1.) ELEKTRICKÉ A MAGNETICKÉ VELIČINY, JEDNOTKY SI

ELEKTRICKÝ PROUD $I = \frac{dQ}{dt}$ [A]

DEFINICE 1A - MÁM DVA ROVNOBĚŽNÉ VODIČE, KTERÉ JSOU OD SEBE VZDÁLENY 1m, A V OBOU TEČE STEJNÝ PROUD 1A, KDYŽ SE K SOBĚ TYTO DRÁTY PŘITAHUJÍ SILOU $2 \cdot 10^{-7}$ N.

NÁBOJ - ZDROJ ELEKTROMAG. SIL, POHYBUJE SE VODIČI, KDYŽ TEČE ELEKTRICKÝ PROUD. 1 COULOMB PŘI ELEKTRICKÉM PROUDU 1A TEČE PRŮŘEZEM VODIČE 1C ZA SEKUNDU $1C = 1As \approx 6 \cdot 10^{18}$ NÁBOJŮ

COULOMBŮV ZÁKON $\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2}}$ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{N \cdot m^2}{A^2 \cdot s^2}\right]$

PERMITIVITA VAKUA

$k = 10^{-7} \cdot c^2 \frac{N}{A^2}$

ELEKTRICKÉ POLE - POTŘEBA POPSAT SÍLU SOUBORU NÁBOJŮ NA NĚJAKÝ DALŠÍ NÁBOJ, TATO SÍLA JE POPSANÁ POMOCÍ EL. POLE.

INTENZITA EL. POLE - JE TO LOKÁLNÍ VLASTNOST PROSTORU KDE SE NACHÁZEJÍ NÁBOJE

$$F = Q \cdot E \Rightarrow E = \frac{F}{Q} \left[\frac{N}{C}\right] \left[\frac{J}{mC}\right]$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q \cdot q_i \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3} = q \cdot E(\vec{x})$$

NAPĚTÍ - ~~JE TO~~ PRÁCE = ZTRÁTA POTENCIÁLNÍ ENERGIE PŘI POHYBU NÁBOJE V ELEKTRICKÉM POLI

$$W = \int F \cdot d\vec{s} = Q \cdot E \cdot l = Q \cdot U$$

ELEKTRICKÉ NAPĚTÍ JE ROZDÍL POTENCIÁLNÍ (ENERGIE) JEDNOTKOVÉHO NÁBOJE VE DVOU BODECH. $U = \frac{J}{C}$ [VOLT]

MAGNETICKÉ POLE - ELEKTRICKÝ PROUD VYVOLÁVÁ SÍLU (LORENTZ) PŮSOBÍCÍ NA POHYBUJÍCÍ SE NÁBOJE. STEJNĚ JAKO U ELEK. POLE UVAŽUJEME SÍLU EL. PROUDU V ÚSEKU dl S KONSTANTNÍM PROUDEM.

$$F = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow F = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

MAGNETICKÁ INDUKCE $\vec{B}$ - VYCHÁZÍ Z

$$N = A \cdot m \cdot [B]$$

$$[B] = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{J}{Am^2} = \frac{J \cdot s}{Cm^2} = \frac{Vs}{m^2}$$

$$1 \text{ TESLA} = 1 \frac{V \cdot s}{m^2}$$

ANALOGIE S COULOMBOVÝM ZÁKONEM

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \qquad d\vec{B}(\vec{x}_1) = k_m \cdot I d\vec{l} \times \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

BIOTŮV SAVARTŮV ZÁKON - MAG. INDUKCE VYTVOŘENÁ PROUDOVÝM ELEMENTEM $Id\vec{l}$ VE VZDÁLENOSTI $(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ OD VODIČE. $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot dl \times \frac{r}{r^3}$

MÁM DVA VODIČE (ROVNOBĚŽNÉ) A OBĚMA PROTÉKAJÍ STEJNĚ ORIENTOVANÉ PROUDY (BUDOU SE PŘITAHOVAT) PŘITAHOVAT JE BUDE SÍLA $F_{BA} = I_B \cdot l \times B_A$

$$\vec{F}(\vec{x}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \, d\vec{l}_1 \times \left(d\vec{l}_2 \times \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3} \right)$$

HUSTOTA NÁBOJE

$$\rho = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow \rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{Q}{\Delta V}$$

HUSTOTA PROUDU $J = \frac{I}{S}$ JE ROVNA PROUDU PROCHÁZEJÍCÍMU ELEMENTÁRNÍ PLOŠKOU PRŮŘEZU VODIČE KOLMOU KE SMĚRU PROUDU

$$J = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{I}{\Delta A} \frac{d\vec{l}}{dl}$$

PRŮŘEZ

2.) MAXWELLOVY ROVNICE, STATICKÝ PŘÍPAD

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\vec{B} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \qquad \operatorname{div}\vec{B} = 0$$

(NABLA) $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}\right)$ $\operatorname{div} r = \vec{\nabla}\cdot\vec{r}$

(LAPLACŮV OPERÁTOR) $\Delta = \nabla^2$ $\operatorname{rot} r = \vec{\nabla}\times\vec{r}$

ELEKTROSTATIKA

$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$ $\quad q = \int_V \rho(\vec{r})\,dV$ $\quad F = Q\cdot E$

HUSTOTA NÁBOJE $\quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\vec{r})}{r^2}\,d^3r$$

GAUSSŮV ZÁKON ELEKTROSTATIKY – CELKOVÝ TOK INTENZITY ELEKTROSTAT. POLE SOUSTAVOU BODOVÝCH NÁBOJŮ LIBOVOLNOU UZAVŘENOU PLOCHOU JE ROVEN NÁBOJI UVNITŘ PLOCHY DĚLENÉMU ε_0.

TOK INTENZITY

$\Phi = \oint E\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ $\quad \oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dV$ GAUSS.-OSTROG. VĚTA

$$\iiint \operatorname{div}\vec{E}\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dV$$

$$\iiint \underbrace{\left(\operatorname{div}\vec{E} - \frac{\rho}{\varepsilon_0}\right)}_{0} dV = 0$$

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \quad \text{VEKTOR}$$

STOKES

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = 0$$

$$\iint \operatorname{rot}\vec{E}\, d\vec{S} = 0$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$$

ELEKTROSTATICKÉ POLE JE BEZVÍROVÉ, ~~PROTO~~ TAKOVÁ POLE MAJÍ SKALÁRNÍ POTENCIÁL φ

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\vec{\nabla}\varphi$$

DOSADÍM

$$-\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$-\nabla^2\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}} \quad \text{SKALÁR}$$

POISSONOVA ROVNICE

MAGNETOSTATIKA

$$F = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$F = Q\vec{E} + Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

0 - NULA POTOM UVAŽUJEME PŮSOBENÍ NA LIBOVOLNÝ PROUD POPSANÝ PROUDOVOU HUSTOTOU J

PLATÍ AMPÉRŮV ZÁKON PRO CIRKULACI MAGNETICKÉ INDUKCE, KŘIVKOVÝ INTEGRÁL MAGNETICKÉ INDUKCE POČÍTANÝ PŘES LIBOVOLNOU KŘIVKU JE ROVEN PROUDU, KTERÝ PROTÉKÁ PLOCHOU OHRANIČENOU TOUTO PLOCHOU A JE NÁSOBENÝ PERMEABILITOU.

$$\oint B \cdot dl = I \cdot \mu_0$$

STOKESOVA VĚTA $\quad \mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \iint j\, d\vec{S}$$

$$\iint \mathrm{rot}\,\vec{B}\, d\vec{S} = \mu_0 \iint j\, d\vec{S}$$

$$\iint (\mathrm{rot}\,\vec{B} - \mu_0 j)\, d\vec{S} = 0$$

$$\vec{0} \qquad \underline{\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\iiint \mathrm{div}\,\vec{B} \cdot dV = 0$$

$\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = 0 \qquad \underline{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$ MAGNETICKÉ POLE JE BEZZDROJOVÉ MŮŽEME ZAVÉST VEKTOROVÝ POTENCIÁL A

$$B = \mathrm{rot}\,\vec{A}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{A} - \Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{j} \qquad \Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$$

$$\Delta \vec{A} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}) = -\mu_0 \vec{j}$$

POTENCIÁLY LZE KALIBROVAT, JSOU KALIBRAČNÍ, NEJSOU FYZIK. VELIČINAMI.

POMOCÍ KALIBRACE MŮŽU ZVOLIT TAKOVÝ VEKTOROVÝ POTENCIÁL, ABY BYLO $\mathrm{div}\,A = 0$

$$\mathrm{div}(\vec{A} + \mathrm{grad}\,\Lambda) = 0$$

$\mathrm{div}\,\vec{A} = \Delta\Lambda$ ... POISSONOVA ROVNICE

3.) GREENOVA FUNKCE POISSONOVY ROVNICE, δ-DISTRIBUCE

POISSONOVA ROVNICE $\Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

MÁME EL. POLE BODOVÉHO NÁBOJE $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q\,\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

A JEMU PŘÍSLUŠÍ POTENCIÁL $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r}$

PRO HUSTOTU BODOVÉHO NÁBOJE PLATÍ $Q = \int\rho(\vec{x})\,d^3x$. TATO HUSTOTA JE POPSÁNA POMOCÍ „DIRACOVY δ-FUNKCE", KTERÉ LZE DEFINOVAT JAKO LIMITU S INTEGRÁLEM (OD $-\infty$ DO $+\infty$)

$$\delta(x) = \lim_{\varepsilon\to 0} g_\varepsilon(c) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{x^2}{\varepsilon}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x')\,\delta(x-x')\,dx' = f(x)$$

HUSTOTA BODOVÉHO NÁBOJE V POČÁTKU SOUŘADNÉ SOUSTAVY SE VYJADŘUJE POMOCÍ TROJROZMĚRNÉ δ-FUNKCE

$$\rho(x) = Q\cdot\delta^3(\vec{x}) = Q\cdot\delta(x)\cdot\delta(y)\cdot\delta(z)$$

DOSADÍME POTOM POTENCIÁL A HUSTOTU NÁBOJE DO POISSONOVY ROVNICE

$$\Delta\varphi(\vec{x}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = -\frac{q}{\varepsilon_0}\delta^3(\vec{x}-\vec{x}')$$

Z TOHO POTOM VYPLÝVÁ

$$\Delta\frac{-1}{4\pi|\vec{x}-\vec{x}'|} = \delta^3(\vec{x}-\vec{x}')$$

GREENOVA FUNKCE LAPLAC. OPERÁTORU - $\boxed{G(\vec{x},\vec{x}') := \frac{-1}{4\pi|\vec{x}-\vec{x}'|}}$

(POTENCIÁL JEDNOBODOVÉHO NÁBOJE)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int d^3x'\,\rho\,\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\varphi = -\int d^3x'\,G(\vec{x},\vec{x}')\,\frac{\rho(x')}{\varepsilon_0}$$

GREENOVA VĚTA

$$\boxed{\int_V (u\Delta v - v\Delta u)\,dV = \int_{\partial V}(u\vec{\nabla}v - v\vec{\nabla}u)\,\vec{n}\cdot dS}$$

4.) ELEKTROSTATICKÁ ENERGIE NÁBOJŮ

- POTENCIÁLNÍ ENERGIE U NÁBOJE Q V POTENCIÁLU φ

$$\boxed{U = Q \cdot \varphi(x)}$$

PRO DVA NÁBOJE PLATÍ

$$U = \frac{1}{2}\left(Q_1 \varphi_2(x_1) + Q_2 \varphi_1(x_2)\right)$$

ABYCHOM ENERGII NEPOČÍTALI DVAKRÁT

ENERGIE SPOJITĚ ROZLOŽENÉHO NÁBOJE

$$U = \frac{1}{2} \int \rho \cdot \varphi(x) \, dV$$

PRO POTENCIÁL ROZLOŽENÝCH BODOVÝCH NÁBOJŮ PLATÍ

$$\varphi(x_a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{b \neq a} \frac{Q_b}{r_{ab}}$$

Z TOHO POTOM PLYNE, ŽE POTENCIÁLNÍ ENERGIE JE ROVNA: $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{b \neq a} \frac{Q_b \cdot Q_a}{r_{ab}}$

6) MAGNETOSTATIKA

6.1) ANALOGIE MEZI ELEKTROSTATIKOU A MAGNETOSTATIKOU

VYCHÁZÍME ZE VZORCE

$$d\vec{B}(\vec{x}_1) = k_m\, I d\vec{l} \times \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

ZA PROUD DOSADÍM HUSTOTU PROUDU $\vec{j}$

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \qquad dI = \vec{j}\cdot d\vec{S} \qquad dI \cdot d\vec{l} = \vec{j}\cdot \underbrace{d\vec{S}\cdot d\vec{l}}_{dV \Rightarrow d^3x}$$

A ZNOVU DOSADÍME DO VZORCE:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\, \vec{j}(\vec{x}') \times \frac{\vec{x}-\vec{x}'}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\, \vec{j}(\vec{x}') \times \vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\nabla \times \int d^3x' \frac{\vec{j}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \operatorname{rot}\vec{A}(\vec{x})$$

VEKTOROVÝ POTENCIÁL

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{\vec{j}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}(x) - \Delta\vec{A}(x) =$$

$$= -\Delta\vec{A}(\vec{x}) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\, \vec{j}(\vec{x}')\, \Delta\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \underline{\mu_0 \vec{j}(\vec{x})}$$

	ELEKTROSTATIKA	MAGNETOSTATIKA
POLE JE DEFINOVÁNO	$d\vec{F} = dQ\,\vec{E}$	$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
HUSTOTA ZDROJŮ	dQ	$I d\vec{l} = \vec{j}\, d^3x$
SÍLA NA NÁBOJ	$\vec{F} = Q\cdot\vec{E}$	$\vec{F} = Q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})$
ROVNICE POLE	$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$
	$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$	$\operatorname{div}\vec{B} = 0$
POTENCIÁL	$E = -\operatorname{grad}\varphi$	$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$
ROVNICE POTENCIÁLU	$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\Delta\vec{A} = -\mu_0\vec{j}$
POTENCIÁL ZDROJŮ	$\varphi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \frac{\rho(\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}$	$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x \frac{\vec{j}(\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}$

Př) NEKONEČNĚ DLOUHÝ KRUHOVÝ DRÁT, VE SMĚRU OSY z, JÍMŽ PROCHÁZÍ PROUD I.

PROUDOVOU HUSTOTU MŮŽEME ZAPSAT JAKO $\vec{j}(\vec{x}) = I\,\delta(x)\,\delta(y)\,\vec{e}_3$

A DOSADÍM DO ROVNICE PRO MAG. POLE:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz'\, \vec{e}_3 \times \frac{\vec{x}-(0;0;z')}{|\vec{x}-(0;0;z')|^3}$$

ZAVEDU POLÁRNÍ SOUŘADNICE $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$, $\varphi = \operatorname{arctan}\frac{y}{x}$, z. POLE MUSÍ BÝT KONSTANTNÍ VE SMĚRU OSY z TAK ŽE STAČÍ POČÍTAT $\vec{B}$ V ROVINĚ $(x;y)$. VÝPOČET POTOM VEDE NA BIOTŮV - SAVARTŮV ZÁKON $\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{\vec{e}_\varphi}{\rho}$

7) MAXWELLOVY ROVNICE V MATERIÁLOVÉM PROSTŘEDÍ

7.1 POLARIZACE A MAGNETIZACE

KDYŽ SE MATERIÁLOVÉ PROSTŘEDÍ NACHÁZÍ POD VLIVEM VNĚJŠÍHO ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE, ROZLIŠUJEME VNĚJŠÍ NÁBOJE A PROUDY, ρ_{EXT} A j_{EXT} A NÁBOJE INDUKOVANÉ VNĚJŠÍM POLEM V MATERIÁLU ρ A $\vec{j}$.

STŘEDOVANÉ MAXWELLOVY ROVNICE VYPADAJÍ TAKTO:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \operatorname{div}\vec{E} = \dfrac{\langle\rho\rangle + \rho_{EXT}}{\varepsilon_0} & \operatorname{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \dfrac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\vec{B} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \langle\vec{j}\rangle + \vec{j}_{EXT} & \operatorname{div}\vec{B} = 0 \end{array}}$$

$\langle\,\rangle$ - STŘEDOVÁNÍ ZDROJŮ

POLARIZACE

CELKOVÝ NÁBOJ V PROSTŘEDÍ UVNITŘ OBLASTI $\underline{V}$ JE NULA

$$Q = \int \langle\rho\rangle\, dV \quad \Rightarrow \quad \langle\rho\rangle = -\operatorname{div}\vec{P}$$

MIMO MATERIÁL JE $P=0$, NYNÍ ZKOMBINUJI PŘEDCHOZÍ DVA VZORCE

$$\int_V \langle\rho\rangle\, dV = -\int_V \operatorname{div}\vec{P}\, dV = \int_S \vec{P}\cdot\vec{n}\, dS = \underline{0}.$$

BUDEME UVAŽOVAT **DIPÓLOVÝ MOMENT**: $\boxed{p = Q\cdot d} \Rightarrow p = \int_V r\cdot\rho(r)\, dV$

$$\underline{\int_V x\cdot\langle\rho\rangle\, dV = -\int_V x\cdot \operatorname{div}\vec{P}\, dV} = -\int_S \vec{x}(\vec{n}\cdot\vec{P})\, dS + \int_V (\vec{P}\cdot\vec{\nabla})\vec{x}\, dV =$$

$$= \int_V \vec{P}\, dV \quad \text{POLARIZACE}$$

MAGNETIZACE

NYNÍ MÁME NĚJAKOU UZAVŘENOU PLOCHU S UVNITŘ MATERIÁLU. TOUTO PLOCHOU PROCHÁZÍ PROUD, TENTO PROUD JE DÁN CELKOVOU HODNOTOU ČASOVÉ ZMĚNY ~~PRO~~ VEKTORU POLARIZACE.

$$\int_S \vec{j}\cdot\vec{n}\, dS = -\int_V \frac{\partial\langle\rho\rangle}{\partial t}\, dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\vec{P}\, dV = \int_S \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}\cdot\vec{n}\, dS$$

TOTO VEDE NA

$$\Rightarrow \langle\vec{j}\rangle = \operatorname{rot}\vec{M} + \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$$

POKUD MÁME STATICKÝ PŘÍPAD PAK $\frac{\partial\vec{P}}{\partial t} = 0$ A UŽIJEME

MAGNETICKÝ MOMENT: $\boxed{m = \frac{1}{2}\int_V \vec{r}\times\vec{j}\, dV}$ A $\vec{j}$ DOSADÍME $\underline{\operatorname{rot}\vec{M}}$

$$\frac{1}{2}\int_V \vec{x}\times\langle\vec{j}\rangle\, dV = \underline{\frac{1}{2}\int_V \vec{x}\times\operatorname{rot}\vec{M}\, dV} = +\frac{1}{2}\int_S \vec{x}\times(\vec{n}\times\vec{M})\, dS - \frac{1}{2}\int(\vec{M}\times\vec{\nabla})\times\vec{x}\, dV =$$

$$= \int_V \vec{M}\, dV$$

7.2) MAKROSKOPICKÉ MAXWELLOVY ROVNICE

ZAVEDEME VEKTORY INDUKCE ELEKTRICKÉHO POLE A INTENZITY MAGNETICKÉHO POLE.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$$

Z TECHTO VÝRAZŮ DOSTANEME MAX. ROVNICE

$$\boxed{\begin{array}{ll} \operatorname{div}\vec{D} = \rho_{EXT} & \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial D}{\partial t} + j_{EXT} & \operatorname{div}\vec{B} = 0 \end{array}}$$

V HOMOGENNÍM ISOTROPNÍM LINEÁRNÍM PROSTŘEDÍ BEZ DISPERSE JSOU VZTAHY MEZI $\vec{D}$ A $\vec{E}$ A MEZI $\vec{H}$ A $\vec{B}$ JEDNODUCHÉ:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \vec{E} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_r \mu_0}\vec{B}$$

7.3) ENERGIE A IMPULZ ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE

ENERGIE – SPOJITĚ ROZLOŽENÝ NÁBOJ, E OZNAČUJE ENERGII V OBJEMU ΔV
ΔE JE ZMĚNA ENERGIE PŘI POHYBU V MAG. POLI.

$$\Delta E = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} \qquad F = Q \cdot E + Q v \times B$$
$$F = \rho \vec{E} \Delta V + j \times \vec{B} \Delta V$$

Z MAXWELLOVÝCH ROVNIC POTOM DOSTANEME

$$\underbrace{\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}_{\text{HUSTOTA ENERGIE } W} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \nabla \cdot \underbrace{(\vec{E} \times \vec{H})}_{\text{POYNTINGŮV VEKTOR } S}$$

IMPULZ $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \qquad F = QE + Q v \times B$
$$F = \rho \vec{E} \Delta V + j \times \vec{B} \Delta V$$

Z MAXWELLOVÝCH ROVNIC POTOM ODVODÍME

$$D \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \times \vec{B} = \vec{E}(\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) - B \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) + \vec{H}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - D \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \underbrace{- \vec{j} \times \vec{B} - \rho \vec{E}}_{\text{LORENTZOVA SÍLA}}$$

PROTOŽE POSLEDNÍ DVA ČLENY JSOU LORENTZOVA SÍLA MŮŽEME ŘÍCT, ŽE ČASOVÁ DERIVACE NA LEVÉ STRANĚ JE ČASOVÁ ZMĚNA ~~H~~ HUSTOTY IMPULZU

$$G = \vec{D} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \vec{E} \times \vec{H} = \frac{n^2}{c^2}\vec{S}$$

INDEX LOMU   RYCHLOST SVĚTLA

f.

f.) INTEGRÁLNÍ FORMY MAXWELLOVÝCH ROVNIC, INDUKCE

f.1) INTEGROVANÉ ROVNICE

MÁME OBLAST PROSTORU **V**, S OKRAJE **∂V** A PLOCHO **S** S OKRAJEM **∂S**. $\vec{n}$ JE NORMÁLNÍ JEDNOTKOVÝ VEKTOR NA PLOCHU **∂V**. $\vec{t}$ JE TEČNÝ VEKTOR NA **∂S**

BUDEME INTEGROVAT ROVNICI $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ PŘES OBJEM **V**

$$\int_{\partial V} \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ (GAUSSOVA-OSTROGRADSKÉHO VĚTA)

TEĎ PROVEDE TO STEJNĚ, ALE NYNÍ PŘES POVCH **S**

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

$$\int_{\partial S} \vec{E} \cdot \vec{t} \cdot ds = \int_S \operatorname{rot} \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = -\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS}_{\Phi_m}$$

MAGNETICKÝ TOK PLOCHOU **S**

$$\int_{\partial S} \vec{E} \cdot \vec{t} \cdot ds = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_m$$ FARADAYŮV INDUKČNÍ ZÁKON

UVAŽUJME STATICKÝ PŘÍPAD $\dot{\vec{E}} = 0$

$$\int_{\partial S} \vec{B} \cdot t \, ds = \int_S \operatorname{rot} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\int_{\partial S} \vec{B} \cdot \vec{t} \cdot ds = \mu_0 I$$ AMPERŮV ZÁKON

9.) ČASOVĚ PROMĚNNÁ ELEKTROMAGNETICKÁ POLE

9.1) DYNAMICKÉ POTENCIÁLY, KALIBRACE

MÁME DYNAMICKÉ POTENCIÁLY $\varphi(\vec{x};t)$, $\vec{A}(\vec{x};t)$ A $\vec{B}=\mathrm{rot}\,\vec{A}$. POTOM Z MAXWELLOVY ROVNICE VYPLÝVÁ $\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\dot{\vec{B}}$, ČASOVÁ DERIVACE VEKTOROVÉHO POTENCIÁLU PŘISPÍVÁ K ELEKTRICKÉMU POLI TAKTO:

$$\vec{B}=\mathrm{rot}\,\vec{A}\ ;\ \vec{E}=-\mathrm{grad}\,\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

DO ROVNICE $\mathrm{div}\,\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ DOSADÍM ZA $\vec{E}$ TO

$$\Delta\varphi+\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{div}\,\vec{A}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

A TO STEJNÉ PROVEDU I PRO ROVNICI $\frac{1}{\mu_0}\mathrm{rot}\,\vec{B}=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\vec{j}$

$$\Delta\vec{A}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\mathrm{grad}\underbrace{\left(\mathrm{div}\,\vec{A}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)}_{\text{LORENZOVA KALIBRACE}}=-\mu_0\vec{j}$$

A DOSTÁVÁME PRO POTENCIÁLY NEHOMOGENNÍ ROVNICE:

$$\boxed{\Delta\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}}\qquad\boxed{\Delta\vec{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu_0\vec{j}}$$

10.) ZÁKLADY TEORIE RELATIVITY

10.1, PRINCIPY.

PRINCIP RELATIVITY – PŘÍRODNÍ ZÁKONY PLATÍ VE VŠECH INERCIÁLNÍCH SOUSTAVÁCH, TYTO SOUSTAVY JSOU TAKOVÉ, KDE SE POHYB DĚJE KONSTANTNÍ RYCHLOSTÍ.

PRINCIP KONEČNÉ RYCHLOSTI ŠÍŘENÍ SIGNÁLU – RYCHLOST SVĚTLA JE KONEČNÁ A JE VŠECH INERCIÁLNÍCH SOUSTAVÁCH STEJNÁ.

SJEDNOCENÍ PRINCIPU RELATIVITY S PRINCIPEM KONEČNÉ RYCHLOSTI SE ŘÍKÁ EINSTEINOVÝM PRINCIPEM RELATIVITY

10.2, INTERVAL, VLASTNÍ ČAS

EMISE→ABSORBCE

SOUSTAVA K $\quad (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2+c^2(t_2-t_1)=0$

SOUSTAVA K' $\quad (x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2+(z_2'-z_1')^2+c^2(t_2'-t_1')=0$

ZAVEDU KVADRANT INTERVALU s_{12}^2

$$s_{12}^2=c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2$$

PRO INFINETIZIMÁLNĚ BLÍZKÉ UDÁLOSTI:

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2$$

PŘEDTÍM JSME PRACOVALI S ČASEM PŘÍBYJENÝM PŘIROZENĚ K PROSTORU. JE VHODNĚJŠÍ DEFINOVAT ČTYŘROZMĚRNÝ PROSTOROČAS TZV. MINKOWSKIHO PROSTOR.

ZAVEDU SUBSTITUCI

$$t_{12}=t_2-t_1 \qquad l_{12}=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$$

$$s_{12}^2=c^2t_{12}^2-l_{12}^2$$

UDÁLOST SE ODEHRÁLA V JEDNOM BODĚ

KDYŽ $l_{12}=0$ PAK $s_{12}^2=c^2t_{12}^2$ $\quad c^2t_{12}^2>0$ INTERVAL SE NAZÝVÁ ČASUPODOBNÝ

UDÁLOSTI NASTANOU SOUČASNĚ

KDYŽ $t_{12}=0$ PAK $s_{12}^2=-l_{12}^2$ $\quad -l_{12}^2<0$ INTERVAL SE NAZÝVÁ PROSTORUPODOBNÝ

$(t'_{12})_1 = 0$

V SOUSTAVĚ KTERÁ SE POHYBUJE S HMOTNÝM BODEM MŮŽEME DEFINOVAT VLASTNÍ ČAS.

$$t'_2 - t'_1 = \frac{1}{c}\int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} dt$$

POKUD BUDE RYCHLOST v KONSTANTNÍ, TAK DOSTAME VZTAH MEZI s A ČASEM t

$s_2 - s_1 = c\cdot\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,(t_2 - t_1)$ INFINITEZIMÁLNĚ $ds = c\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,dt$

10.3 LORENTZOVA TRANSFORMACE

$$\boxed{ct = \frac{ct' + \frac{v}{c}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad y = y' \quad ; \quad z = z'}$$

MÁME DVA KLASICKÉ PŘÍPADY POUŽITÍ:

1) MĚŘÍTKO S DVĚMA RYSKAMI x_2 A x_1 V SOUSTAVĚ K. JEJICHŽ VZDÁLENOST JE $\Delta x_0 = x_2 - x_1$. SOUŘADNICE JSOU URČOVÁNY VE STEJNÉM ČASE V SOUSTAVĚ K'. $t_1' = t_2'$ A VZDÁLENOST OBOU RYSEK JSOU $\Delta x = x_2' - x_1' = \Delta x_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, ŘÍKÁME TOMU KONTRAKCE DÉLEK

2) V SOUSTAVĚ K' V ČASECH t_1' A t_2' SE ODEHRAJÍ DVĚ UDÁLOSTI V JEDNOM MÍSTĚ $x_1' = x_2'$ $\Delta t_0 = t_2' - t_1'$. V SOUSTAVĚ K JE INTERVAL MEZI UDÁLOSTMI $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_0 / \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ ŘÍKÁME TOMU DILATACE ČASU

LORENTZOVU TRANSFORMACI MŮŽE ZAPSAT I V DIFERENCIÁLNÍM TVARU

$$c\,dt = \frac{c\,dt' + \frac{v}{c}dx'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad dy = dy' \quad dz = dz'$$

ABERACE SVĚTLA - ZAVEDU SUBSTITUCI $v_x = \frac{dx}{dt} = c \cdot \cos\vartheta$

$v_y = c \cdot \sin\vartheta$; $v_z = 0$; $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$; $\vec{v}' = \frac{d\vec{x}'}{dt'}$

A DOSTANEME VZTAH

$$\sin\vartheta = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c}\cos\vartheta'}\sin\vartheta'$$

10.4.) ČTYŘVEKTORY, ČTYŘTENZORY

ZAVEDEME TENZORY

METRICKÝ TENZOR (V MINKOWSKÉHO PROSTORU)

$$g_{ik} = g^{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A JEDNOTKOVÝ TENZOR

$$g^{i}{}_{k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

g_{ik} - KOVARIANTNÍ METRIKA
g^{ik} - KONTRAVARIANTNÍ METRIKA

KONTRAVARIANTNÍ A KOVARIANTNÍ TENZOR 4 ŘÁDU JE DEFINOVÁN JAKO:

$$\varepsilon^{iklm} = (\varepsilon^{0123} = 1) \qquad \varepsilon_{iklm} = (\varepsilon_{0123} = -1)$$

ČTYŘVEKTOR SOUŘADNIC

$$x^i = (x^0; x^1; x^2; x^3) = (ct; \vec{x})$$

$$x_i = (x_0; x_1; x_2; x_3) = (ct; -\vec{x})$$

METRIKA NÁM UDÁVÁ INVARIANTNÍ PROSTOROČASOVOU „DÉLKU" VEKTORU x^i

$$S^2 = g_{ik} x^i x^k = g^{ik} x_i x_k = x^i x_i = c^2 t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

PLATÍ $\quad x_i = g_{ik} x^k \qquad x^i = g^{ik} x_k$

MŮŽEME ZAPSAT LORENTZOVU TRANSFORMACI

$$x'^i = \Lambda^i{}_k x^k \qquad \Lambda^i{}_k = \begin{pmatrix} \gamma & \frac{v}{c}\gamma & 0 & 0 \\ \frac{v}{c}\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

10.5) ČTYŘRYCHLOST A ČTYŘZRYCHLENÍ

ČTYŘRYCHLOST $u^i = \dfrac{dx^i}{ds}$; $u^i = \left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} ; \dfrac{\vec{v}}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right)$

DEFINOVÁ Z DERIVACE
ČTYŘVEKTORU UDÁLOSTÍ ZE KTERÝCH SE SKLÁDÁ

$$u^i u_i = 1$$

ČTYŘZRYCHLENÍ

$$a^i = \frac{du^i}{ds} = \frac{d^2x^i}{ds^2} \qquad u^i a_i = 0$$

$$a^i = \left(\frac{\frac{v}{c^3}\frac{dv}{dt}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^2} ; \frac{\frac{dv}{dt}}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^2} ; 0 ; 0 \right)$$

11.) NÁBOJ V EMAG. POLI

11.1. POHYBOVÉ ROVNICE

ÚČINEK NABITÉ ČÁSTICE V EL.MAG. POLI:

$$S = -m \cdot c \int_a^b ds - e \int_a^b A_i \, dx^i$$

ZAVEDLI JSME ČTYŘPOTENCIÁL

$$A^i = \left(\frac{\varphi}{c} ; \vec{A} \right)$$

VYUŽIJEME HAMILTONOVU FUNKCI A LAGRANGEOVU FCI

$$H = \vec{p} \cdot \vec{v} - L$$

LAGRANGEOVA ROVNICE $\quad \frac{dp}{dt} = e\left(\vec{E} + \vec{v} \times B\right)$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Z TOHO NAKONEC DOSTANU POHYBOVÉ ROVNICE

$$mc \frac{du_i}{ds} = e \cdot F_{ik} u^k$$

A DEFINICI TENZORU ELEKTROMAG. POLE:

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}$$

11.2. TENZOR ELMAG. POLE

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E_x}{c} & \frac{E_y}{c} & \frac{E_z}{c} \\ -\frac{E_x}{c} & 0 & -B_z & B_y \\ -\frac{E_y}{c} & B_z & 0 & -B_x \\ -\frac{E_z}{c} & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \qquad F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{E_x}{c} & -\frac{E_y}{c} & -\frac{E_z}{c} \\ \frac{E_x}{c} & 0 & -B_y & B_y \\ \frac{E_y}{c} & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{E_z}{c} & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

LORENTZOVA TRANSFORMACE

$$F^{ik} = \Lambda^i_m \Lambda^k_n F'^{mn}$$

VÝSLEDEK TÉTO TRANSFORMACE VEDE NA:

$$E_x = E'_x \qquad E_y = \gamma(E'_y + v B'_z) \qquad E_z = \gamma(E'_z - v B_y)$$

$$B_x = B'_x \qquad B_y = \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c^2} E'_z\right) \qquad B_z = \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c^2} E'_y\right)$$

PŘI NERELATIVIST. PŘIBLÍŽENÍ $\frac{v}{c} = 0$ DOSTANEME:

$$\vec{E} = \vec{E}' - v \times \vec{B} \; ; \; \vec{B} = \vec{B}'$$

12.1 ZÁŘENÍ ZRYCHLENÝCH NÁBOJŮ

12.1, LIENARDŮV - WIECHERTŮV POTENCIÁL

ZJIŠŤUJEME POTENCIÁL POLE VYTVÁŘENÉHO JEDNÍM NÁBOJEM, KTERÝ SE POHYBUJE PO TRAJEKTORII $\vec{x}=\vec{x}_0(t)$

ČTYŘ POTENCIÁL

$$(A^\mu) = \left(\frac{\varphi}{c}\,;\,A\right) \underset{v=0}{=} \left(\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 c}\cdot\frac{1}{|x-x'|}\,;\,0\right)$$

$$c(t-t') = R(t') = |\vec{x}-\vec{x}_0(t')|$$

$$\vec{E} \simeq \frac{e\,\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad \vec{B} \simeq \frac{e\mu_0(\vec{n}\times\vec{n})}{4\pi R^2}$$

12.2, INTENZITA ZÁŘENÍ

POYNTINGŮV VEKTOR - ENERGIE PROCHÁZEJÍCÍ JEDNOTKOVOU PLOCHOU ZA JEDNOTKU ČASU.

$$S = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} = \varepsilon_0 c\cdot E^2\cdot\vec{n}$$

13. MAXWELLOVY ROVNICE V ČTYŘROZMĚRNÉ FORMULACI

13.1. ČTYŘROZMĚRNÝ VEKTOR PROUDU, ROVNICE KONTINUITY

$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{\frac{dQ}{dt}}{dS} = \frac{\frac{\rho \cdot dV}{dt}}{dS} = \rho \cdot \frac{dx^i}{dt} = (c\rho ; c v) = (c\rho ; j)$$

NÁBOJ KTERÝ NĚJAK UBYDE V NĚJAKÉM OBJEMU:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho \, dV = \oint \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho \, dV = \int \mathrm{div}\, \vec{j} \, dV$$

Z TOHO VYPLÝVÁ

$$\int \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV = 0$$

ROVNICE KONTINUITY:

$$\vec{\nabla} \cdot j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial j}{\partial x} = 0$$

13.2 HOMOGENNÍ MAXWELLOVY ROVNICE

POMOCÍ VZORCE PRO TENZOR F_{ik}

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}$$

POMOCÍ POTENCIÁLŮ DOSTANEME VZTAH:

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0$$

POUŽIJEME PSEUDO VEKTOR

$$\frac{1}{2}\varepsilon^{iklm}\frac{\partial F_{lm}}{\partial x^k} = \frac{\partial F^{*ik}}{\partial x^k} = 0$$

PLYNE Z TOHO TO ŽE MAGNETICKÉ POLE MÁ NEZŘÍDLOVÝ CHARAKTER

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

13.3, NEHOMOGENNÍ MAXWELLOVY ROVNICE

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = \mu_0 j^i$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{j}$$

13.4, TENZOR ENERGIE - IMPULZU

HUSTOTA ENERGIE

$$w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon\vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0}\vec{B}^2\right)$$

POYNTINGŮV VEKTOR

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

TENZOR NAPĚTÍ

$$\sigma_{\alpha\beta} = \varepsilon_0 E_\alpha \cdot E_\beta + \frac{1}{\mu_0} B_\alpha B_\beta - w\delta_{\alpha\beta}$$

TENZOR ENERGIE - IMPULZU

$$T^{ik} = \begin{pmatrix} w & \frac{1}{c}S_\beta \\ \frac{1}{c}S_\alpha & -\sigma_{\alpha\beta} \end{pmatrix}$$

14.) ELEKTRICKÉ VLNY

14.1.) VLNOVÁ ROVNICE

MAXWELLOVY VE VAKUU $\rho = 0$; $\vec{j} = 0$

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = 0 \qquad F^{ik} = g^{ij} g^{kl} \left(\frac{\partial A_l}{\partial x^j} - \frac{\partial A_j}{\partial x^l} \right)$$

$$g^{ij} \left(\frac{\partial^2 A^k}{\partial x^j \partial x^k} \right) - g^{kl} \frac{\partial^2 A^i}{\partial x^k \partial x^l} = 0$$

PODLE LORENTZOVY KALIBRAČNÍ PODMÍNKY $\frac{\partial A^k}{\partial x^k} = 0$

DOSTANEME ROVNICI:

$$-g^{kl} \frac{\partial^2 A^i}{\partial x^k \cdot \partial x^l} = 0$$

VYUŽIJEME d'ALEMBERTŮV OPERÁTOR

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

POTOM DOSTANEME

$$\Box \varphi = 0 \qquad \Box \vec{A} = 0 \qquad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

VLNOVÉ ROVNICE SPOLU S KALIBRAČNÍ PODMÍNKOU JSOU EKVIVALENTNÍ MAXWELLŮM PRO VOLNÉ ELMAG. POLE.

14.2) ROVINNÁ MONOCHROMATICKÁ VLNA

HLEDÁME ŘEŠENÍ VE TVARU ROVINNÉ VLNY => ČTYŘVEKTOR NÁSOBENÝ KOMPLEXNÍ JEDNOTKOU

$$A^i = \mathrm{Re}\{a^i \exp(i k_j x^j)\} \qquad k_i k^i = 0 \quad k_i a^i = 0$$

ZAPÍŠEME ČTYŘVEKTOR IMPULZU:

$$k^i = \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k} \right), \quad \vec{k} = \frac{\omega}{c} \cdot \vec{n} \qquad \vec{n}^2 = 1$$

VYUŽIJEME DOPLERŮV JEV:

$$k^0_{(0)} = \frac{k^0 - \frac{v}{c} k^1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \; k^0_{(0)} = \frac{\omega_{(0)}}{c} \quad k^0 = \frac{\omega}{c}$$

$$k^1_{(0)} = \frac{k^1 - \frac{v}{c} k^0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \; k^1_{(0)} = \frac{\omega_{(0)}}{c} \cos\alpha_{(0)} \quad k^1 = \frac{\omega}{c} \cos\alpha$$

DOSADÍM A DOSTANU

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos\alpha}$$

16.) INDEX LOMU

POUŽIJEME POLARIZOVATELNOST $\alpha(\omega)$ JAKO KONSTANTU ÚMĚRNOSTI VE VZTAHU MEZI EL. POLEM A DIPÓLOVÝM MOMENTEM $\vec{p}$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{e}{m}\vec{E}_{loc}\exp(-i\omega t)$$

POTOM JE DIPÓLOVÝ MOMENT ROVEN

$$\vec{p} = \varepsilon_0\alpha(\omega)\vec{E}_{loc}$$

A POLARIZOVATELNOST

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m \omega_0}\frac{1}{\omega_0^2 - i\gamma\omega - \omega^2}$$

POLARIZACE JE ROVNA $\vec{P} = N\cdot\vec{p}$

DIP. MOMENT

PRO DIELEKTRIKA UVAŽUJEME O VÁZANÝCH NÁBOJÍCH UVNITŘ KULOVÉ DUTINY PRO POLARIZACI PLATÍ

$$\vec{P} = \frac{N\alpha}{1-\frac{1}{3}N\alpha}\varepsilon_0\vec{E}$$

A INDEX LOMU JE

$$n^2 = 1 + \frac{N\alpha}{1-\frac{1}{3}N\cdot\alpha}$$

CLAUSIUS-MOSOTTI VZTAH

$$3\cdot\frac{n^2-1}{n^2+2} = N\alpha$$

VE VODIČI S VOLNÝMI ELEKTRONY

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega\omega_p^2\frac{\varepsilon_0}{\sigma}} \qquad \omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}$$

PLAZMOVÁ FREKVENCE