trojného bodu vody.
- Mol je látkové množství soustavy, která obsahuje tolik elementárních entit, kolik je atomů v 0,012kg uhlíku 12. Při užití molu musí být elementární entity specifikovány. Mohou to být atomy, molekuly, ionty, elektrony, jiné částice nebo specifikované skupiny takových částic.
- Kandela je svítivost zdroje v daném směru, který vysílá monochromatické záření s kmitočtem  $540 \cdot 10^{12}$  hertzů a má v tomto směru zářivost  $1/683$  wattů na steradián.

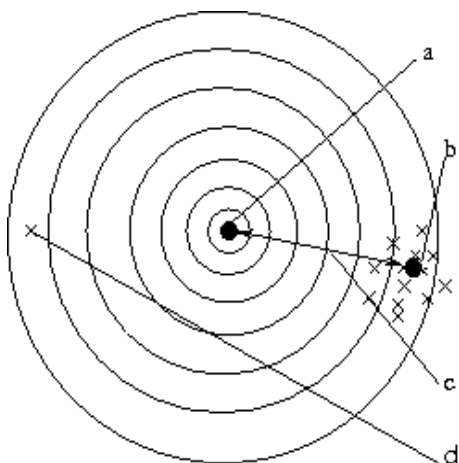
Jinou často používanou soustavou je soustava Gaussova, tedy soustava CGS, kde jsou základními jednotkami centimetr, gram, sekunda, Celsiův stupeň a elektromagnetické jednotky jsou volené tak, aby  $\epsilon_0 = 1$  nebo  $\mu_0 = 1$ .

## 9 Problematika zpracování měření

### 9.1 Správnost a přesnost měření fyzikální veličiny, správnost a přesnost veličiny vypočtené z měřených veličin

Měřením chceme určit přesnou a správnou hodnotu měřené fyzikální veličiny, ale ačkoliv měříme za stejných podmínek, opakované měření poskytuje různé výsledky. Každé fyzikální měření je zatíženo chybou. Chybou měření rozumíme rozdíl skutečné a naměřené hodnoty měřené fyzikální veličiny. Chyba může mít kladnou i zápornou hodnotu, její rozměr je stejný jako rozměr měřené veličiny. Této chybě se říká také chyba absolutní. Větší představu o nepřesnosti měření udává takzvaná relativní chyba, tedy poměr chyby měření a velikosti měřené veličiny. Někdy se také udává v procentech. Podle charakteru rozlišujeme tři druhy chyb:

- Systematické chyby ovlivňují výsledek zcela určitým a pravidelným způsobem. Bývají funkcí času nebo parametrů měřicího procesu. Naměřené hodnoty jsou pak trvale sníženy nebo zvýšeny o určitou hodnotu. K jejich odhalení je nutná dobrá znalost měřicího systému. Tuto chybu nelze odhalit opakováním měření. Měřit se musí jinak nebo aspoň s jinými přístroji. Velikost systematické chyby je nepřímou mírou správnosti měření.
- Náhodné chyby náhodně kolísají co do velikosti i znaménka při opakování měření. Jejich přesnou hodnotu nelze předvídat a při měření je nelze odstranit. Jejich velikost je mírou přesnosti měření.
- Hrubé chyby způsobují, že měření, které je jimi zatížené, se výrazně liší od ostatních. Vyskytují se zpravidla u malého počtu hodnot. Jejich příčinou může být selhání techniky nebo selhání lidského faktoru<sup>33</sup>.



Písmeno a označuje skutečnou hodnotu, písmeno b hodnotu změřenou, písmeno c systematickou chybu a písmeno d hrubou chybu.

Mezi zdroje chyb patří měřený objekt, prostředí, měřicí metoda, měřicí zařízení, pozorovatel a vyhodnocení. Systematické chyby mohou být způsobeny chybou metody<sup>34</sup>, chybami měřidel<sup>35</sup>, chybami pozorování<sup>36</sup> a chybami zpracování<sup>37</sup>.

<sup>33</sup>A to je i pravděpodobnější.

<sup>34</sup>Aha, to kyvadlo je fyzikální a ne matematické.

<sup>35</sup>Aha, tenhle voltmetr umí ukazovat jenom 15mV.

<sup>36</sup>Aha, ta ryska patří k té trojce. Nebo k té čtyřce?

<sup>37</sup>Aha, tohle v tom vzorci je z. Nebo dvojka?

Vždy je přesnější měřit veličinu přímo. Proč, to si ukážeme o kus níže. Pokud počítáme velikost veličiny z jiných naměřených veličin, musíme k vyjádření celkové chyby použít zákon přenosu chyb. Ten si taky ukážeme až dále.

## 9.2 Grafické a numerické zpracování měření: náhodné veličiny s diskretním a spojitým rozdělením, střední hodnota a disperze, základy teorie chyb, aproximace funkčních závislostí polynomy, numerické derivování a integrování, metoda nejmenších čtverců pro model lineární závislosti

Náhodné veličiny mohou mít spojitě nebo diskretní rozdělení hodnot při měření. Diskretní rozdělení poskytuje spočetně mnoho možných hodnot<sup>38</sup>. Spojité veličiny mohou nabývat nespočetně mnoha hodnot<sup>39</sup>. Ke zobrazení měření spojitě veličiny se používá často histogram, tedy vyjádření četnosti naměřených hodnot z určitých definovaných skupin (intervalů). Pokud bychom zjemňovali dělení histogramu, přechodem k infinitezimálním třídám dostaneme hladkou křivku. Ta je průběhem funkce udávající hustotu pravděpodobnosti. Tato funkce plně popisuje vlastnosti náhodné proměnné. Tato funkce je pochopitelně normovaná na jedničku. Přesný průběh hustoty pravděpodobnosti ovšem nelze experimentálně zjistit.

U přímého měření má většinou na výsledek vliv velké množství elementárních malých chyb. V reálném případě mají chyby různé velikosti a znaménka. Křivka hustoty pravděpodobnosti potom odpovídá normálnímu rozdělení. To se někdy nazývá Gaussovo nebo Laplaceovo. Jeho hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Parametr  $\mu$  má význam střední hodnoty měřené veličiny. Hustota pravděpodobnosti v této hodnotě nabývá maxima. Parametr  $\sigma$  se nazývá směrodatná odchylka, nebo krátce chyba měření. Udává pol šířku křivky normálního rozdělení mezi inflexními<sup>40</sup> body. Pravděpodobnost, že naměříme hodnotu z intervalu  $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle$  je rovna 99,72%. Hodnotu  $3\sigma$  tedy označujeme jako mezní chybu a hodnoty vypadlé ze zmíněného intervalu ignorujeme jako hrubé chyby.

Měříme-li nějakou veličinu nepřímou, většinou to provádíme tak, že změříme přímo ty veličiny, které hodláme dosazovat do nějakého vzorce. Každé z těchto přímých měření je zatíženo chybou, kterou již umíme určit. Tyto chyby se ve výsledku počítané veličiny navzájem ovlivňují. Počítejme veličinu  $y$  pomocí vzorce:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Střední hodnotu počítané veličiny určíme prostým dosazením příslušných středních hodnot do vzorce. Celkovou chybu měření  $\delta$  musíme určit pomocí zákona přenosu chyb. Ten pro absolutní chybu nabývá tvaru:

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{\mu_1 \dots \mu_n} \delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_{\mu_1 \dots \mu_n} \delta_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Big|_{\mu_1 \dots \mu_n} \delta_n\right)^2}$$

Ze tvaru zákona přenosu chyb jasně vyplývá, proč je výhodnější měřit veličiny přímo. Výsledná chyba totiž bude při nepřímém měření větší<sup>41</sup>.

<sup>38</sup>Byť je to nekonečno, je spočetně, pokud se mu bijekcí dají přiřadit přirozená čísla.

<sup>39</sup>Takovým lze bijektivně přiřadit čísla reálná.

<sup>40</sup>V něm je druhá derivace funkce rovna nule.

<sup>41</sup>Což má ukázat i jedna z úloh Fyzikálního praktika 2.

Nejběžnější regresní metodou je metoda nejmenších čtverců. Využíváme ji, když chceme aby průběh daného typu funkce co nejtěsněji přimyká k naměřeným bodům  $[x_i, y_i]$ . K nalezení nejuvhodnějšího průběhu vede měřítko:

$$S = \sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2$$

Tedy součet kvadrátů rozdílů zadaných a funkčních hodnot, který chceme vhodnou volbou parametrů funkce  $f$  minimalizovat. Tato metoda se dá použít, pokud mezi veličinami  $x$  a  $y$  existuje příčinná souvislost. Měření musíme provést tolik, kolik je v hledané funkci volných parametrů<sup>42</sup>. Dále hodnoty veličiny  $x$  nejsou zatíženy chybou. Samozřejmě hodnoty  $y$  nesmí být zatíženy hrubými chybami<sup>43</sup>.

---

<sup>42</sup>Takže k regresi polynomem sedmého stupně šest měření nestačí.

<sup>43</sup>Numerické derivování ani integrování jsem snad nikdy nepoužil a na škole jsem se o něm nic nedozvěděl. Po Záležákově to nepřečtu. Tipuji, že se to nějak odpíchne od definice, ale nehodlám psát bludy.

## 10 Zákony zachování

### 10.1 Zachovávající se veličiny jakožto charakteristiky fyzikální soustavy (princip zachování energie, hmotnosti, náboje), matematická formulace v integrálním a diferenciálním tvaru

Symetrie v přírodě je v těsném vztahu k zákonům zachování. Symetriemi se myslí invariance vůči jisté změně. První integrály pohybových rovnic reprezentují zákon zachování určité fyzikální veličiny. Celková energie se zachovává vždy a všude. Zákon zachování celkové energie je najzákladnější zákon fyziky. Existuje abstraktní veličina - energie - která je invariantní vůči jakékoliv změně v přírodě. Energie může nabývat mnoha forem - kinetická, potenciální, tepelná, elektrická, jaderná... Zákon zachování energie souvisí s homogenitou času. Zákony termodynamiky omezují možnosti převádění energie. Zákon zachování hmotnosti v klasické fyzice tvrdí, že celková klidová hmotnost zůstává ve všech dějích zachována. V teorii relativity se hmotnost mění s rychlostí. Zákonu zachování odpovídá rovnice kontinuity. V integrálním a diferenciálním tvaru je:

$$\int_{\partial V} (\rho \vec{v}) \cdot \vec{n} ds = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV \quad ; \quad \text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Zákon zachování elektrického náboje je opět formulován rovnicí kontinuity. Elektrický náboj je nezníčitelný - nevzniká a nemůže ani zaniknout. V integrálním a diferenciálním tvaru je:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_{\partial V} \vec{j} \cdot \vec{n} ds \quad ; \quad \text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Ovšem  $\rho$  je zde hustota náboje.

Z homogenity času tedy vyplývá zachování energie. Z homogenity prostoru vyplývá zákon zachování hybnosti. Z izotropie prostoru vyplyne zachování momentu hybnosti. Z izotropie času (záměna  $t \rightarrow -t$ ) vyplývá vratnost mechanických procesů bez disipativních<sup>44</sup> sil, ale také zákon zachování zákon zachování elektrického náboje. Z izotropie časoprostoru vyplyne zachování rychlosti těžiště soustavy. Ze symetrie vzhledem k záměně částic vyplyne Pauliho princip a Boseho a Fermiho statistika. Prostorová inverze v klasické mechanice vede na tentýž stav, v mechanice kvantové  $\psi(r) = \pm \psi(-r)$ .

### 10.2 Izolované soustavy a zákony zachování (zákon zachování hybnosti, momentu hybnosti, mechanické energie izolované mechanické soustavy), souvislost se symetrií

Energie tělesa se může měnit, pokud na něm konají práci vnější síly. Na izolované těleso vnější síly nepůsobí, tudíž je změna jeho energie nulová. Mechanická energie izolovaného tělesa se zachovává. V poli nekonzervativních sil se ovšem mechanická energie nezachovává. První věta impulsová říká, že časová změna celkové hybnosti soustavy hmotných bodů je rovna součtu vnějších sil na soustavu působících. Na izolovanou soustavu vnější síly nepůsobí nebo je jejich výslednice nulová. Časová změna celkové hybnosti izolované soustavy je nulová, celková hybnost se zachovává. Druhá věta impulsová říká, že časová změna momentu hybnosti soustavy hmotných bodů vzhledem k určitému pevnému bodu je rovna úhrnnému momentu vnějších sil působících vzhledem k témuž bodu. Na izolovanou soustavu nepůsobí vnější síly, takže jejich výsledný moment je nulový. Časová změna momentu hybnosti izolované soustavy je nulová, moment hybnosti izolované soustavy se zachovává. V izolovaném systému známe sedm aditivních integrálů pohybu - energii, hybnost a moment hybnosti.

<sup>44</sup>Taky by se jim mohlo říkat nekonzervativní.

## 11 Struktura hmoty<sup>45</sup>

### 11.1 Interakce, vazby

Interakce, které známe se liší dosahem a silou působení. Rozlišujeme interakci gravitační, elektromagnetickou, slabou a silnou. V teoretické fyzice je snaha o sjednocení jejich popisu. Silná interakce je zodpovědná za stabilitu nukleonů a atomových jader. Elektromagnetická interakce odpovídá za stabilitu atomů, molekul. Projevuje se v chemických reakcích a při emisi a absorpci záření. Slabá interakce nevytváří vázaný systém částic. Působí rozpad, rozptyl i vznik elementárních částic. Gravitační interakce způsobuje stabilitu velkých kosmických těles. Rozhoduje o osudu hvězd i celého vesmíru<sup>46</sup>. Sílu a dosah interakcí popisuje následující tabulka. Síla interakce je pojata relativně.

interakce	síla	dosah
silná	1	$10^{-13}cm$
elektromagnetická	$10^{-2}$	$\infty$
slabá	$10^{-14}$	$10^{-35}cm$
gravitační	$10^{-40}$	$\infty$

Vazby se uplatňují při vzniku molekul. Iontová vazba způsobuje slučování prvků rozdílných elektronegativit. Elektrony se přesunují mezi slučujícími se atomy. Navenek to interpretujeme jako oxidačně redukční děj. Při této vazbě vzniká co nejstabilnější konfigurace elektronů. Kovalentní vazba je mezi atomy stejného prvku nebo mezi atomy různých prvků neiontového charakteru. Interagují totiž valenční elektrony a splynou elektronové obaly atomů. Předpokladem je vzájemné přiblížení atomů a tím snížení potenciální energie systému. Pokud vznikne mezi prvky různé elektronegativity, jde o polární kovalentní vazbu. Van der Waalsovy síly jsou oslabenými elektrickými silami mezi dvěma atomy nebo nepolárními molekulami. Přenos fotonu mezi jádrem jednoho a obalem druhého prvku. Kovová vazba je mezi kovovými prvky s nižší elektronegativitou. Valenční elektrony jsou ochotně uvolňovány, takže každý atom v kovu tvoří kovalentní vazby a sdílí elektrony se svými sousedy.

### 11.2 Struktura jader

Když Sodý provedl na vzorku rozpady  $\alpha$  a  $2 \times \beta$ , dospěl k názoru, že v jádře nemohou být jen kladné částice. Postuloval vnitrojaderné elektrony. Rutherford pak po rozpadu  $\alpha_2^4 + N_7^{16} = O_8^{17} + H_1^1$  a vodíkový iont nazval protonem. Chadwick pak objevil neutron při reakci  $\alpha + Be = C + n$  a uzavírá, že jádro se skládá z protonů a neutronů. Neutrony jsou pro jádro stabilizující faktor. Jsou pouze přitahovány. Energie, kterou je nutno jádru dodat, aby se rozpadlo na nukleony se nazývá vazebná energie. Poměr vazebné energie a počtu nukleonů je mírou stability jádra. Pro popis modelu jádra neexistuje dostatečně přesný popis silné interakce. Byl zde kapkový model, nukleony jsou v něm pojaty jako kapky, vazebná energie je úměrná jejich počtu. Drží to pohromadě ekvivalentem povrchového napětí. Pak je tu slupkový model, který je kvantový. Je to analogie popisu elektronu ve větších atomech. Slupky jsou tvořeny stavy s přibližně stejnou energií. Struktura je zdvojená - zvlášť pro protony a zvlášť pro neutrony.

### 11.3 Struktura atomů a molekul

Od chvíle, kdy Thomson starší objevil elektron jako částici<sup>47</sup>, víme, že z atomu lze uvolnit elektron. Ovšem atom se navenek jeví jako elektricky neutrální. Takže atom obsahuje elektron (popřípadě více

<sup>45</sup>Zajímalo by mne, který koumák řadil body v této otázce. Já bych volil pořadí opačné. Doporučuji to i tak číst.

<sup>46</sup>Ó, jaký to patos.

<sup>47</sup>A my z Úvodu do fyziky mikrosvětla víme jak - experimentoval s katodovým zářením. Vypadalo to trochu jako dodrbaná obrazovka.

elektronů) a cosi kladného. Abychom se dostaly na celkovou hmotnost atomu<sup>48</sup>, musí být to kladně stejně těžké, zato je toho krdel<sup>49</sup>, nebo je to výrazně těžší. Vzhledem k tomu, že kladný náboj se uvolňuje podstatně snáze, rozvíjí se spíše druhá představa. Poměrně rychle se ujala myšlenka, že vodík má jen jeden elektron - Thomson totiž vždy extrahoval násobný náboj, jen u vodíku základní. Pak se začaly hrnout scestné představy o struktuře atomu. Od Perrinova planetárního modelu přes Lennardovy dynamidy<sup>50</sup> až k Thomsonovu pudinkovému modelu. Ten předpokládal elektrony v centru obklopené kladným závažím<sup>51</sup>. Tento model byl všeobecně přijímán, dokud se ho nepokusil potvrdit Rutherford. Pozoroval rozptyl  $\alpha$ -částic na tenké hliníkové fólii. Pro to, co viděl, bylo jediné vysvětlení. Kladné závaží představuje 90% hmotnosti atomu a 0,01% jeho poloměru. Vztah odvozená pro Rutherfordův pokus a obrat nalétající částice o  $180^\circ$  se používal k určení náboje jádra daného prvku. V tomto vztahu vystupuje kinetická energie  $T$  nalétající částice a  $R_0$  jakožto maximální poloměr jádra. Vzorec o kterém mluvíme je:

$$T = \frac{kq_\alpha q}{R_0}$$

Pak si Chadwick všiml, že náboj jádra je celočíselným násobkem elementárního náboje. Tento násobek je navíc shodný s pořadím prvku v Mendělejevově soustavě prvků.

Nejlépe popisuje strukturu atomu Bohrov model. Ten stojí na několika postulátech. Za prvé: atom se může nacházet jen ve stavech s určitou energiemi. Těmto stavům říkáme stacionární stavy. Za druhé: Při přechodu atomu ze stavu s  $E_n$  do stavu s  $E_m$  se vyzáří<sup>52</sup> kvantum energie o velikosti  $h\nu = \hbar\omega = |E_n - E_m|$ . Dalším postulátem je, že elektron se kolem jádra pohybuje po drahách, na kterých platí klasické zákony s jednou výjimkou, a sice neplatí maxwellovské vyzářování. Prostě pohybující se elektron nevyzařuje energii. Tento model nebyl úplně logicky konzistentní. Sommerfeld předpokládal kvantované eliptické dráhy. Až s tím vším zamíchá kvantová fyzika. Kvantový model atomy popisuje stav elektronu čtyřmi kvantovými čísly a trajektorii vůbec nezavádí.

## 11.4 Struktura látek

Hovoří-li se o struktuře látek, začíná se většinou oblíbenými „již staří Řekové“, ale to není moc dobrá představa. Řečtí atomisté totiž zastávali představu atomů jako kuliček opatřených háčky, za které se zachytávají. Stejně tak si mohli představovat krychličky, protože šlo o ničím nepodložené filosofování. Stejným způsobem došel Aristoteles k představě spojitě nekonečně dělitelné látky, tvořené čtyřmi živly - zemí, vodou, vzduchem a ohněm<sup>53</sup>. Aristoteles byl velmi oblíben, dokonce tak, že se ho ujala církev a o diskrétní struktuře hmoty nemohla být stovky let řeč. Postupně začaly prosakovat experimenty podkopávající oficiální dogmatiku. Například pevný objem oleje pokryl na vodní hladině vždy konečnou plochu. Dalším dnes používaným argumentem jsou Faradayovy pokusy, ovšem sám Faraday byl zastáncem spojitě struktury. Atomistický Daltonův popis chemických reakcí se ujímal pomalu, už toliko proto, že chyběl uspokojivý pojmový aparát. Další krok ušel Boltzmann, když z kinetické teorie plynů došel ke svému rozdělení, ale jeho teorie byla ostře napadána a kritika ho dohnala až k sebevraždě. Za oficiální důkaz diskrétní struktury látek je považována až Perrinova analýza Brownova pohybu. Perrin zkoumal teoreticky i experimentálně Brownův pohyb a diskrétní struktura mu vyšla jako nutný důsledek zjištěných faktů. Po Perrinovy tedy spolehlivě víme, že látky se skládají z atomů. Tyto atomy mohou být uspořádány do nějaké mřížky u krystalických látek, ale

<sup>48</sup>On je elektron mrška lehká.

<sup>49</sup>Staročeský výraz označující velké množství. Slovensky hejno.

<sup>50</sup>Páry elektron - kladné cosi, rovnoměrně rozmístěné v objemu atomu.

<sup>51</sup>Jasně, proto jde elektron uvolnit snáz.

<sup>52</sup>Nebo pohlí, to se pozná podle znaménka.

<sup>53</sup>A zde by se taky mohlo tvrdit že „již staří Řekové“ znali čtyři fáze látky - pevnou, kapalnou, plynnou a plazma.



také nemusí u látek amorfních<sup>54</sup>. Sám název atom pochází z „již starého řeckého“ atomos, tedy nedělitelný. To byla hezká představa, dokud ovšem Becquerel neobjevil radioaktivní záření a Rutherford nezjistil, že se při něm atomy mění. To bylo důkazem, že v atomech probíhají nějaké děje, takže musí mít vnitřní strukturu. Ale o tom výše.

---

<sup>54</sup>Mimoходом u amorfních látek se často uvádí tečení skla. Nedávno se ukázalo, že tečení skla je dost možná mýtus. Našly se staré okenní tabulky s přesně opačným profilem šířky - zužovaly se směrem dolů.

## Reference

- [1] Fyzika; Halliday, Resnick, Walker
- [2] Mechanika; Kvasnica
- [3] Obecná fyzika pro učitele I.; Vachek, Fuka, Svoboda, Široká
- [4] Elektřina a magnetismus; Sedlák, Štoll
- [5] Kmity a vlny ve fyzice; Main
- [6] Základy termodynamiky a statistické fyziky; Lacina
- [7] Úvod do optiky; Kuběna
- [8] Úvod do fyzikálních měření; Pánek
- [9] příprava na státnice, rukopis; Záležák (publikováno na [www.physics.muni.cz/~zalezak](http://www.physics.muni.cz/~zalezak))
- [10] Medvídek Pú; Milne

## Vítaná rozšíření

Pokud by někdo, kdo tento dokument dostal nebo stáhl, měl zájem k němu přispět, ochotně jej uvítám. Budu rád, pokud mi pošlete opravy překlepů, které jsem jistě neodhalil všechny. Možná je tu někde chyba ve vzorci nebo je něco špatně řečeno. Přispějte proto ke správnosti tohoto dokumentu ať už komentářem, nebo celým souvislým textem. Klidně napište jenom tak, jako jestli vám to nějak pomohlo nebo je to na pytel. Vaše náměty, nejlépe jako plain-text přivítám na mailu [vojtahanak@gmail.com](mailto:vojtahanak@gmail.com).

Ocením především rozšíření následujících částí:

- Numerické derivování a integrování ve srozumitelné podobě
- Stavová rovnice ideálního plynu a její aplikace
- Zákony zachování
- Aproximativní metody řešení soustavy kvantových částic
- Popis Michelsonova experimentu
- Další soustavy jednotek

## Doslov

Poněvadž a protože za čtyři dny se na státnice nenaučíte, byl jsem od nich vyhozen. Tak jsem získal dost času na to, abych si přípravu na ně napsal důkladně. A když už jsem ji psal, tak rovnou do počítače. Říkal jsem si, že do podobné situace se díky politice fakulty „uvidíme jestli to zvládnou“ asi dostanou i další lidé. Jsem studentem učitelství matematiky a fyziky. Tento text tedy píše ze své pozice a pro podobné studenty. Nemám zájem tu vypisovat nějaké šílené integrály, na které si u zkoušky stejně nevzpomenu. Stejně tak tu neopisuji něco, co jsem se neučil. Prostě jako odborníci, my, učitelský pól, asi nikdy vypadat nebudeme. Jen by mě zajímalo, kdy si i fakulta uvědomí, že student odborné fyziky není totéž co student učitelství, a co se vlastně učitelé potřebují naučit. Řekl bych, že multipólový rozvoj magnetického pole a tenzor deformace to nejsou, ale o tom jindy a jinde. Nuž, kéž je vám to ku prospěchu. A mě taky.

Vojta Hanák

P.S. Tento dokument je volně ke stažení na [www.vojtahanak.wz.cz](http://www.vojtahanak.wz.cz) snad i v aktuální verzi.