1?

STRUKTURA A KINEMATIKA GALAXIÍ

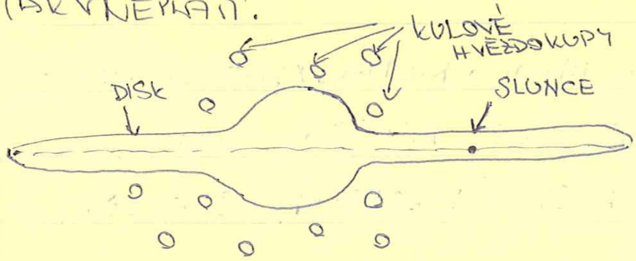
- SPIRÁLNÍ RAMENA VZNIKAJÍ DÍKY GRAVITAČNÍ NESTABILITĚ.

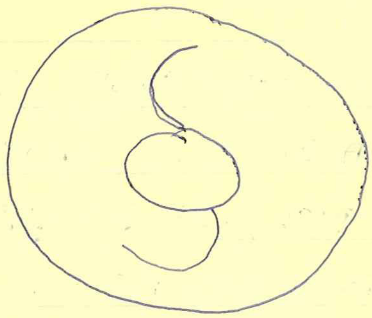
ROZDÍL MEZI HVĚZDOKUPOU A GALAXIÍ

- HVĚZDOKUPY JSOU SOUČÁSTÍ GALAXIÍ, OBÍHAJÍ V GRAV. POLI GALAXIE, KTERÁ JE MNOHONÁSOBNĚ HMOTNĚJŠÍ.

POKUD JDE O POČET GALAXIÍ, TAK DOMINUJÍ TRPASLIČÍ GALAXIE (NEPRAVIDELNÉ, ELIPTICKÉ ...). JSOU MNOHEM MENŠÍ NEŽ NAŠE GALAXIE. OBÍHAJÍ KOLEM NÍ A TVOŘÍ JEJÍ SATELITY.

NORMÁLNĚ MAJÍ GALAXIE VÍCE ČLENŮ NEŽ HVĚZDOKUPY, ALE PŘI SROVNÁNÍ HVĚZDOKUP A TRPASLIČÍCH GALAXIÍ, TAK UŽ TO TAK MOC NEPLATÍ.





NEVÍME PŘESNĚ, KOLIK MÁ NAŠE GALAXIE RAMEN (POLOHA SLUNCE, EXTINKCE). V GALAXII MÁME ASI 150 KULOVÝCH HVĚZDOKUP, HMOTNOSTI SE POHYBUJÍ KOLEM $10^4 \sim 10^6\ M_\odot$ (HMOT. SLUNCE). NEJLEHČÍ TRPASLIČÍ GALAXIE, KTERÉ ZNÁME JSOU ASI $10^3 \sim 10^4\ M_\odot$.

TĚŽKÉ MĚŘENÍ HMOTNOSTI U GALAXIÍ, DÍKY TEMNÉ HMOTĚ. A U TRPASLIČÍCH GALAXIÍ SE ZDÁ (POKUD OPRAVDU EXISTUJE TEMNÁ HMOTA) TAK ONI OBSAHUJÍ VELKÉ MNOŽSTVÍ TEMNÉ HMOTY, MNOHEM VÍC NEŽ VELKÉ GALAXIE. TRPASLIČÍ GALAXIE NEMAJÍ ŽÁDNÉ SATELITY (NEMŮŽEME TEDY ZJISTIT JEJICH HMOTNOST PODLE JEJICH RYCHLOSTI)

ZJIŠŤUJEME PAK HMOTNOST NEPŘÍMO, MĚŘÍME POTOM JEJICH SVÍTIVOST. NEJMENŠÍ SVÍTIVOSTI JSOU KOLEM $L = 100 L_\odot$. KDYŽ ALE UDĚLÁME ROZBOR POHYBŮ HVĚZD (MĚŘÍME SPEKTRA JEDNOTLIVÝCH HVĚZD) V TRPASLIČÍ GALAXII A Z TOHO ODHADNEME JEJÍ HMOTNOST $\approx 10^3 \sim 10^4 M_\odot$ POTOM MŮŽE UDĚLAT POMĚR:

$$\frac{M}{L} = 100 \sim 1000 \frac{M_\odot}{L_\odot}$$

NA JEDNOTKU HMOTNOSTI ZÁŘÍ TRPASL. GALAXIE 100 KRÁT AŽ 1000 KRÁT MÉNĚ NEŽ SLUNCE, SLUNCE JE PRŮMĚRNÁ HVĚZDA.

INTERPRETACE JE POTOM TAKOVÁ, ŽE VĚTŠINU HMOTY V TRPASLIČÍ GALAXII TVOŘÍ TEMNÁ HMOTA.

GALAXIE JE OBJEKT, KTERÝ VZNIKNUL KOLAPSEM BARIONOVÉ HMOTY DO ZHUSTKU TEMNÉ HMOTY.

KULOVÉ HVĚZDOKUPY TEMNOU HMOTU NEMÁ. NAŠE GALAXIE S HALEM TEMNÉ HMOTY MÁ VELIKOST ASI 200-300 kpc, ALE DISK, KDE JSOU HVĚZDY A SVÍTÍ KLASICKÝM SVĚTLEM MÁ POLOMĚR ASI 20-30 kpc.

Λ CDM (COLD DARK MATTER)
LAMBDA (H) (W)

Λ - SYMBOL PRO TEMNOU ENERGII (DŘÍVE ZAVEDENO JAKO KOSMOLOGICKÁ KONSTANTA).

2

NEWTONOVA ROVNICE PRO GRAVITACI

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi \cdot G \cdot \rho$$

LAPLACEOVA ROVNICE (LINEÁRNÍ A SKALÁRNÍ)

$$\vec{F} = -\nabla \cdot \Phi$$

EINSTEINOVY ROVNICE

- TENZOROVÉ ROVNICE (TENZORY DRUHÉHO ŘÁDU A JEJICH DERIVACE) A JSOU NELINEÁRNÍ (NELZE SEČÍST GRAVITAČNÍ POLE OD DVOU RŮZNÝCH OBJEKTŮ A NAVÍC JICH OBECNĚ JE <u>10</u>.
- POKUD ROVNICE APLIKUJEME NA HOMOGENNÍ A IZOTROPNÍ PROSTŘEDÍ (PRO VESMÍR) TAK ZBYDOU JEN <u>2</u> ROVNICE, KTERÉ JSOU POMĚRNĚ JEDNODUŠE ŘEŠITELNÉ.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$

KOSMOLOGICKÁ KONSTANTA

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

HUSTOTA VEŠKERÉ HMOTY, KTERÁ SE PODÍLÍ NA GRAVITACI (BARYONOVÁ HMOTA, ZÁŘENÍ ...)

a - ŠKÁLOVACÍ FAKTOR (NEMÁ ROZMĚR), SOUVISÍ SE VZDÁLENOSTÍ. VZDÁLENOST ~~MEZI~~ MEZI GALAXIEMI BĚHEM VÝVOJE VESMÍRU ROSTOU ÚMĚRNĚ S RŮSTEM ŠKÁLOVACÍHO FAKTORU.

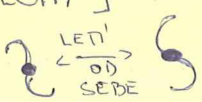
ČTYŘINTERVAL

$$ds^2 = c^2 dt - \sum dx_i^2$$

$$ds^2 = c^2 dt + a^2(t)\,[dA^2]$$

PLOVOUCÍ SOUŘADNICE, LETÍ S GALAXIEMI
PRO DANOU GALAXII SE NEMĚNÍ

$\lambda_2; \Theta_2; \varphi_2$



$\lambda_1; \Theta_1; \varphi_1$

SCHOVANÉ PLOVOUCÍ SOUŘADNICE

PRO DVĚ GALAXIE SE JEJICH $[dA^2]$ NEMĚNÍ, ALE VE SKUTEČNOSTI JE NÁSOBENA a (ZÁVISLÉ NA ČASE) A VZDÁLENOST SE MĚNÍ. POTŘEBUJEME ZNÁT ~~Z~~ ŘEŠENÍ EINSTEINOVÝCH ROVNIC PRO ŠKÁLOVACÍ FAKTOR,

KTERÝ JE ZÁVISLÝ NA ČASE. K TOMU POTŘEBUJEME ZNÁT HUSTOTNÍ OBSAH VESMÍRU (Z ČEHO JE TVOŘENA. HUSTOTA VE VESMÍRU), JAKÝ JE TLAK A JAKÁ JE KOSMOLOGICKÁ KONSTANTA.

PŘEDPOKLAD - VE VESMÍRU NEMÁME ŽÁDNOU BARIONICKOU HMOTU ANI ZÁŘENÍ, POTOM MŮŽEME NAPSAT

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda}{3} \Rightarrow a(t) = a_0 \cdot e^{\pm\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\,t}$$

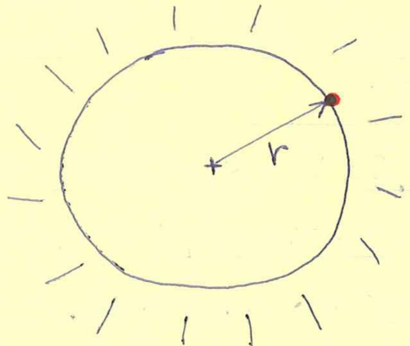
$$\boxed{a(t) = a_0 \cdot e^{+\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\,t}}$$

ZRYCHLENÁ EXPANZE VESMÍRU

ZJIŠTĚNO AŽ V 1999 ZE SUPERNOV Ia

ODVOZENÍ 1. EINSTEINOVY ROVNICE (FRIEDMANOVY ROVNICE)

- PŘEDSTAVÍME SI HOMOGENÍ VESMÍR, VE KTERÉM SI VYMEZÍME SFÉRICKOU OBLAST. PŘEDSTAVÍME SI, ŽE CELÝ TENTO HOMOGENÍ VESMÍR EXPANDUJE, HUSTOTA TEDY BUDE KLESAT S ČASEM



PRO NEWTONOVSKOU GRAVITACI PLATÍ:

$$\ddot{\vec{r}} = -\nabla \phi \quad \leftarrow \text{POTENCIÁL}$$

$$\ddot{r} = -\frac{d\phi}{dr} = -\frac{G \cdot M(r)}{r^2}$$

NEWTONŮV THEORÉM - TÍM CO PŮSOBÍ NA ČÁSTICI Z VENKU NÁS NEZAJÍMÁ JEN TO CO JE UVNITŘ POLOMĚRU.

VNITŘEK KOULE PŮSOBÍ NA ČÁSTICI NA JEJÍM OKRAJI JAKO BYCHOM CELOU KOULI SMRSKLI DO MALÉHO BODU. POTOM MOHU NAPSAT

JSME ZVYKLI NA: $m \cdot \ddot{\vec{r}} = F = -m\nabla\phi$

$$\ddot{r} = \frac{G \cdot M(r)}{r^2}$$

3.

PRO HMOTNOST PLATÍ:

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi \cdot \rho \cdot r^3$$

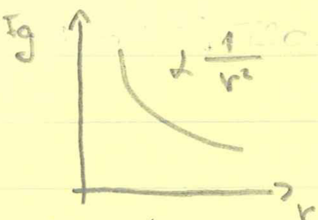
A DOSADÍM ZPÁTKY

$$\ddot{r} = -\frac{G \cdot M(r)}{r^2} = -\frac{4\pi \cdot G}{3} \cdot \rho \cdot r \quad /:r$$

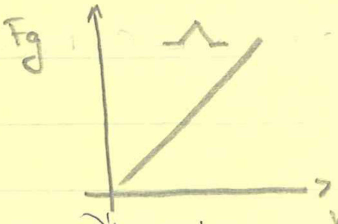
PODĚLÍM r ABY TO PŘIPOMÍNALO 1. EINST. ROVNICI.

$$\boxed{\frac{\ddot{r}}{r} = -\frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot \rho + \frac{\Lambda}{3}}$$

GRAVITAČNÍ POLE NENÍ DÁNO POUZE HUSTOTOU, ALE I TLAKEM.



U HMOTNÉHO BODU KLESÁ SÍLA SE ČTVERCEM VZDÁLENOSTI.



ČÍM MÁM GALAXIE OD SEBE DÁL TÍM JE TA SÍLA VĚTŠÍ

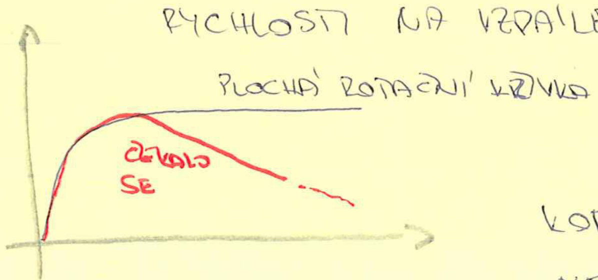
C - COLD D - DARK M - MATTER

(H - HOT)

(W - WARM)

CO VEDLO KE KONCEPTU TEMNÉ HMOTY?

- 1930 MĚŘENÍ POHYBU GALAXIÍ V GALAKTICKÝCH KUPÁCH
- 1970 (NA PŘELOMU 60-70 LET), MĚŘENÍ ROTAČNÍCH RYCHLOSTÍ HVĚZD A PLYNU VE SPIRÁLNÍCH GALAXIÍ VÝSLEDKEM TĚCHTO MĚŘENÍ JE ZÁVISLOST KRUHOVÉ RYCHLOSTI NA VZDÁLENOSTI OD CENTRA.



$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

K OKRAJI TO MĚLO KLESAT, ALE NEKLESALO.

Z TERMODYNAMIKY U PLYNU (KDYŽ JE V ROVNOVÁZE MŮŽEME DEF. TERMODYNAMICKOU TEPLOTU).

STŘEDNÍ KV. RYCHLOST TOHOTO PLYNU Z TOHO VYCHÁZÍM.

POKUSÍM SE O ANALOGII MEZI ATOMY PLYNU A HVĚZDAMI V GALAXII. PROBLÉM, ALE SE ZAVEDENÍM TEPLOTY. MŮŽEME, ALE ZAVÉST STŘEDNÍ KVADRATICKOU RYCHLOST, MŮŽEME JI MĚŘIT.

$$\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

KDYŽ BUDE MALÝ ROZPTYL RYCHLOSTÍ, ČÁSTICE SE POHYBUJÍ MALOU RYCHLOSTÍ => SYSTÉM CHLADNÝ. NAOPAK, KDYŽ BUDE ROZPTYL VELKÝ PAK SYSTÉM JE HORKÝ. VELKÁ RYCHLOST $\sigma \sim c$ (PAK NEUTRINA) => HORKÁ TEMNÁ HMOTA. $\sigma \ll c$ NÍZKÉ RYCHLOSTI (CHLADNÁ TEMNÁ HMOTA.

4.)

FRIDMANNOVY ROVNICE - EXPANZE VESMÍRU

PRO PŘIPOMENUTÍ:

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$

PRO HUBBLEOVU KONSTANTU PLATÍ PROVÁZANOST S TOUTO FRIDMANOVOU ROVNICÍ: $H = \frac{\dot a}{a}$

HUBBLEOVA KONSTANTA – POJMENOVÁNA PODLE AM. ASTRONOMA EDWINA HUBBLA, KTERÝ VE 20. LETECH MĚŘIL ~~RYCH~~ RUDÉ POSUVY GALAXIÍ. MĚŘIL POLOHY SPEKTRÁLNÍCH ČAR:

SPEK. ČÁRA GAL. →

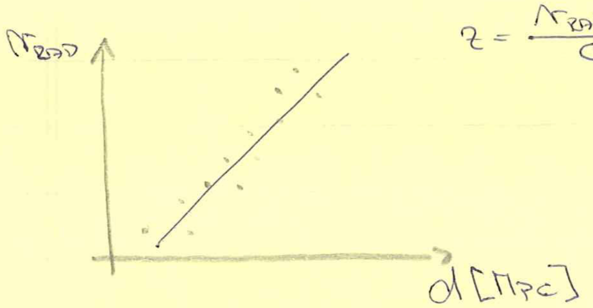
$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

LABORATORNÍ SPEK. ČÁRA

Z TOHO ODVODIL RAD. RYCHL. GALA. VŮČI NÁM

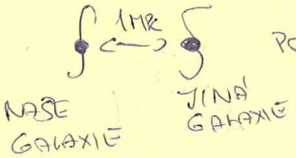
PRO MALÉ RYCHLOSTI PLATÍ:

$$z = \frac{v_{RAD}}{c}$$



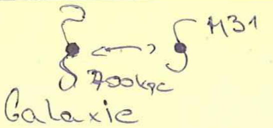
Z TOHO POTOM ZÍSKAL VZTAH $H = \frac{v}{d}$, ČÍM JE GALAXIE OD NÁS DÁL TÍM MÁ VĚTŠÍ RADIÁLNÍ RYCH.

SVOU PRÁCI PUBLIKOVAL V ROCE 1929, HUBBLEŮV PLATÍ PRO RELATIVNĚ KRÁTKÉ VZDÁLENOSTI (PŘIBLIŽNĚ PRO Gpc). NAMĚŘIL TEHDY HODNOTU 500 $km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}$ (VŠECHNY NEBYLI GALAXIE)



POTOM SE JINÁ GALAXIE OD NÁS VZDALUJE RYCHLOSTÍ 70 $km\,s^{-1}$.

NAŠE LOKÁLNÍ SKUPINA (LOCAL GROUP)



PŘIBLIŽUJÍ SE, NELZE NA TO POUŽÍT HUBBLEŮV VZTAH.

I KDYŽ TO NEZMĚŘIL PŘESNĚ, TAK MYŠLENKA BYLA SPRÁVNÁ A TO, ŽE GALAXIE SE OD NÁS VZDALUJÍ A VESMÍR SE ROZPÍNÁ.

PŘESNÁ DEFINICE HUBBLEOVY KONSTANTY PLATÍ:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

$a(t)$ ŠKÁLOVACÍ FAKTOR - BEZROZMĚRNÁ VELIČINA, VZDÁLENOSTI VE VESMÍRU JSOU MU ÚMĚRNÉ.

a_0 - ŠKÁLOVACÍ FAKTOR DNES

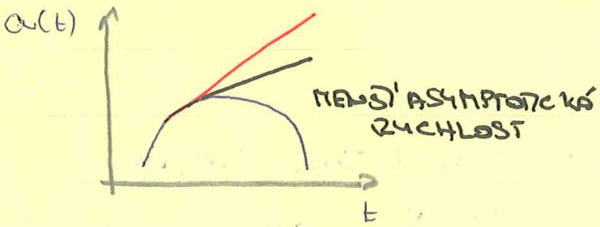
$a(t)$ - ŠKÁLOVACÍ FAKTOR V MINULOSTI

$$\frac{a_0}{a(t)} = 3$$

V MINULOSTI, V ČASE t BYLY VZDÁLENOSTI MEZI GALAXIEMI 3x MENŠÍ NEŽ JSOU DNES

KRITICKÁ HUSTOTA VESMÍRU

POKUD BY HUSTOTA VESMÍRU MENŠÍ NEŽ KRITICKÁ HUSTOTA, VESMÍR BY SE ZHROUTIL V KONEČNÉM ČASE.



DEFINICE KRITICKÉ HUSTOTY BEZ $\frac{1}{3}$

GEOMETRIE PROSTORU

k - KŘIVOST VESMÍRU -1, 0 ← (PLOCHÝ PROSTOR) (EUKLIDOVSKÝ), 1

BUDEME POČÍTAT PRO $k=0$ A DOSADÍM H DO FRIDMANOVY ROVNICE

$$H^2 = \frac{8\pi \cdot G}{3}\rho_{krit}$$ VYJÁDŘÍM ρ_{krit} $$\boxed{\rho_{krit} = \frac{3 \cdot H^2}{8\pi G}}$$

POKUD JE HUSTOTA VESMÍRU VĚTŠÍ NEŽ ρ_{krit} TAK VESMÍR BUDE NEUSTÁLE EXPANDOVAT, KDYŽ NE, TAK SE V KONEČNÉM ČASE ZHROUTÍ.

5.

Ω_Λ ; Ω_{MATTER} ; Ω_{DM} PARAMETRY

- JE TO VYJÁDŘENÍ HUSTOTY NĚJAKÉ SLOŽKY VE VESMÍRU VŮČI TÉ KRITICKÉ HODNOTĚ.

ρ_i – BARYONY, TEMNÁ HMOTA, ZÁŘENÍ

$$\Omega_M = \frac{\rho_{MATTER}}{\rho_{KRIT}} \; ; \; \Omega_R = \frac{\rho_{RADIATION}}{\rho_{KRIT}} \; ; \; \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{KRIT}}$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\Lambda) \quad /: H^2$$

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi \cdot G}$$

KOSMOLOGICKÉ Ω PARAMETRY POUŽIJEME V 1. FRIDMANOVĚ ROVNICI

$$1 = \underbrace{-\frac{k}{a^2 \cdot H^2}}_{\Omega_k} + \underbrace{\frac{\rho_M}{\rho_{KRIT}}}_{\Omega_M} + \underbrace{\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{KRIT}}}_{\Omega_\Lambda}$$

Ω_M – MŮŽE BÝT JEN PRO HMOTU, NEBO TAKY PRO HMOTU A ZÁŘENÍ

KŘIVOST VESMÍRU JE VELICE BLÍZKO 0, TAKŽE BY MĚL BÝT PLOCHÝ A $\Omega_k = 0$

$$1 = \Omega_k + \Omega_{MATTER} + \Omega_\Lambda + \Omega_R$$

PRO HMOTU (Ω_{MATTER}); PRO ZÁŘENÍ (Ω_R) VYTÁHNUTO Z $\Omega_M = \Omega_{MATTER} + \Omega_R$

ORIENTAČNĚ PRO RŮZNÁ Ω PLATÍ

$$\boxed{\begin{aligned} &\Omega_\Lambda \sim 0{,}7 \\ &\Omega_{MATTER} \sim 0{,}3 \\ &\Omega_R \ll \Omega_{MATTER} \end{aligned}}$$

V RANNÝCH FÁZÍCH VESMÍRU $\Omega_R \geq \Omega_{MATTER}$

PLOCHÝ VESMÍR => DÍKY INFLACI

TERMODYNAMIKA & 2. FRIDMANOVA ROVNICE

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

VYUŽIJEME JEŠTĚ 1. VĚTU TERMODYNAMICKOU

$$dU + p\,dV = 0$$ (VESMÍR SE ROZPÍNÁ ADIABATICKY $\delta Q = 0$)

dU – VNITŘNÍ ENERGIE

$U = \rho \cdot V$ ← OBJEM

↑ HUSTOTA VNITŘNÍ ENERGIE

~~ZA~~ TENTO VZTAH DOSADÍME DO 1. VĚTY TERMODYNAMICKÉ

$$d(\rho \cdot V) + p\,dV = 0$$

$$\rho\,dV + V\,d\rho + p\,dV = 0$$

$$(p + \rho)\,dV + V\,d\rho = 0$$

ZA OBJEM NYNÍ DÁM $\underline{a^3}$

$V \propto a^3(t)$

$$3(\rho + p)\,a^2\,da + a^3\,d\rho = 0$$

Z TÉTO ROVNICE NYNÍ POTŘEBUJEME DOSTAT ZÁVISLOST $\underline{\rho}$ NA $\underline{a}$

$$\frac{d\rho}{3(\rho + p)} = -\frac{da}{a}$$

TEĎ POTŘEBUJEME STAVOVOU ROVNICI NAPŘ. $pV = nRT$. PROSTĚ NĚJAKOU ZÁVISLOST TLAKU $\underline{p}$ NA HUSTOTĚ ρ $\boxed{p(\rho)}$

$$\cancel{\frac{d\rho_R}{\rho_R} = -4 \ln a}$$

$$\cancel{\ln \rho = -4 \ln a}$$

NYNÍ SI VEZMEME OBYČEJNOU NERELATIVISTICKOU HMOTU V KONTRASTU K NÍ BUDEME UVAŽOVAT I RELATIVISTICKOU HMOTU ⇒ ZÁŘENÍ (FOTONY, NA POČÁTKU VESMÍRU I DALŠÍ ČÁSTICE):

$$p_R = \frac{1}{3} \rho_R$$

↑ HUSTOTA ENERGIE

DOSADÍM DO VZTAHU:

$$\frac{d\rho}{3 \cdot (\rho_R + \frac{1}{3}\rho_R)} = -\frac{da}{a}$$

$$\frac{d\rho}{4\rho_R} = -\frac{da}{a}$$

$$\ln \rho_R = -4 \ln a$$

$$\rho_R = \frac{1}{a^4}$$

HUSTOTA ENERGIE ZÁŘENÍ PŘI EXPANZI KLESÁ SE 4 MOCNINOU ŠKÁLOVACÍHO FAKTORU.

(6.)

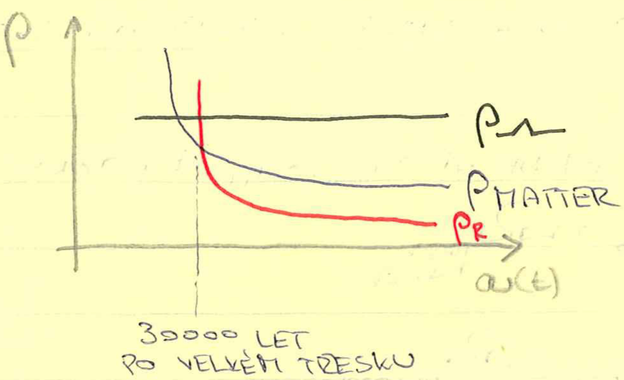
NYNÍ PRO NERELATIVISTICKOU HMOTU (PROTONY & NEUTRONY ...)

STAVOVÁ ROVNICE TÉHLE HMOTY $p_M \cong 0$ PROČ TO MŮŽEME POLOŽIT ROVNO NULE SOUVISÍ S TÍM

$$\frac{d\rho_{MATTER}}{3\rho_{MATTER}} = -\frac{da}{a}$$

$$\rho_{MATTER} \cong \frac{1}{a^3}$$

JAKÝ MAJÍ TYTO VZTAHY DŮSLEDEK PRO VESMÍR



KDYŽ SI ZNOVU ZAPÍŠEME FRIDMANOVU ROVNICI A BUDEME JI CHTÍT VYŘEŠIT V DOBĚ KDY DOMINOVALO ZÁŘENÍ $\rho_R \geq \rho_{MATTER}$ ÉRA ZÁŘENÍ

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_R + \rho_{MATTER}\right) \dots \frac{\Lambda}{3}$$

JAK JE TO S ρ_Λ (KOSMOLOGICKÉ KONSTANTĚ / TEMNÉ ENERGII)

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\left(\rho + \rho_\Lambda\right)$$

$\rho_\Lambda = KONST.$

NYNÍ ~~NÁVRAT K TOMU ABY~~ SE PODÍVÁME NA TO JAK BY VYPADALA STAVOVÁ ROVNICE KDYBY $\rho_\Lambda = KONST.$, ZPÁTKY DO TERMODYNAMIKY.

$$3\cdot(\rho_\Lambda + p)\,da + a\cdot d\rho = 0$$

POKUD $\rho_\Lambda = KONST.$

$$\underbrace{3\cdot(\rho_\Lambda + p)\frac{da}{dt}}_{\rho_\Lambda = -p_\Lambda} + \underbrace{(a(t))\frac{d\rho}{dt}}_{0} = 0$$

PAK $\frac{d\rho}{dt} = 0$

$\rho_\Lambda = -p_\Lambda$

NYNÍ TO VŠE DOSADÍME DO FRIDMANOVY ROVNICE:

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

~~2.~~ $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho_\Lambda + \rho_M + \dots + 3p_\Lambda + 3p_M \dots\right)$$

$$\rho_\Lambda + 3p_\Lambda = \rho_\Lambda - 3\rho_\Lambda = -2\rho_\Lambda$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = +\frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda$$

SOUČASNÁ POZOROVÁNÍ SE ZABÝVAJÍ TÍM ZE ZKOUMAJÍ ZDA ρ_Λ JE ZÁVISLÉ NA ČASE NEBO NE. K TOMU MĚŘÍME RELIKTNÍ ZÁŘENÍ. ZÁKON ZACH. ENERGIE V GLOBÁLNÍM VESMÍRU NEPLATÍ

SONDA WMAP

Z ČEHO JE SLOŽENÁ TEMNÁ HMOTA, Ω_M JE MOŽNÉ ROZDĚLIT

$$\Omega_M = \Omega_{VISIBLE} + \Omega_{DARK\ MATTER}$$

$$\Omega_M = \Omega_{BARYONICKÝ} + \Omega_{NE\text{-}BARYONICKÁ}$$

Z NUKLEOSYNTÉZY VELKÉHO TRESKU VÍME ŽE PŘEDPOVÍDÁ JAKÁ MŮŽE BÝT HUSTOTA ENERGIE BARYONŮ, Z NUKLEOSYNTÉZY NÁM VYCHÁZÍ TENTO VZTAH:

$$\Omega_{BAR} \cdot h^2 \sim 0{,}02$$

$$h = \frac{H}{100} = 0{,}7 \qquad h^2 \approx 0{,}5$$

$$\underline{\Omega_{BAR} = 0{,}04}$$

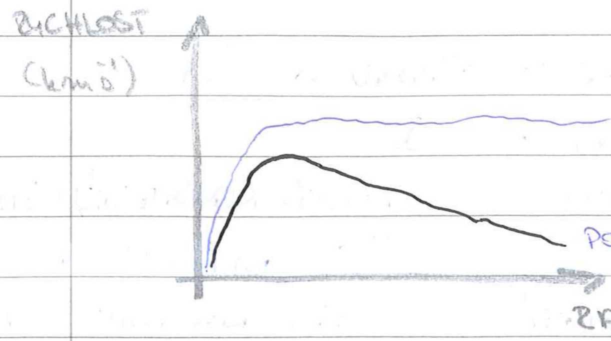
Z MĚŘENÍ HUBBLEOVY KONSTANTY V KOMBINACI S NUKLEOSYNTÉZOU PO VELKÉM TRESKU VYPLÝVÁ $\underline{\Omega_{BAR} = 0{,}04}$ 4% KRITICKÉ HUSTOTY

$\Omega_M = 0{,}3$ 30%, VIDÍME ASI 1/10 NEVÍME KDE JE ZBYTEK

Z POROVNÁNÍ TĚCHTO DVOU ČÍSEL VYPLÝVÁ ŽE $\Omega_{NE\text{-}BARYONY} = \underline{0{,}26}$

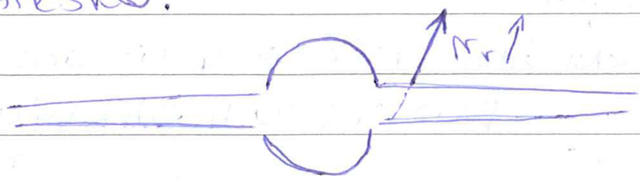
7.

ZNOVU ROTAČNÍ KŘIVKA - OBECNĚ JE TO RADIÁLNÍ ZÁVISLOST KRUHOVÉ RYCHLOSTI PRO GRAVITAČNÍ POLE.



POUZE PRO HVĚZDY (PLYN DÁVÁ MENŠÍ ROT. RYCHLOST, NEŽ HVĚZDY)

POZOROVATEL MĚŘÍ RADIÁLNÍ RYCHLOSTI PODÉL ZORNÉHO PAPRSKU.

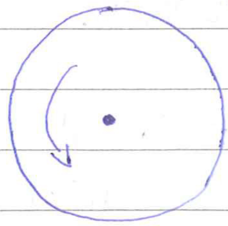


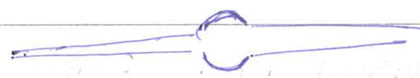
v_{LOS} - LINE OF SIGHT, NAMĚŘÍ JI POZOROVATEL, INTEGRACE PODÉL ZORNÉHO PAPRSKU.

POZOROVATEL V GALAXII POZORUJE POD URČITÝM ÚHLEM, INTEGRUJE PODÉL ZORNÉHO PAPRSKU. MÍSTA KTERÁ TAKTO MĚŘÍ SE POHYBUJÍ VŮČI GALAXII, KTEROU MĚŘÍ, (VŮČI TOMU POZOROVATELI (COŽ NENÍ ZROVNA TRIVIÁLNÍ). JAK SE TÉ INTEGRACE PODÉL ZORNÉHO PAPRSKU ZBAVÍME? BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE MĚŘÍME RYCHLOSTI VE SPIRÁLNÍCH GALAXIÍ A TY JSOU V PRVNÍM PŘIBLÍŽENÍ DOSTATEČNĚ TENKÉ NA TO, ŽE TU INTEGRACI MŮŽEME ZANEDBAT.

MĚŘENÍ SKLONU GALAXIE (SPIRÁLNÍ)

POLE ON (FACE ON) POHLED



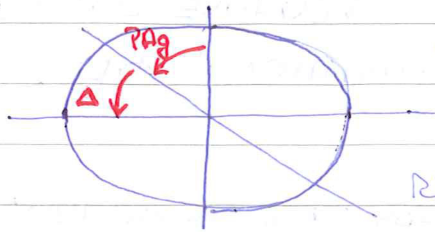


EDGE ON

INKLINACE $I = 0°$ $\quad I \in \langle 0°; 90° \rangle \quad I = 90°$
(NÁKLON)

BUDEME NYNÍ PŘEDPOKLÁDAT, ŽE OBJEKTY GALAXII OBÍHAJÍ PO KRUŽNICI. ZJISTĚME, JAK SPOLU SOUVISÍ RYCHLOST CO NAMĚŘÍ POZOROVATEL A ~~PO~~ S TOU TEORETICKOU RYCHLOSTÍ KTEROU NÁM DÁVÁ GRAVITAČNÍ POLE (v_c - TEORETICKÁ).

SKLONÍME GALAXII O ÚHEL I



MUSÍME PROVÉST OPRAVU O $\sin I$

$$v_{LOS} = v_{c}(r) \cdot \sin I$$

$\sin 90° =$ EXTRÉMNÍ PŘÍPAD

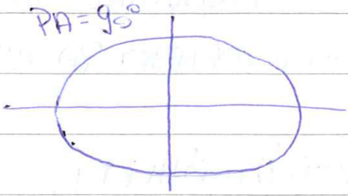
$\sin 0° =$ NENAMĚŘÍM ŽÁDNÉ RYCHLOSTI, RYCHLOSTI JSOU KOLMÉ NA NÁŠ ZORNÝ PAPRSEK

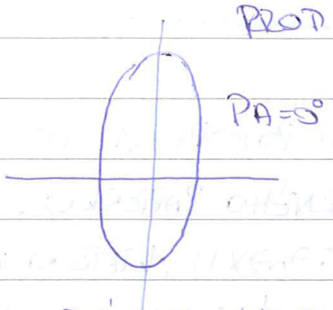
VZTAH MEZI TEORETICKOU KRUHOVOU RYCHLOSTÍ A RYCHLOSTÍ VŮČI POZOROVATELI:

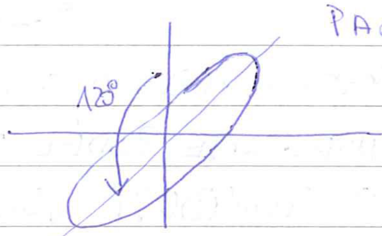
$$v_{LOS} = v_c \cdot \sin I \cdot \cos \Delta PA$$

POZIČNÍ ÚHEL - MĚŘÍ SE NA OBLOZE OD SEVERU PROTI SMĚRU HODINOVÝCH RUČIČEK

$PA \in \langle 0°; 180°)$



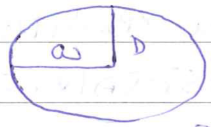




MĚŘENÍ POZIČNÍHO ÚHLU

PRO NEASYMETRICKÉ PŘÍPADY DÁ SE MĚŘIT S CHYBOU KOLEM 10°-15°

MĚŘENÍ INKLINACE

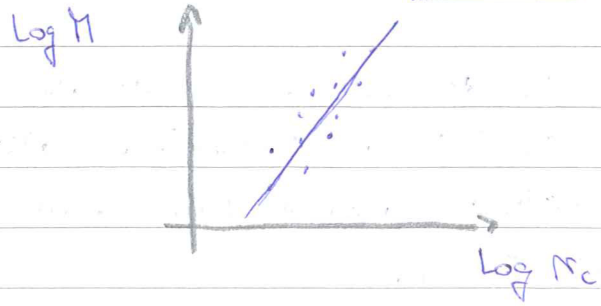


$\cos I = \frac{b}{a}$ PLATÍ DO 60°-70°

POTOM SE ZAČNE PROJEVOVAT TO, ŽE GALAXIE NENÍ TENKÁ, MÁ NĚJAKOU TLOUŠŤKU (1/10 RADIÁLNÍHO ROZMĚRU)

NELZE JI MOC NAKLONIT.

NEMUSÍME MĚŘIT GALAXII SPEKTROSKOPICKY, STAČÍ POUŽÍT TULLY-FISHEROVU RELACI PRO ~~SV~~ SVÍTIVOST A ASYMPTOTICKOU (1977) RYCHLOST $\boxed{L \sim v^4}$



TULLY-FISHEROVA RELACE SE VYUŽÍVÁ PRO ZJIŠŤOVÁNÍ VZDÁLENOSTÍ VE VESMÍRU. PRO BLÍZKOU GALAXII NAMĚŘÍM

1.

VZDÁLENOST, TŘEBA POMOCÍ CEFEID, ZJISTÍM L A v A PRO NEJAKOU VZDÁLENĚJŠÍ GALAXII NAMĚŘÍM RADIÁLNÍ RYCHLOST NA PERIFERII TÉTO GALAXIE A ZÍSKÁM L, DOSADÍM OBOJE DO POGSONKY.

NALEZENÍ PRVNÍHO GALAKTICKÉHO GRAVITAČNÍ POTENCIÁLU

- UMOŽNÍ NÁM NAHLÉDNOUT, JAK VYPADÁ GRAVITAČNÍ POLE GALAXIE
- MUSÍME SI PŘIPOMENOUT VZTAH MEZI GRAVITAČNÍM POTENCIÁLEM A KRUHOVOU RYCHLOSTÍ, BUDEME ŘEŠIT POHYBOVOU ROVNICI, HLEDÁME TAKOVÝ POTENCIÁL ABY RYCHLOST BYLA KONSTANTNÍ SE VZDÁLENOSTÍ
- KRUHOVÁ RYCHLOST JE DEFINOVÁNA Z ROVNOSTI DOSTŘEDIVÉ A GRAVITAČNÍ SÍLY:

$$\frac{v_c^2}{r} = |F_g| = \frac{d\Phi}{dr}$$

PRO JEDNODUCHOST PŘEDPOKLÁDÁME SFÉRICKÉ GRAVITAČNÍ POLE. NEBUDETE Φ ZÁVISLÉ NA $\vec{r}$, ALE POUZE NA VELIKOSTI r

$$v_c^2(r) = r \cdot \frac{d\Phi}{dr} \Rightarrow \sqrt{r\frac{d\Phi}{dr}}$$

VYŘEŠÍME DIFERENCIÁLNÍ ROVNICI:

$$\Phi(r) = \int \frac{v_c^2}{r}\, dr + c$$

BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE PLOCHÁ ROTAČNÍ KŘIVKA JE PLOCHÁ VŠUDE I V NULE (v_c=KONST):

$$\Phi(r) = v_c^2 \ln(r) + c$$

MODIFIKACE:

$$\Phi_2 = \frac{\overset{\text{KONST.}}{v_0^2}}{2} \ln(R^2 + R_0^2)$$

ALE KRUHOVÁ RYCHLOST v_c V TOMTO PŘÍPADĚ KONST. NENÍ.

POKUD $R_0 = 0$. $\Phi = \frac{v_0^2}{2} \cdot 2 \ln R$

R_0 - VOLNÝ PARAMETR, ROZMĚR DÉLKY (POLOMĚR JÁDRA) (CORE RADIUS)

POISSONOVA ROVNICE (PRO GRAVITAČNÍ POTENCIÁL)

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi \cdot G \cdot \rho$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{d\Phi}{dr}\right) = 4\pi G \cdot \rho$$

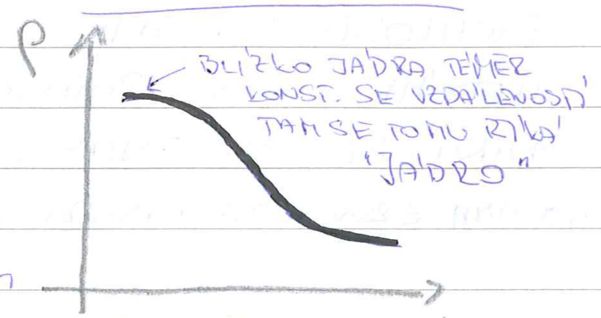
$$\rho = \frac{v_c^2}{4\pi G \cdot \underline{r^2}}$$

"KONST. ← DŮLEŽITÉ

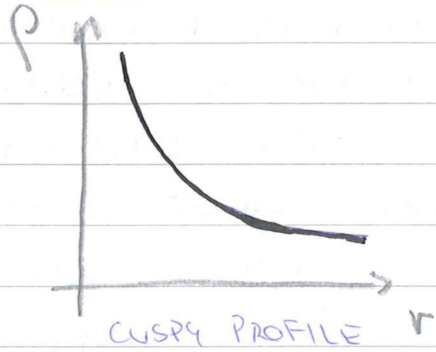
PRO TENTO POTENCIÁL KLESÁ HUSTOTA JAKO $\frac{1}{r^2}$

RADIÁLNÍ ZÁVISLOST (HUSTOTNÍ PROFIL)

GRAF PRO $\frac{d\rho}{dr} = 0$ GRAF PRO $\frac{d\rho}{dr} > 0$



CORE PROFILE



CUSPY PROFILE

UKAZUJE SE, ŽE TOHLE ODPOVÍDÁ MĚŘENÍM

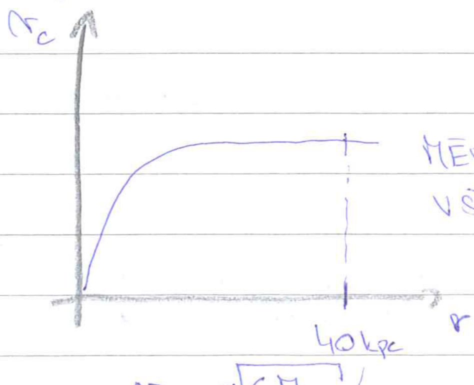
ÚNIKOVÁ RYCHLOST DEFINUJEME ZE ZÁKONA ZACHOVÁNÍ ENERGIE:

$$\frac{v_{esc}^2(r)}{2} + \Phi(r) = \frac{v^2}{2} + \Phi_{\infty}$$ ← POTENCIÁL JDE V NEKONEČNU K NULE

$$\frac{v_{esc}^2(r)}{2} = -\Phi_r$$

$$v_{esc}(r) = \sqrt{2 \cdot \Phi_r}$$

ROTAČNÍ KŘIVKA

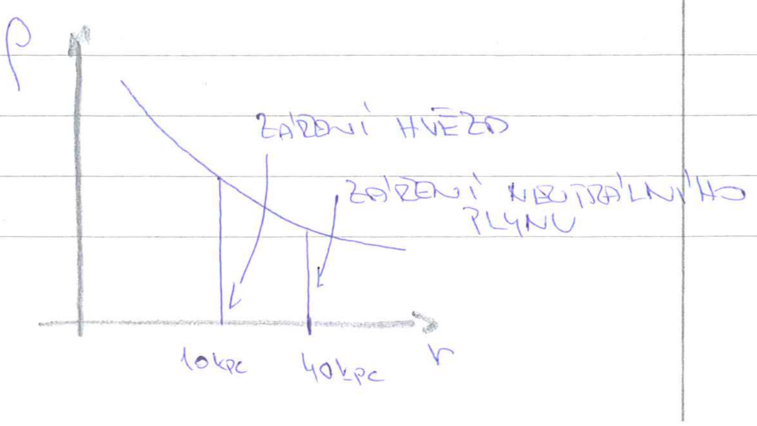


MĚŘÍME JI ZHRUBA DO VZDÁLENOSTI 40kpc
VŠECHNO ZA JE TEMNÁ HMOTA.

$$v_c \propto \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v_c = 240\,km\,s^{-1}$$

PRO NAŠI GALAXII



9

1) HMOTNÝ BOD – KEPLERŮV POTENCIÁL – ŘEŠENÍM JE PŘI GRAVITAČNĚ VÁZANÉ DRÁZE ELIPSA

KRUHOVÁ RYCHLOST KLESÁ JAKO $\frac{1}{r}$:

$$v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad ; \quad \Omega = \frac{v_c}{r} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^3}}$$

ÚHLOVÁ FREKVENCE

POTENCIÁL $\Phi = -\frac{GM}{r}$

RADIÁLNÍ SÍLA $F = -\frac{GM}{r^2}$

2) POTENCIÁL V HOMOGENNÍ SFÉŘE

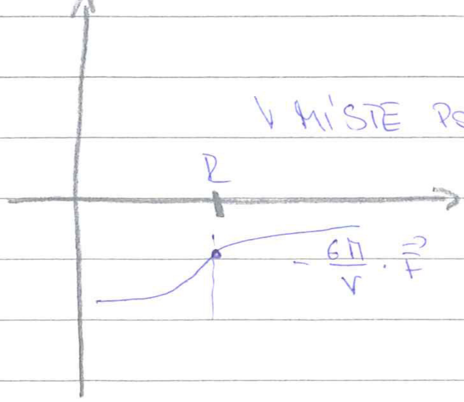
– MŮŽU NA TO JÍT PŘES POISSONOVU ROVNICI, NEBO DÍKY TOMU, ŽE JE TO SFÉRICKY SYMETRICKÝ SYSTÉM PLATÍ NEWTONOVY THEORÉMY – DANÝ POLOMĚR JE GRAV. POLE STEJNÉ, JAKO KDYBYCH HMOTU, KTERÁ JE UVNITŘ TOHO POLOMĚRU ZTLAČIL DO KULIČKY, CO JE MIMO POLOMĚR SE VYRUŠÍ, MŮŽU PAK NAPSAT VZOREC PRO GRAVITAČNÍ SÍLU:

$$F_r = -\frac{G \cdot M(r)}{r^2} \quad ; \quad F(r) = -\frac{d\Phi}{dr}$$

ZINTEGRUJI:

$$\Phi = -\frac{GM}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) = a r^2 + b$$

KVADRATICKÁ FUNKCE POLOMĚRU



V MÍSTĚ POLOMĚRU R SE TO PŘEKLOPÍ DO NÁM ZNÁMÉHO VZTAHU

$$F_r = -\frac{GM_{TOT}}{R^3} r$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_{TOT}}{R^3} \cdot \vec{r}$$

POHYBOVÉ ROVNICE: $\ddot{x} = -\frac{GM}{R^3} \cdot x$

$$\ddot{y} = -\frac{GM}{R^3} \cdot y$$

KAŽDÁ DRÁHA JE ROVINNÁ

ŘEŠENÍ PRO SOUŘ. x:

$$\ddot{x} = -\bar{\Phi} \cdot x$$

$$x = A \sin(\Omega_1 t + \varphi)$$

$$y = B \cdot \cos(\Omega_1 t - \varphi)$$

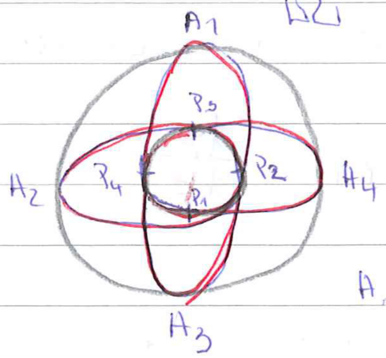
↑ČAS JE PARAMETR

JSOU TO HARMONICKÉ KMITY O STEJNÉ FREKVENCI.
ELIPSY JSOU OBOU POTENCIÁLECH JINÉ, ELIPTICKÁ DRÁHA VE SFÉŘE MÁ CENTRUM V CENTRU HMOTY, KEPLEROVSKÁ ELIPSA MÁ TĚŽIŠTĚ V OHNISKU

EPICIKLICKÁ FREKVENCE $\varkappa = 2 \cdot \Omega_1$ - PRO PŘÍPAD HOMOGENNÍ SFÉRY

↑ AZIMUTÁLNÍ FREKVENCE

UKAŽME SI JAK BUDE VYPADAT DRÁHA V LOGARITMICKÉM POTENCIÁLU. U REALISTIČTĚJŠÍCH GRAV. POTENCIÁLŮ BUDE PLATIT ŽE $\frac{\varkappa}{\Omega_1}$ = NENÍ CELÉ ČÍSLO.



STÁČENÍ ELIPSY - PRECESE

ROSETA - KYTICE

$A_1 \dots A_4$ - APOCENTRA

(10.)

NA ÚVOD OPAKOVÁNÍ Z MINULA:

DISKOVÉ GALAXIE – SPIRÁLNÍ A ČOČKOVÉ

HUBBLEOVA KLASIFIKACE – VIDLICKA (LADIČKA), VLEVO ELIPTICKÉ, PAK ČOČKOVÉ A NÁSLEDUJE DĚLENÍ SPIRÁLNÍ A SPIRÁLNÍ S PŘÍČKOU

ZÁKLADNÍM TVAREM SPIRÁLNÍ GALAXIE JE ROSETA, VZNIKÁ SLOŽENÍM DVOU POHYBŮ, JEDNAK ROVNOMĚRNÉHO POHYBU PO KRUŽNICI A JEDNAK TZV. EPICYKLICKÉHO POHYBU. NA KRUŽNICI POSADÍM MENŠÍ KRUŽNICI (ELIPSU). TO KOLIK MÁ ROSETA APOCENTER ZÁVISÍ NA TOM, V JAKÉM POMĚRU JSOU DVĚ ZÁKLADNÍ FREKVENCE. JEDNA JE OBYČEJNÁ ÚHLOVÁ FREKVENCE POHYBU PO KRUHOVÉ DRÁZE A TA DRUHÁ JE FREKVENCE RADIÁLNÍCH KMITŮ KOLEM TÉ KRUHOVÉ DRÁHY (EPICYKLICKÁ FREKVENCE).

PRO PŘIPOMENUTÍ POTENCIÁLY:

1) KEPLERŮV POTENCIÁL – DRAHOU JE ELIPSA, KTERÁ MÁ VE SVÉM OHNISKU HMOTNÝ BOD. $\kappa = \Omega$
1 APOCENTRUM

2) POTENCIÁL HOMOGENNÍ SFÉRY – DRAHOU JE ROVNĚŽ ELIPSA, VE SVÉM GEOMETRICKÉM STŘEDU MÁ STŘED ROZLOŽENÍ HMOTY (STŘED HOMOGENNÍ SFÉRY. $\kappa = 2\Omega$
2 APOCENTRUM

PRO GALAKTICKÉ POTENCIÁLY MŮŽEME OČEKÁVAT INTERVAL
$1 \leq \frac{\kappa}{\Omega} \leq 2$

CHCEME SPOČÍTAT EPICYKLICKOU FREKVENCI OBECNĚ, K TOMU VYUŽIJEME EPICYKLICKOU APROXIMACI.

EPICYKLICKÁ APROXIMACE

– DRÁHY VE SFÉRICKY SYMETRICKÉM POTENCIÁLU JSOU ROVINNÉ, OMEZÍME SE TEDY V TÉTO APROXIMACI NA 2 DIMENZE (2D), TŘETÍ PŘIDÁME POZDĚJI. BUDEME POUŽÍVAT POLÁRNÍ SOUŘADNICE. POMOCÍ NICH SI NYNÍ ZAPIŠME POHYBOVÉ ROVNICE.

$$\ddot{R} - R\dot{\varphi}^2 = -\frac{\partial \Phi}{\partial R}$$

PŘEVEDEME NA 1 ROZMĚRNÝ PROBLÉM, VYUŽIJEME TOHO ŽE $\vec{L}_z$ = KONST. U SFÉRICKY SYM, U OSOVÉ SYMETRIE SE ZACHOVÁVÁ I JEHO SLOŽKA (MOMENTU HYBNOSTI)

DEFINICE MOM. HYBNOSTI VE 3D $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v}$

V POLÁRNÍCH SOUŘAD. $L_z = R \cdot v_\varphi = R \cdot R\dot{\varphi} = R^2 \cdot \dot{\varphi}$ SKALÁRY

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\left(R^2 \cdot \dot{\varphi}\right)}_{L_z = \text{konst.}} = -\underbrace{\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}}_{0}$$

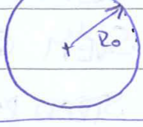
MÁME INTEGRÁL POHYBU A NYNÍ DOSADÍME DO PRVNÍ ROVNICE

$$\ddot{R} - \frac{L^2}{R^3} = -\frac{\partial \Phi}{\partial R}$$

PROVEDEME LINEÁRNÍ APROXIMACI A POMOCÍ TÉTO ROVNICE SE POKUSÍME NAJÍT TVAR DRÁHY, KTERÁ JE BLÍZKÁ DRÁZE KRUHOVÉ, ALE NENÍ ÚPLNĚ KRUHOVÁ.

PROVEDEME ROZVOJ $R(t) = R_0 + x(t)$

R_0 ↑ KONST., $x(t)$ ↑ ODCHYLKA



POLOMĚR ROZVINEME O ODCHYLKU, A DOSADÍM DO ROVNICE

ROZVOJ BUDEME DĚLAT PRO DRÁHY, CO NEJSOU KRUHOVÉ, ALE MAJÍ STEJNÝ MOMENT HYBNOSTI, JAKO TA KRUHOVÁ DRÁHA.

ROZVINEME DO TAYLOROVY ŘADY A PONECHÁM POUZE ČLENY PRVNÍHO ŘÁDU (PROTOŽE MALÁ ODCHYLKA) ZÍSKÁM ROVNICI PRO ODCHYLKU x:

$$\ddot{x} = -\kappa^2 \cdot x$$

ROVNICE HARM. OSCILÁTORU

KONST. – EPICYKLICKÁ FREKV.

11.

PRO DRÁHY, KTERÉ SE MÁLO ODCHYLUJÍ OD DRÁHY(R_0) MŮŽEME TY ODCHYLKY POPSAT HARMONICKÝMI KMITY V RADIÁL. SMĚRU.

JAK SPOČÍTAT $\varkappa$:

* $\varkappa^2 = \frac{3}{R}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2}$ JE TO SOUČET DVOU ČLENŮ, KTERÉ OBSAHUJÍ PRVNÍ A DRUHOU DERIVAC GRAV. POTENCIÁLU.

VÍME ŽE: $\frac{v_c^2}{R^2} = \Omega_1^2 = \frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial R}$ UŽITEČNÉ

$$\varkappa^2 = 3\Omega_1^2 + \Omega_1^2 + \frac{d\Omega_1^2}{dR} = 4\Omega_1^2 + \frac{d\Omega_1^2}{dR}$$

LOGARITMICKÝ POTENCIÁL

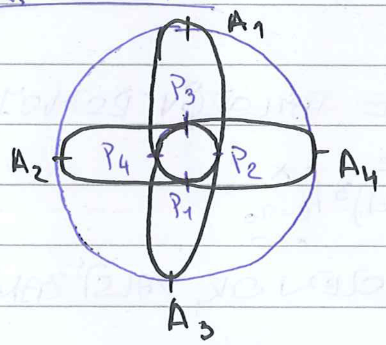
$\Phi = v_c^2 \ln r$

TOHLE DOSADÍM SEM*

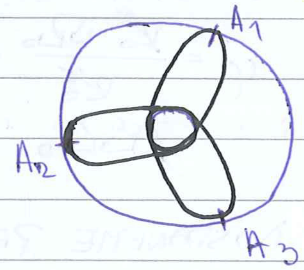
Z LOGARITMICKÉHO POTENCIÁLU DOSTANEME

$$\varkappa = \sqrt{2}\,\Omega_1$$

$\frac{\varkappa}{\Omega_1} = \frac{4}{3}$



$\frac{\varkappa}{\Omega} = \frac{3}{2}$ BĚHEM 2 OBĚHŮ 3 APOCENTRA POSUN O 120° (360°/3)



POČTY OBĚHŮ HVĚZD KOLEM CENTRA - DESÍTKY

STÁČENÍ APOCENTRA JE V OPAČNÉM SMĚRU, NEŽ POHYB HVĚZDY (DÁ SE TO ODVODIT Z TOHO, ŽE RADIÁLNÍ KMITY PROBÍHAJÍ RYCHLEJI NEŽ TY AZIMUTÁLNÍ).

NYNÍ PROČ SE TOMU ŘÍKÁ EPICYKLICKÁ APROXIMACE:

- KROMĚ RADIÁLNÍCH KMITŮ, JAK POTŘEBUJEME PŘIDAT JEŠTĚ POHYB V DALŠÍ OSE. TO PROČ HO POTŘEBUJEME PŘIDAT JE, ŽE JSME Z TĚCH DVOU PŮVODNÍCH SLOŽEK POHYBOVÉ ROVNICE VZALI JEN JEDNU A NA POHYB V ÚHLU JSME ZAPOMNĚLI, S NÍM SE ALE SAMOZŘEJMĚ NĚCO DĚJE.

DRUHÁ SLOŽKA VYPADALA TAKTO:

$$\frac{d}{dt}(R^2\cdot\dot{\varphi}) = 0$$

OPĚT VYUŽIJEME TOHO, ŽE HLEDÁME DRÁHY, KTERÉ JSOU BLÍZKÉ KRUHOVÉ DRÁZE SE STEJNÝM MOMENTEM HYBNOSTI. TAKŽE MOMENT HYBNOSTI, KTERÝ JE KONSTANTNÍ PRO CELOU MNOŽINU DRAH MŮŽEME NAPSAT POMOCÍ MOMENTU HYBNOSTI, TÉ KRUHOVÉ DRÁHY:

$$R^2 \dot{\varphi} = L_z = \text{KONST.} = R_0^2 \cdot \Omega_0$$

PRO SKUTEČNOU NEKRUHOVOU DRÁHU $\Omega(t)$

$$\boxed{\dot{\varphi} = \frac{R_0^2 \cdot \Omega_0}{R^2}}$$

VYUŽIJEME VÝSLEDKŮ PRO RADIÁLNÍ POHYB:

$R = R_0 + x(t)$ ← RADIÁLNÍ ODCHYLKA

$$\dot{\varphi} = \frac{R_0^2 \cdot \Omega_0}{(R_0 + x(t))^2}$$

PROVEDEME TAYLORŮV ROZVOJ, KOLEM R_0

$$\dot{\varphi} = \underbrace{\frac{\cancel{R_0^2} \cdot \Omega_0}{\cancel{R_0^2}}}_{\Omega_0} + \frac{R_0^2 \cdot \Omega_0}{(R_0 + x(t))^3}\Bigg|_{\substack{R=R_0 \\ x=0}} \cdot x$$

PRVNÍ ČLEN OK, DALŠÍ ZANEDBÁM

DOSTANEME PAK:

$$\dot{\varphi} = \frac{-2\Omega_0}{R_0} x(t) = -\frac{2\Omega_0}{R_0} \cdot X \cdot \sin \Omega t$$

$y \approx R \cdot \varphi$ ← TOMU NÍ LIN. SOUŘ, TO JE ÚHLOVÁ SOUŘADNICE CHTĚLI BYCHOM MÍT LINEÁRNÍ VYJÁDŘENÍ V SOUŘADNICÍCH

POTŘEBUJEME TO ZINTEGROVAT, ABYCHOM TO MOHLI UDĚLAT, TAK TAM MUSÍME DOSADIT TO CO ZNÁME Z RADIÁLNÍCH KMITŮ:

$$\ddot{x}(t) = -\Omega^2 \cdot X \qquad \dot{\varphi} = \frac{-2\Omega_0}{R_0} x(t) = -\frac{2\Omega_0}{R_0} \cdot X \cdot \sin \Omega t$$

$$x(t) = X \cdot \sin \Omega t$$

ZINTEGRUJEME PODLE ČASU, ZÍSKÁME φ, ROVNOU UŽ PŘEVEDEME NA y

$$y = \frac{2\Omega_0 X}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_1)$$

~~[illegible]~~ PODSTATNÉ JE, ŽE NÁM V y-NOVÉ SOUŘADNICI ZNOVU VYŠLY HARMONICKÉ KMITY SE STEJNOU FREKVENCÍ, PODOBNÉ DRÁZE V HOMOGENNÍ SFÉŘE (SLOŽENÍ DVOU POHYBŮ NA SEBE NAVZÁJEM KOLMÝCH, SE STEJNOU FREKVENCÍ). TAM TO BYLO S Ω TADY MÁME $\varkappa$.

NA KRUŽNICI TEDY PROBÍHAJÍ DVA NA SOBĚ KOLMÉ KMITY SE STEJNOU FREKVENCÍ. TO JE DŮVOD PROČ TO NAZÝVÁME EPICYKLICKÁ APROXIMACE. JAKMILE TOTIŽ DRÁHU, KTERÁ JE KRUHOVÁ V RADIÁLNÍM SMĚRU A ONA ZAČNE DĚLAT RADIÁLNÍ OSCILACE, TAK AUTOMATICKY SE VYBUDÍ AZIMUTÁLNÍ POHYB.

POMĚR POLOOS – AMPLITUDY V RADIÁLNÍM SMĚRU X A V AZIMUTÁLNÍM Y.

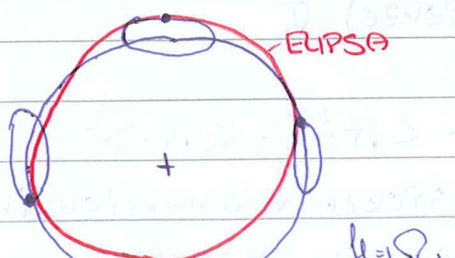
$$Y = \frac{2\Omega_0}{\varkappa} X \qquad \left| \frac{X}{Y} = \frac{\varkappa}{2\Omega_0} \right|$$

EPICYKLICKÁ APROXIMACE FIXUJE POMĚR POLOOS.

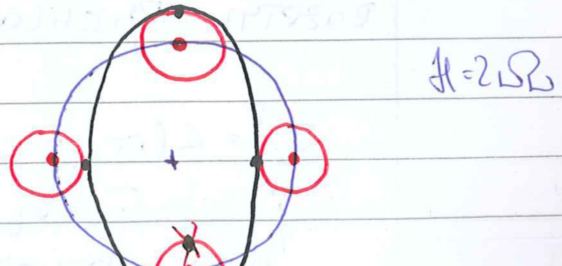
POTOM SE TO POHYBUJE V INTERVALU $\frac{1}{2} \le \frac{X}{Y} \le 1$

POTENCIÁL HMOTNÉHO BODU — POTENCIÁL HOMOGENNÍ SFÉRY

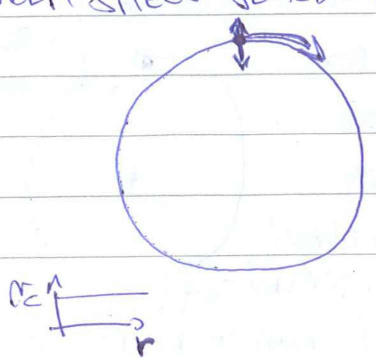
POTENCIÁL HMOTNÉHO BODU



POTENCIÁL HOMOGENNÍ SFÉRY



V JAKÉM SMĚRU JE TEDY TEN POHYB PO EPICYKLU?

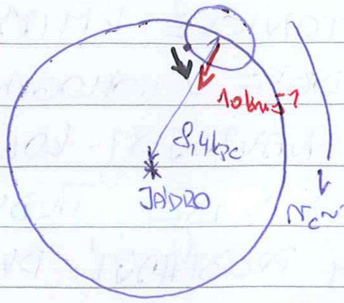


– MÁME KRUHOVOU DRÁHU, DO ČÁSTICE KOPNU V RADIÁLNÍM SMĚRU

$$L_z = R^2 \cdot \dot{\varphi} = R v_\varphi$$

V RADIÁLNÍM KVŮLI TOMU ABYCH NEZVÝŠIL MOMENT HYBNOSTI.

JAK TO FUNGUJE PRO SLUNCE:



SLUNCE JE MOMENTÁLNĚ BLÍŽE GALAKTICKÉMU STŘEDU NEŽ JE STŘED JEHO EPICYKLU. SLUNCE SE POHYBUJE KOLEM STŘEDU VE SMĚRU HODINOVÝCH RUČIČEK PO EPICYKLU, ALE PROTI SMĚRU.

NATOM JAK JE EPICYKL VELIKÝ ZÁVISÍ NA POČÁTEČNÍCH PODMÍNKÁCH. ZKUSÍME TO URČIT PRO SLUNCE. K TOMU BUDEME POTŘEBOVAT ROVNICI PRO RADIÁLNÍ ~~RYCHLOST~~ VÝCHYLKU X

$x = X \sin \kappa t$ /ZDERIVUJI PODLE ČASU

$v_x = \underbrace{X \cdot \kappa}_{V_x} \cdot \cos \kappa t$

V_x - AMPLITUDA RYCHLOSTI V RADIÁLNÍM SMĚRU.

$V_x = \kappa \cdot X \qquad X = \frac{V_x}{\kappa}$

$\Omega = 28$ km/s/Mpc - V OKOLÍ SLUNCE MŮŽU ZJISTIT TAKTO:

$$\Omega = \frac{v_c}{R_0} = \frac{242}{8,4} = 28$$

$\kappa = 40$ km/s/Mpc - UDÁVÁ MĚŘENÍ

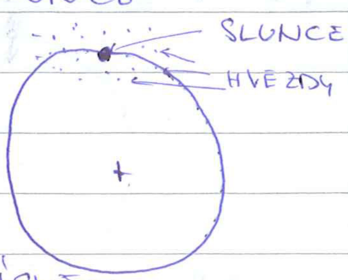
KVŮLI V_x, MÁME STATISTICKÉ MĚŘENÍ POHYBU HVĚZD, ZNÁME TYPICKÉ RYCHLOSTI. TOHLE NÁM CHARAKTERIZUJE ROZPTYL RYCHLOSTÍ (DISPERZE) σ

$$\sigma_i^2 = \langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle = \langle v_i^2 \rangle - \langle v_i \rangle^2$$

$\sigma_x \neq \sigma_y \neq \sigma_z$ DISPERZE V GALAXIÍCH (KVŮLI MALÉ SRÁŽK. FREKV.)

RŮZNÉ HODNOTY PRO HVĚZDY RŮZNÉHO STÁŘÍ

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{MLADÉ} &\cong 10\ km\,s^{-1} \\ \sigma_{STARÉ} &\simeq 40\ km\,s^{-1} \end{aligned}\right\} \text{V OKOLÍ SLUNCE}$$



MLADÉ HVĚZDY SE POHYBUJÍ PO VÍCE KRUHOVÝCH DRAHÁCH NEŽ TY STARÉ, PROTOŽE STARÉ HVĚZDY MAJÍ POHYB PO KRUŽNICI SKOMBINOVANÝ S VÍCE NÁHODNÝMI POHYBY V RADIÁLNÍM SMĚRU.
STARŠÍ HVĚZDY MAJÍ ROZPTYL ŠIRŠÍ V RADIÁLNÍM SMĚRU.

PRO STARÉ HVĚZDY V OKOLÍ SLUNCE PLATÍ:

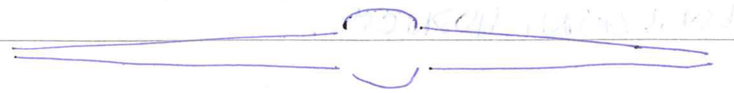
$$X = \frac{v_x}{\varkappa} = \frac{40\,\mathrm{km\,s^{-1}}}{40} \approx 1\,\mathrm{kpc}$$

KMITY KOLMÉ NA GALAKTICKOU ROVINU

- MÍSTO TĚCH DVOU ROVNIC V POLÁR. SOUŘADNICÍCH SI VEZMEME Z SLOŽKU POHYBOVÉ ROVNICE VE VERTIKÁLNÍM SMĚRU.

$$\boxed{\ddot{z} = F_z}$$

Z-TOVÁ SLOŽKA SÍLY NA JEDNOTKU HMOTY, TU VYJÁDŘÍME Z POISSONOVY ROVNICE, UDĚLÁME TO PRO DISKOVOU GALAXII.



NEBUDEME ÚPLNĚ NA PERIFERII DISKU, ALE ANI NE MOC BLÍZKO STŘEDU. BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE NĚJAKOU TLOUŠŤKU MÁ.

ZAPÍŠEME POISSONOVU ROVNICI:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \cdot \rho$$

$$\mathrm{div}\,\vec{F} = -4\pi \cdot G \cdot \rho(x;y;z) \qquad \mathrm{div}\,\vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

VYTÁHNU Z TOHO JEN – PROTOŽE DOMINUJE NAD OSTATNÍMI (PDS)

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = -4\pi \cdot G \cdot \rho(R_0;z) = 4\pi G \rho_0(z)$$

HLAVNÍ TRIK – ZAJÍMAJÍ NÁS JEN MALÉ KMITY KOLEM GALAKTICKÉ ROVINY, ŽE HUSTOTA NA VZDÁLENOSTI TĚCHTO KMITŮ JE KONSTANTNÍ.

ROVNICI ZINTEGRUJEME A DOSTANEME:

$$F_z = -4\pi \cdot G \cdot \rho_0 \cdot z$$

SÍLA JE ÚMĚRNÁ VZDÁLENOSTI OD GALAKTICKÉ ROVINY, OPĚT Z TOHO DOSTÁVÁME HARMONICKÝ OSCILÁTOR.

$$\ddot{z} = \underbrace{-4\pi \cdot G \cdot \rho_0}_{\text{TOHLE JE KONSTANTA A OZNAČÍME JI } \nu_z^2} \cdot z$$

ν_z – JE FREKVENCE VERTIKÁLNÍCH KMITŮ

$$\nu_z = \sqrt{4\pi \cdot G \cdot \rho_0} \quad \ldots \quad \nu_z = 100\,\mathrm{km/s/kpc}$$

KDYŽ DOKÁŽEME ZMĚŘIT / SPOČÍT HUSTOTU HMOTY V OKOLÍ GALAKTICKÉ ROVINY A V BLÍZKO SLUNCE, TAK Z TOHO MOHU VYPOČÍTAT VERTIKÁLNÍ FREKVENCI A KDYŽ TAM POSADÍM SOUČASNÉ ODHADY TAK NÁM VYJDE $\nu_z = 100\,km/s/kpc$ COŽ JE ZHRUBA DVOJNÁSOBEK EPICYKLICKÉ FREKVENCE, PŘI PŘEVODU NA PERIODU VYCHÁZÍ PŘIBLIŽNĚ 60 000 000 LET.

SHRNUTÍ: DRÁHY HVĚZD MAJÍ 3 CHARAKTERISTICKÉ PŘIROZENÉ FREKVENCE Ω; $\varkappa$; ν_z, ZNÁME I JEJICH KONKRÉTNÍ HODNOTY.

PŘÍČKA V GALAXIÍCH - JE JEDNÍM Z HLAVNÍCH MOTORŮ GALAKTICKÉHO VÝVOJE (NENÍ NA OKRASU), DÍKY TOMU, ŽE MÁ NEOSOVĚ SYMETRICKÝ POTENCIÁL, DOKÁŽE ČÁSTICÍM MĚNIT JEJICH MOMENT HYBNOSTI. MOMENT HYBNOSTI UŽ V TAKOVÉMTO GRAVITAČNÍM POTENCIÁLU NENÍ INTEGRÁLNÍ POHYB A TUDÍŽ ČÁSTICE ~~GAL~~ SE MOHOU SYSTEMATICKY POHYBOVAT BUĎ KE STŘEDU NEBO OD STŘEDU. PŘÍČKY KRMÍ TA MONSTRA VE STŘEDU GALAXIE, NAHÁNÍ TAM MATERIÁL

14.

CO PRO GALAXII ZNAMENÁ PŘÍČKA A CO SPIRÁLNÍ RAMENA (Z VÝVOJOVÉHO HLEDISKA)

PŘÍČKA V GALAXII JE TŘÍOSÝ ELIPSOID (V PRVNÍM PŘIBLÍŽENÍ), KTERÝ SE NACHÁZÍ V CENTRÁLNÍCH ČÁSTECH OPTICKÝCH DISKŮ MNOHA GALAXIÍ (JAK SPIRÁLNÍCH TAK ČOČKOVÝCH)

NORMÁLNÍ JE PŘÍČKU MÍT U GALAXIE, COŽ JE OPAK TOHO, CO SI MYSLEL HUBBLE. TEPRVE OD 60. LET SE VĚNUJE POZORNOST TOMU PROČ MAJÍ NĚKTERÉ GALAXIE PŘÍČKU A JINÉ NE. V ROCE 1964 ~~PŘÍČKA~~ (TEORIE SPIRÁLNÍ HUSTOTY), TA VYSVĚTLILA SPIRÁLNÍ RAMENA JAKO GRAVITAČNÍ NESTABILITU, ŠÍŘÍCÍ SE V DISKU.

TOOMEROVO KRITERIUM PRO GRAVITAČNÍ NESTABILITY

- JEŠTĚ NÁVRAT K JEANSOVĚ NESTABILITĚ
  JEANS ODVODIL JAKO PRVNÍ GRAVITAČNÍ KRITERIUM PRO PLYNNÝ SYSTÉM:

PRO JEHO ODVOZENÍ - JE NUTNÉ NAPSAT PODMÍNKU PRO GRAVITAČNÍ KOLAPS (VOLNÝ PÁD) A TENTO KOLAPS SOUTĚŽÍ SE ~~[illegible]~~ ZVUKOVÝMI VLNAMI.

SROVNÁVÁM TYTO DVA ČASY:

$$t_{ff} < t_s$$

FREE FALL — SOUND WAVE

NYNÍ JE NUTNÉ SI ZAPSAT ČAS VOLNÉHO PÁDU JAKO:

$$t_{ff} \propto \frac{1}{\sqrt{G \cdot \rho}}$$

ρ … PRŮMĚRNÁ HUSTOTA SYSTÉMU

ČAS PRO ŠÍŘENÍ ZVUKOVÝCH VLN JE DÁN RYCHLOSTÍ ŠÍŘENÍ ZVUKU A ROZMĚRY SYSTÉMU:

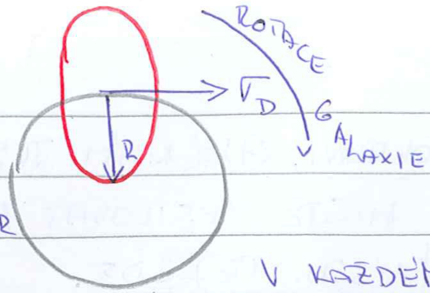
$$t_s = \frac{R}{c_s}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{G \cdot \rho}} < \frac{R}{c_s}}$$ PAK BUDE SYSTÉM STABILNÍ

OBVYKLE SE ZAPISUJE POMOCÍ VLNOVÉ DÉLKY:

$$\lambda_J = \frac{c_s}{\sqrt{G \cdot \rho}} \cdot \sqrt{\pi}$$

15.)



$\sigma_{(r)}$ - RADIÁLNÍ SMĚR

σ_φ - TANGENCIÁLNÍ SMĚR

σ_z -

V KAŽDÉM SMĚRU JINÁ DISPERZE RYCHLOSTÍ.
U DISKOVÝCH GALAXIÍ VYCHÁZÍ, ŽE RADIÁLNÍ DISPERZE RYCHLOSTÍ JE VĚTŠÍ NEŽ TY DVĚ OSTATNÍ. $\sigma_R \sim 10-40\ km\,s^{-1}$

HVĚZDY $Q_* = \frac{\sigma_{R*} \cdot \kappa}{3{,}36 \cdot G \cdot \Sigma_*}$

~~PLYN~~

$$\kappa^2 = \frac{3}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}$$

OVLIVŇUJE JI VEŠKERÁ HMOTA KO JE GALAXII (PLYN, HVĚZDY, TEMNÁ HMOTA)

TOMEROVO KRITERIUM LZE ~~POPSAT~~ ŘÍCI JAKO, ŽE SELF GRAVITUJÍCÍ ROTUJÍCÍ DISK BUDE STABILNÍ PRO GRAVITAČNÍ NESTAB. VŠECH VLNOVÝCH DÉLEK POKUD $Q_* > 1$. POKUD $Q_* < 1$ TAK BUDE V NĚJAKÉM INTERVALU VL. DÉLEK NESTABILNÍ. (NESTABILITA MŮŽE S ČASEM RŮST.

TOTO KRITÉRIUM PLATÍ PŘESNĚ V PŘÍPADĚ, ŽE SE ZABÝVÁME OSOVĚ SYMETRICKOU NESTABILITOU. V PŘÍPADĚ DISKOVÉHO OBJEKTU ~~MAP~~, SPIRÁLNÍ RAMENA, PŘÍČKA => OSOVĚ NESYMETRICKÁ NESTABILITA, TAK UŽ TO TAK JEDNODUŠE NELZE NAPSAT. VÍME ALE, ŽE ČÍM VYŠŠÍ BUDE Q, TÍM STABILNĚJŠÍ BUDE VŮČI VZNIKU PŘÍČKY A SPIRÁLNÍCH RAMEN.

POZN: ČISTĚ KRUHOVÉ POHYBY ... TEDY DISPERZE RYCHLOSTÍ = NULE

VĚTŠINA DISKŮ SPIRÁLNÍCH GALAXIÍ MÁ $Q_* \approx 1-3$

$Q_* \approx 2{,}5 \sim 3$ PŘÍČKA VZNIKÁ HODODNĚ DLOUHO (MLD LET) NEBO VŮBEC.

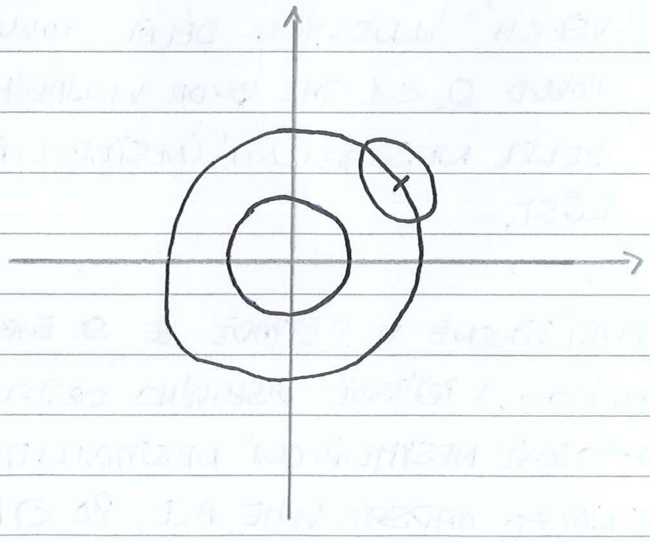
NĚKDY SE MU ŘÍKÁ „TEPLOMĚR GALAKTICKÝCH DISKŮ“, ČÍM JE VĚTŠÍ SIGMA TÍM JE DISK VÍCE KINEMATICKY HORKÝ. $Q_* \approx 1$ NEBO MENŠÍ JSOU KINEMATICKY CHLADNÉ DISKY; $Q_* \approx 1{,}5 \sim 2$ KINEMATICKY VLAŽNÉ DISKY $Q_* \approx 2$ A VĚTŠÍ KINEMATICKY HORKÉ DISKY.

TOOMEROVO KRITÉRIUM JE LOKÁLNÍ, ŘÍKÁ NÁM JESTLI SE AMPLITUDA BUDE V DANÉM MÍSTĚ ZESILOVAT NEBO ZESLABOVAT KDYŽ DO TOHO MÍSTA PŘIJDE.
VZNIKNE NÁM NESTABILITA A Q NÁM ŘÍKÁ JESTLI SE AMPLITUDA TÉTO VLNY BUDE ZVYŠOVAT NEBO SNIŽOVAT.

PŘIROZENÉ FREKVENCE VE VZTAHU K PŘÍČCE

- TYPICKÁ ROSETA MÁ 3 PŘIROZENÉ FREKVENCE
  - Ω - FREKVENCE POHYBU PO KRUŽNICI
  - $\varkappa$ - EPICYKLICKÁ FREKVENCE
  - ν_z - FREKVENCE VERTIKÁLNÍCH KMITŮ (PRO TOHLE CHVÍLI VYPUSTÍME)

SOUSTŘEDÍME SE NA TO, CO DĚLÁ PŘÍČKA S ROSETAMI V ROVINĚ GALAKTICKÉHO DISKU (POUŽIJEME JENOM Ω, $\varkappa$)



PŘÍČKU MŮŽEME ~~CHARAKT.~~ POVAŽOVAT ~~[illegible]~~ ZA ROTUJÍCÍ ÚTVAR, KTERÝ LZE CHARAKTERIZOVAT KONSTANTNÍ RYCHLOSTÍ OTÁČENÍ => Ω_b
b (bar - PŘÍČKA)

V LITERATUŘE SE ALE MÍSTO Ω_b POUŽÍVÁ $\Omega_{PATTERN}$ (PATTERN = VZOR)

$\Omega_{PATTERN} = \Omega_b + \Omega_s$ (S = SPIRAL).

MÁME HVĚZDU NA ROSETĚ S FREKVENCÍ Ω_*

$\underbrace{\Omega_* - \Omega_b}_{\text{ÚHLOVÉ RYCHLOST V INERCIÁLNÍ SOUSTAVĚ}} = \Omega_{REL}$ ← RELATIVNÍ ÚHLOVÁ RYCHLOST

Ω_{REL} - ÚHLOVÁ RYCHLOST HVĚZDY V NEINERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVĚ.

$2 \cdot [\Omega_* - \Omega_b] = \varkappa$

PŘÍČKA MÁ OSOVOU SYMETRII 180° A PROSTOROVOU PERIODU 180 MINUT Z DŮVODU PROSTOROVÉ SYMETRIE

16,

PRO GALAXII SE 4 SPIRÁLNÍMI RAMENY, HVĚZDA NEPOZNÁ, KTERÉ RAMENO POD NÍ PROCHÁZÍ. PAK PLATÍ

$$4\left[\Omega_* - \Omega_b\right] = \mathcal{H}$$

FREKVENCE S JAKOU POTKÁVÁ MINIMUM NEBO MAXIMUM.

OBECNĚ TEDY PLATÍ

$$m\left[\Omega_* - \Omega_b\right] = \mathcal{H}$$

↑ VYJADŘUJE PROSTOROVOU SYMETRII

TOTO OBECNÉ VYJÁDŘENÍ JE PODMÍNKA PRO LINDBLADOVU REZONANCI. POKAŽDÉ, KDYŽ JE HVĚZDA V MAXIMU EPICYKLU TAK POTKÁVÁ MAXIMUM NEBO MINIMUM POTENCIÁLU TÉ PORUCHY. (NEBO NAOPAK MINIMUM)

LINDBLADOVA REZONANCE

- BERTIL LINDBLAD
- PRO PŘÍPAD TÉTO REZONANCE TAM MOHOU BÝT 2 RŮZNÁ ZNAMÉNKA:

$$\boxed{\Omega_* - \Omega_p = \pm \frac{\mathcal{H}}{m}}$$

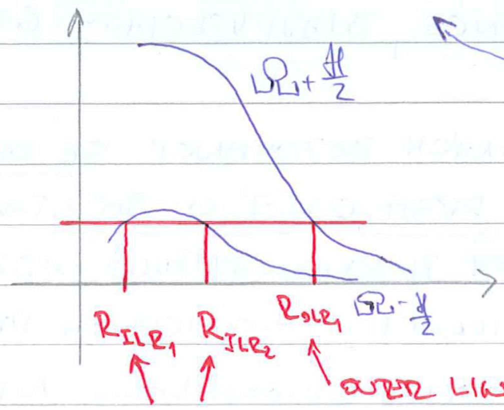
JSOU TEDY V GALAXII MINIMÁLNĚ 2 TYTO REZONANCE

DŮVOD PROČ JSOU TAM DVĚ ZNAMÉNKA JE TEN, ŽE V NĚKTERÝCH ČÁSTECH GALAXIE RYCHLOST POHYBU HVĚZD Ω_* JE VĚTŠÍ NEŽ Ω_p (RYCHLOST POHYBU PŘÍČKY), V NĚKTERÝCH ČÁSTECH TO MŮŽE BÝT ALE I NAOPAK. TOHLE ZMĚNU ZNAMÉNKA KOMPENZUJEME PRÁVĚ $\pm$.

$\mathcal{H}$ - MUSÍ BÝT VŽDY KLADNÉ.

KDE TYTO REZONANCE V GALAXII JSOU?

PŘEPÍŠEME $\Omega_* \pm \frac{\mathcal{H}}{m} = \Omega_p$; Z GRAVITAČNÍHO POTENCIÁLU MOHU ZJISTIT TOTO (RADIÁLNÍ ZÁVISLOST).



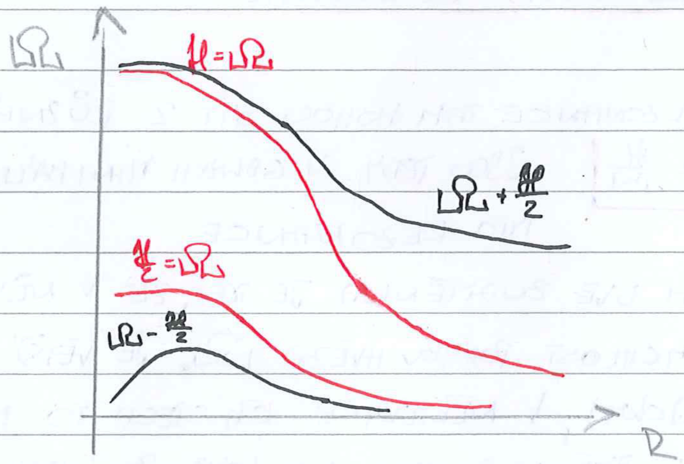
NAKRESLÍM NYNÍ DO GRAFU FUNKCI Ω_p A TAM KDE BUDE PRŮSEČÍK TAM BUDOU TY LINDBLADOVY REZONANCE

OUTER LIND. REZONANCE (VNĚJŠÍ) $\Omega_* + \frac{\mathcal{H}}{m} = \Omega_p$

INNER LIND. REZONANCE (VNITŘNÍ) $\Omega_* - \frac{\mathcal{H}}{m} = \Omega_p$

KOROTAČNÍ REZONANCE

- JE DEFINOVÁNA PODMÍNKOU $\Omega_* = \Omega_p$; $\Omega_* - \Omega_p = 0$
- HVĚZDA JE V TAKOVÉ RADIÁLNÍ VZDÁLENOSTI OD STŘEDU GALAXIE, VE KTERÉ JE ÚHLOVÁ RYCHLOST POHYBU PO KRUŽNICI STEJNÁ JAKO ÚHLOVÁ RYCHLOST PŘÍČKY (NEBO SPIRÁLNÍHO RAMENA).



HOMOGENÍ SFÉRA $\varkappa = 2\Omega$

HMOTNÝ BOD $\varkappa = \Omega$

LOGARITMICKÝ POTEN (PLOCHÁ ROT. KŘIVKA) $\varkappa = \sqrt{2}\,\Omega$

TYPICKY PRO GALAXII S PŘÍČKOU NEBO DVĚMA SPIRÁLNÍMI RAMENY MÁM TYPICKY BUĎ 2 LINDBLADOVY REZONANCE NEBO ŽÁDNOU. PŘÍČKA MŮŽE ROTOVAT TAK RYCHLE ŽE KŘIVKU $\Omega - \varkappa$ NIKDY NEPROTNE. NAROZDÍL OD VNĚJŠÍ LINDBLADOVY REZONANCE A ~~VŽE~~ KOROTAČNÍ REZONANCE, TY MAJÍ VŠECHNY GALAXIE.

NA KAŽDÉ Z TĚCHTO HLAVNÍCH REZONANCÍ SE ORIENTACE STABILNÍCH PERIODICKÝCH DRAH OTÁČÍ O 90°. TAKŽE MEZI VNITŘNÍMI LINDBLADOVÝMI REZONANCEMI (POKUD EXISTUJÍ), TAK JE TAM HLADINA STABILNÍCH PERIODICKÝCH DRAH, KTERÉ JSOU OVÁLNÉ A KOLMO ORIENTOVANÉ NA TU PŘÍČKU.

17.

PRIPOMENUTÍ:

$$\lambda_J = \frac{c_s \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{G \cdot \rho}}$$

JEANSOVA VLNOVÁ DÉLKA

PRO HOMOGENNÍ PROSTŘEDÍ, TOTO JE KRITÉRIUM PRO GRAVITAČNÍ NESTABILITU. PLATÍ PRO PLYN A VE 3D

V HOMOGENÍM PROSTŘEDÍ BUDOU NESTABILNÍ VLNOVÉ DÉLKY, KTERÉ JSOU VĚTŠÍ NEŽ JEANSOVA VLNOVÁ DÉLKA, KTERÁ JE ÚMĚRNÁ RYCHLOSTI ZVUKU A NEPŘÍMO ÚMĚRNÁ $\sqrt{\rho}$.

ANALOGICKY PRO PLYN SLOŽENÝ Z HVĚZD:

$$\lambda_{J,*} = \frac{\sigma_* \sqrt{\pi}}{\sqrt{G \cdot \rho}}$$

RYCHLOST ZVUKU NAHRADÍ ROZPTYL RYCHLOSTÍ HVĚZD.

TOMEROVO KRITÉRIUM

$$Q_{T,g} = \frac{c_s \cdot \varkappa}{\pi \cdot G \cdot \Sigma}$$

PLOŠNÁ HUSTOTA (PLATÍ PRO DVOJROZMĚRNÉ SYSTÉMY)

$$Q_{T,*} = \frac{\sigma_{R,*} \cdot \varkappa}{3{,}36 \cdot G \cdot \Sigma}$$

TYPICKÉ HODNOTY ~~PRO~~

- HUSTOTA HMOTY V OKOLÍ SLUNCE SE DÁ ZMĚŘIT, KDYŽ SE DĚLÁ ANALÝZA POHYBU HVĚZD KOLMO NA GALAKTICKÝ DISK.
- V OKOLÍ SLUNCE JE HUSTOTA VEŠKERÉ HMOTY:

$$\rho = 0{,}1 \; M_\odot / pc^3$$

$$1 M_\odot / pc^3 = 7{,}0 \cdot 10^{-23} \, g \cdot cm^{-3}$$

DOST NÍZKÉ A ŠPATNĚ PŘEDSTAVITELNÉ, LEPŠÍ PŘIBLÍŽIT PŘES KRITICKOU HUSTOTU:

$$\rho_{krit} = \frac{3 \cdot H^2}{8\pi G}$$

DOSADÍM $H_0 \doteq 70 \, km\,s^{-1} Mpc^{-1}$ $(\pm 2 \, km\,s^{-1} Mpc^{-1})$

VESMÍR BY PŘI NÍ MĚL EUKLIDOVSKOU GEOMETRII

PO DOSAZENÍ NÁM VYJDE, ŽE $\rho_{KRIT} = 1{,}9 \cdot 10^{-29}\ g/cm^3 \cdot h$

$\rho_{KRIT} = 1 \cdot 10^{-29}\ g\,cm^{-3}$

$h = \frac{H}{100\ km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}} = 0{,}7$ NETVOŘÍ JEN HMOTA, ALE I KOSMOLOGICKÁ KONSTANTA

$\rho = 7 \cdot 10^{-24}\ g\,cm^{-3}$ HUSTOTA HMOTY V OKOLÍ SLUNCE

~~CELKOVÁ~~ PRŮMĚRNÁ HUSTOTA HMOTY V POZOROVANÉM VESMÍRU:

$\langle \rho_M \rangle \approx 3 \cdot 10^{-30}\ g\,cm^{-3}$ BEREME JEN 30% Z ρ_{KRIT} KVŮLI Ω_M, Ω_R --

TAKŽE HUSTOTA V OKOLÍ SLUNCE NENÍ ZAS TAK MALÁ. HOMOGENITA A IZOTROPIE VESMÍRU PLATÍ NA VELKÝCH ŠKÁLÁCH. NYNÍ MÁME TEDY LOKÁLNÍ HUSTOTU ρ, TU DOSADÍME DO JEANSOVA KRITÉRIA:

PRO STARÉ HVĚZDY $\sigma_* = 40\ km/s$

$$\left(\frac{\lambda_J}{kpc}\right) = \frac{\left(\frac{c_s}{km/s}\right)}{\sqrt{\frac{\rho}{0{,}1\ M_\odot/pc^3}}}\ 0{,}09 \doteq 0{,}1 \cdot \frac{\left(\frac{\sigma_*}{km/s}\right)}{\left(\frac{\rho}{0{,}1\ M_\odot/pc^3}\right)} \approx 4\ kpc$$

c_s NAHRADÍME σ_*, PROTOŽE OKOLÍ SLUNCE JE DOMINOVÁNO HVĚZDAMI, NE PLYNEM

NYNÍ TOOMROVO KRITÉRIUM V OKOLÍ SLUNCE:

- Z MINULA JEHO HODNOTY $Q_{*1} = 0$ – ABSOLUTNĚ NESTABILNÍ DISK

$Q_{*2} = 1$ – NĚCO MEZI

$Q_{*3} = 2{,}5$ – VELMI STABILNÍ DISK

NYNÍ PRO HVĚZDY, ZNÁME $\kappa = 40\ km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}$, $\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho\, dz = ?$

EPICYKLICKÁ FREKVENCE — PLOŠNÁ HUSTOTA V OKOLÍ SLUNCE

PLOŠNOU HUSTOTU ZÍSKÁME INTEGRACÍ OBJEMOVÉ HUSTOTY, KOLMO NA GALAKTICKÝ DISK, PRO OKOLÍ SLUNCE DOSTANEME $\Sigma = 70\ M_\odot/pc^2$. TUTO HODNOTU BEREME S REZERVOU, ODHADY SE POHYBUJÍ MEZI $50\ M_\odot/pc^2$ AŽ $100\ M_\odot/pc^2$. ZKUSÍME PŘEVÉST NA HODNOTY CO NÁM NĚCO ŘEKNOU:

$$100\ M_\odot/pc^2 \longrightarrow 200\ g\,cm^{2}$$

$$50\ M_\odot/pc^2 \longrightarrow 100\ g\,cm^{2}$$

DOSADÍME NYNÍ DO TOOMROVA KRITÉRIA:

12.

$$Q_* = \frac{\frac{\sigma_*}{km/s} \cdot \frac{\varkappa}{km/s/kpc}}{\underbrace{\left(\frac{\Sigma}{70\, M_\odot/pc^2}\right)}_{1600}} \cdot 0{,}001 \sim 1{,}6$$

JE TO RELATIVNĚ STABILNÍ, TO OKOLÍ SLUNCE

TOOMROVO KRITÉRIUM MŮŽEME TAKÉ ZAPSAT TAKTO:

$$Q_* = \frac{\sigma_*}{\sigma_{KRIT}} \qquad \sigma_{KRIT} = \frac{\Sigma}{\varkappa}$$

← PLOŠNÁ HUSTOTA

← EPICYKLICKÁ FREKVENCE

PRO $Q = 1{,}6$ JE $\sigma_{KRIT} = 25\ km\,s^{-1}$, RYCHLOST POHYBU PO KRUHOVÉ DRÁZE JE V OKOLÍ SLUNCE $v_{KRUH} = 240\ km\,s^{-1}$

RYCHLOST ZVUKU A DISPERZE

CELKOVÁ DISPERZE RYCHLOSTÍ:

$$\sigma_{TOT} = \sqrt{\sigma_{th}^2 + \sigma_{TURB}^2}$$

σ_{th}^2: c_s^2; σ_{TURB}^2: TURBULENTNÍ DISPERZE RYCHLOSTÍ

PLYN MŮŽE V GALAXII ROZDĚLIT:

- PODLE TEPLOTY
- PODLE TOHO JESTLI JE ATOMÁRNÍ
  NEUTRÁLNÍ
  MOLEKULÁRNÍ
- JESTLI SE ZHLUKUJE DO OBLAK, NEBO JE ROZPTÝLENÝ

MOLEKULÁRNÍ PLYN ~~GALAXE~~

ATOMÁRNÍ NEUTRÁLNÍ PLYN

ATOMÁRNÍ IONIZOVANÝ PLYN

HORKÝ VLAŽNÝ

DĚLENÍ PODLE TEPLOTY

MOLEKULÁRNÍ PLYN

- GMC (GIGANTICKÁ MOLEKULÁRNÍ MRAČNA), HMOTNOSTI JSOU V INTERVALU $(10^4 - 10^7) M_\odot$. TYPICKÁ HMOTNOST $10^5 M_\odot$ A TYPICKÝ ROZMĚR 10-20pc. TYPICKÁ TEPLOTA $T \sim 20K$, NEJCHLADNĚJŠÍ PLYNNÁ SLOŽKA V GALAXII, TYPICKÁ HUSTOTA ČÁSTIC JE ASI 10 MOLEKUL/cm^3 A VÍCE.

NEUTRÁLNÍ ATOMÁRNÍ PLYN

- CNM (COLD NEUTRAL MEDIUM), TEPLOTA $T \sim 100K$, HUSTOTA ČÁSTIC $\sim 0{,}1 - 1$ ČÁSTICE/cm^3

ATOMÁRNÍ IONIZOVANÝ PLYN

- WNM (WARM NEUTRAL MEDIUM) $\sim T \sim 10\,000\,K$
- WIM (WARM IONIZED MEDIUM) $\sim T \sim 10\,000\,K$
- HIM (HOT IONIZED MEDIUM) $\sim T \sim 10^6 K$, HUSTOTA $0{,}001/cm^3$

PODSTATNÁ ČÁST PLYNŮ V GALAXII JE V TĚCHTO DVOU CHLADNÝCH SLOŽKÁCH. ROZLOŽENÍ HMOTNOSTÍ $M_{GMC} \sim 4 \cdot 10^9 M_\odot$

$M_{CNM} + M_{WNM} \sim 4 \cdot 10^9 M_\odot$

ZHRUBA 1/10 BARYONICKÉ HMOTY JE V GALAXII VE FORMĚ PLYNU A VĚTŠINA HO JE VE VODÍKU (NEUTRÁLNÍ A IONIZOVANÝ).

ODHAD RYCHLOSTI ZVUKU

- VEZMEME HYDRODYNAMICKÉ ROVNICE A PUSTÍME DO NICH NĚJAKOU VLNU, UKÁŽE SE JAK TA DISPERZE RYCHLOSTI VYPADÁ.

ROVNICE KONTINUITY $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\, \rho \cdot \vec{v} = 0$

EULEROVA ROVNICE $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \cancel{\nabla \Phi}$

PRO TENTO PŘÍPAD VYNECHÁM, NA ŠÍŘENÍ ZVUKU MÁ MINIMÁLNÍ VLIV

19.

$p = p(\rho)$; $\rho_0 = \text{KONST}$; $p_0 = \text{KONST}$; $v_0 = 0$

VYTVOŘÍME ZHUŠTĚNINU:

$\rho(t) = \rho_0 + \rho_1(t)$

$p(t) = p_0 + p_1(t)$ ← ODCHYLKA

DO PŘEDCHOZÍCH DVOU ROVNIC (KONTINUITY A EULEROVY) DOSADÍME Z ρ A p

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} v_1 = 0$$ / ZDERIVUJI PODLE ČASU

$p = p(\rho)$

$\nabla p = \frac{dp}{d\rho} \nabla \rho$

$$\rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{dp}{d\rho} \nabla \rho_1$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \rho_0 \operatorname{div} \frac{\partial v_1}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - \frac{dp}{d\rho} \nabla^2 \rho = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 A = 0}$$

VÝPOČET RYCHLOSTI ZVUKU: $c_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$

ROVNICE IDEÁLNÍHO PLYNU: $pV = nkT$

$p = \frac{\rho}{\mu} kT$

PŘI KONSTANTNÍ TEPLOTĚ:

$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}}$ $\quad v = \sqrt{\frac{kT}{\mu}}$

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{kT}{\mu} = \frac{p}{\rho} = v^2$$

$pV^{\varkappa} = \text{KONST.}$ TADY POUŽÍVÁME ADIABATICKÝ DĚJ, NEMÁME

$pV^{c_p/c_v} = \text{KONST.}$ UŽ KONSTANTNÍ TEPLOTU.

$p \propto \rho^{\varkappa}$

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = A \cdot \varkappa \cdot \rho^{\varkappa - 1} = \varkappa \cdot \frac{p}{\rho}$$

VÝPOČET RYCHLOSTI ZVUKU PRO RŮZNÁ PROSTŘEDÍ

GMC MÁ TEPLOTU ~ 20 K
CNM MÁ TEPLOTU ~ 100 K

CNM — $c_s \approx \sigma = \sqrt{\frac{kT}{\mu}} \doteq 0{,}09\sqrt{\frac{T}{K}}\ \mathrm{km\,s^{-1}} \approx 1\ \mathrm{km\,s^{-1}}$

μ — STŘEDNÍ HMOTNOST ČÁSTICE ≈ HMOTNOST PROTONU

U GMC NEMŮŽE ÚPLNĚ PŘESNĚ POUŽÍT TENTO VZOREČEK, PROTOŽE TO JSOU MOLEKULY. TYPICKÁ RYCHLOST ZVUKU V MOLEKULÁRNÍCH MRAČNECH JE ASI $c_s \sim 0{,}3\ \mathrm{km\,s^{-1}}$.

PRO WIM $c_s \sim 10\ \mathrm{km\,s^{-1}}$
PRO HIM $c_s \sim 100\ \mathrm{km\,s^{-1}}$

KDYBYCHOM MĚLI SPOČÍTAT GRAVITAČNÍ NESTABILITU PLYNNÉHO PROSTŘEDÍ, KTERÉ BUDE MOLEKULÁRNÍ A NEBUDE V NĚM TURBULENCE, JEDINÉ POHYBY TERMÁLNÍ POHYBY MOLEKUL. PAK VEZMU c_s PRO GMC A DÁM HO DO JEANSOVA KRITÉRIA. KDYŽ BUDEME MÍT OBROVSKOU MOLEKULÁRNÍ KOULI (MOLEKULÁRNÍ PROTOGALAXIE) A MÁME POČÍTAT JEANSOVU VLNOVOU DÉLKU, TAK UŽ TU RYCHLOST ZVUKU PRO GMC NELZE POUŽÍT, PROTOŽE TAM BUDOU VELKÉ NÁHODNÉ POHYBY (TURBULENCE). UDĚLÁME TO TAKTO:

$$\sigma_{TOT} = \sqrt{c_s^2 + \sigma_{MAKRO}^2} \qquad \sigma_{MAKRO} = 5\ \mathrm{km\,s^{-1}}$$ – ŘEKNĚME PŘIBLIŽNĚ

$\sigma_{MAKRO} = \sigma_{GMC} = 5$
$\sigma_{CNM} \doteq 8\text{–}10\ \mathrm{km\,s^{-1}}$
$\sigma_{*,M} \sim 10\ \mathrm{km\,s^{-1}}$ – PRO MLADÉ HVĚZDY
$\sigma_{*,S} \sim 40\ \mathrm{km\,s^{-1}}$

PŘÍČKY A SPIRÁLNÍ RAMENA ZVYŠUJÍ DISPERZNÍ RYCHLOST HVĚZD.

20.

JAK SE MĚNÍ MOMENT HYBNOSTI V SILOVÉM POLI:

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

II. VĚTA IMPULZOVÁ - POKUD CHCEME MĚNIT POHYB ČÁSTICE V SILOVÉM POLI POTŘEBUJEME MOMENT SÍLY

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

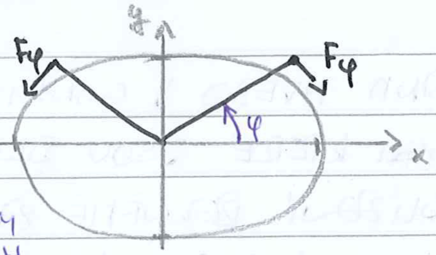
↑ 3 DIMENZIONÁLNÍ V-KO

ZAJÍMÁ NÁS JEN Z-ETOVÁ SLOŽKA MOMENTU HYBNOSTI:

$L_z = R \cdot F_\varphi$

$$\int \frac{dL_z}{dt}\, d\varphi = 0$$

↑ INTEGRUJI PŘES AZIMUT (CELOU DRÁHU) DÍKY SYMETRII HVĚZDNÝCH DRAH S OSOU PŘÍČKY ZMĚNA MOM. HYB = 0



TANGENCIÁLNÍ SLOŽKA SÍLY JE NENULOVÁ, ~~TEDY~~ TUDÍŽ MOMENT HYBNOSTI SE MĚNÍ. V GALAXII SE PŘI OBĚHU MĚNÍ MOMENT HYBNOSTI HVĚZD A PLYNU, ALE CELKOVĚ JE KONSTANTNÍ. (BĚHEM OBJEHU KOLÍSÁ). SYSTEMATICKY PŘÍČKA NEMĚNÍ MOM. HYBNOSTI JEDNOTLIVÝCH HVĚZD A TUDÍŽ NEMĚNÍ JEJICH STŘEDNÍ VZDÁLENOST OD STŘEDU GALAXIE. TOHLE ALE PŘESTANE PLATIT TEHDY, KDYŽ NAKLONÍME DRÁHU. PŘI ODEBRÁNÍ MOMENTU HYBNOSTI SE MRAČNO ZAČNE PŘIBLIŽOVAT STŘEDU GALAXIE A NAOPAK PŘI PŘIDÁNÍ MOMENTU HYBNOSTI SE ZAČNE VZDALOVAT.

V POLÁRNÍCH SOUŘADNICÍCH SI NYNÍ NAPÍŠETE JEDNU ZE SLOŽEK POHYBOVÉ ROVNICE:

$$\frac{d}{dt}\left(\underbrace{R^2 \dot{\varphi}}\right) = \overbrace{-\frac{\partial \Phi(R,\varphi)}{\partial \varphi}}^{F_\varphi}$$

L_z – ZETOVÁ SLOŽKA MOMENTU HYBNOSTI

II.) VĚTA IMPULZOVÁ

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

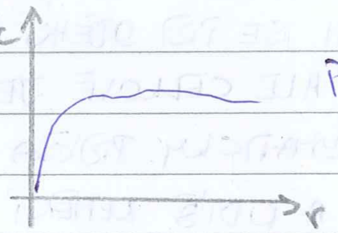
$$\Downarrow$$

$$\frac{dL_z}{dt} = \vec{r} \cdot \vec{F}_\varphi \qquad \vec{F}_\varphi = \frac{1}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}$$

↑ TANGENCIÁLNÍ SLOŽKA SÍLY

PODLE TĚCHTO VZTAHŮ MŮŽEME USUZOVAT, ŽE HVĚZDY V GALAXII S PŘÍČKOU BUDE MĚNIT SVŮJ MOMENT HYBNOSTI (BUDE BUĎ VZDALOVAT NEBO PŘIBLIŽOVAT K CENTRU). TOTO JE VIDĚT Z TOHO KDYŽ SI NAPÍŠEME MOMENT HYBNOSTI ČÁSTICE $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v}$, BUDE NÁM STAČIT JEN L_z PROTOŽE JSME V GALAKTICKÉ ROVINĚ $L_z = R \cdot v_\varphi$

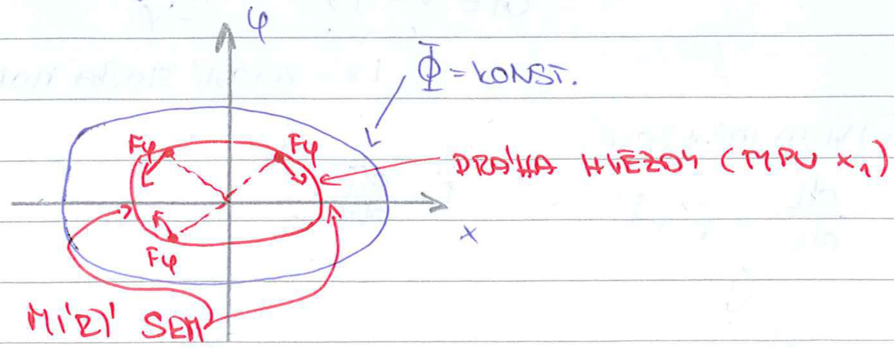
VĚTŠINA HVĚZD V GALAXIÍCH SE POHYBUJE PO ROZETÁCH ~~KRUHOVÝCH~~, ~~DRÁHA~~ KTERÉ JSOU BLÍZKÉ KRUŽNICÍM. V PRVNÍM PŘIBLÍŽENÍ ŘEKNĚME ŽE JE KRUHOVÁ A ~~[illegible]~~ KRUHOVÁ RYCHLOST V DISKOVÝCH GALAXIÍCH JE SE VZDÁLENOSTÍ ZHRUBA KONSTANTNÍ.



PLOCHÁ ROT. KŘIVKA

U HVĚZDY V TOMTO PŘÍPADĚ (KDYŽ SE MĚNÍ MOMENT HYBNOSTI) SE MĚNÍ JENOM JEJÍ DRÁHA. Z TOHOTO VŠAK PLYNE MYLNÝ PŘEDPOKLAD, ŽE VŠECHNY ČÁSTICE V PŘÍČKOVÉM POTENCIÁLU BUDOU V GALAXII SYSTEMATICKY PUTOVAT A NEZŮSTANOU NA JEDNOM MÍSTĚ. U HVĚZD TO TAK ALE NENÍ.

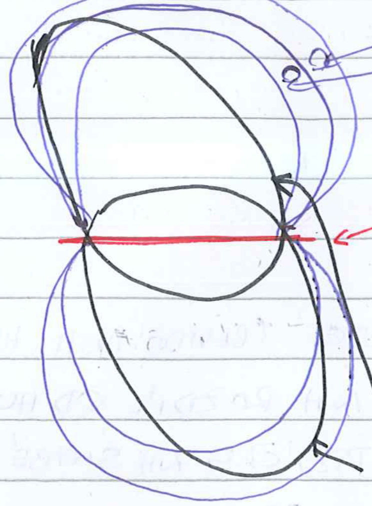
$$\int \frac{dL_z}{dt}\, d\varphi = \oint R \cdot \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\, d\varphi = \oint \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\, d\varphi$$



TOTO ALE NEPLATÍ PRO PLYN, TEN SE VYSKYTUJE V

21.

MRAČNECH, KTERÁ SE SPOLU SRÁŽEJÍ A PŘEDÁVAJÍ SI MOMENT HYBNOSTI



MRAČNO BĚHEM 1 OBĚHU KOLEM GALAXIE PRODĚLÁ NĚKOLIK SRÁŽEK S JINÝMI MRAČNY

DRÁHY SE STÁČÍ VŮČI OSÁM

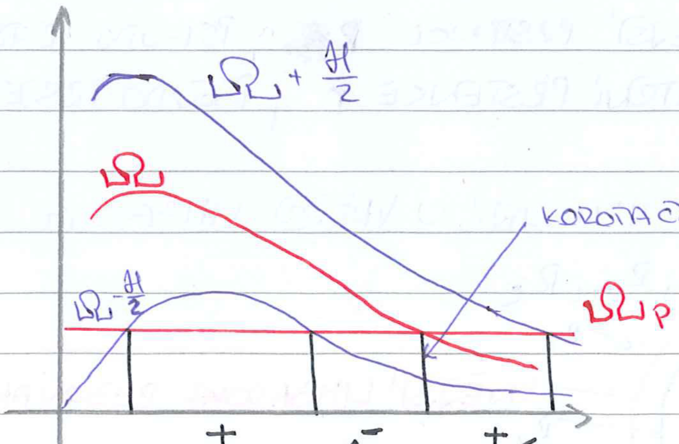
TOHLE PLATÍ PRO ~~[illegible]~~ MRAČNA CO SE UŽ SRAZILY A TAKTO VYPADÁ JEJICH DRÁHA. INTEGRÁL POTOM VYPADÁ TAKTO:

$$\int \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} d\varphi \neq 0$$

PRO PLYNNÁ MRAČNA DOJDE K TOMU, ŽE CELKOVÁ ZMĚNA MOMENTU HYBNOSTI JE BUĎ KLADNÁ NEBO ZÁPORNÁ. KDYŽ KLADNÁ PŘÍČKA PŘIDÁVÁ MOMENT HYBNOSTI L, KDYŽ ZÁPORNÁ TAK NAOPAK PŘÍČKA ODEBÍRÁ L. DÍKY TOMU TO KINEMATICKÉM VÝVOJI SPIRÁLNÍCH RAMEN VZNIKNOU PRSTENCE. VZNIKNOU NA MÍSTECH NĚKTERÝCH ORBITÁLNÍCH REZONANCÍ (KOROTAČNÍ A LYMBADOVY).

$\Omega_L + \frac{H}{2} = \Omega_p$

$\Omega_L - \frac{H}{2} = \Omega_p$



KOROTAČNÍ REZONANCE - ČÁSTICE NALEVO I NAPRAVO SE OD NÍ CHTĚJÍ DOSTAT PRYČ

ČÁSTICE SE BUDOU CHTÍT DOSTAT VEN

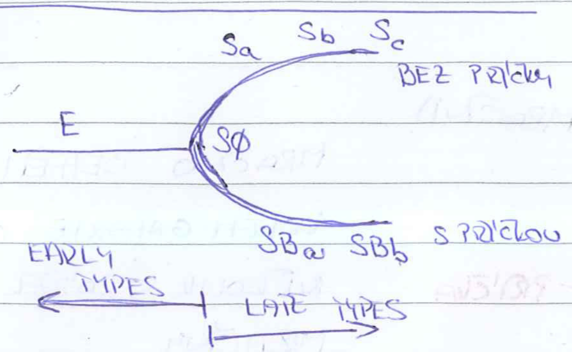
V TÉTO ČÁSTI SE BUDE HROMADIT HMOTA

PŘÍČKA ODEBÍRÁ L PLYNNÝCH ČÁSTIC. TY SE STĚHUJÍ NA MENŠÍ POLOMĚRY

NA REZONANCÍCH SE MĚNÍ ZNAMÉNKO U INTEGRACE MOMENTU HYBNOSTI.

HUBBLEOVA KLASIFIKACE

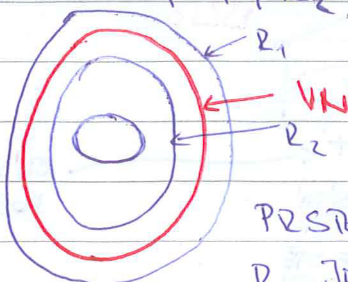
EARLY TYPES - V JEJICH CENTRU, MASIVNÍ ČERNÁ DÍRA ($10^6 - 10^9 M_\odot$)



DE VAUCOULEURSOVA KLASIFIKACE (REVIDOVANÁ HUBBLEOVA KLAS.)

- MENŠÍ ÚPRAVY V DĚLENÍ NA ROZDÍL OD HUBBLEOVY KLAS.
- HLAVNÍ DODATEK - ROZDĚLUJE PŘÍČKY NA SLABÉ A SILNÉ
  - SILNÁ PŘÍČKA SB
  - SLABÁ PŘÍČKA SAB
  - BEZ PŘÍČKY SA
- ROVNĚŽ ZMĚNA - STUPEŇ NAVINUTÍ SPIRÁLNÍCH RAMEN, ČÍM TĚSNĚJI JE RAMENO NAVINUTO TÍM JE TA GALAXIE BLÍŽE DO LEVA (NA DE VAUCOULEURSOVĚ SCHÉMATU)
  - Sa - TĚSNĚ NAVINUTÁ SPIRÁLNÍ RAMENA
  - Sc - MNOHEM VÍCE OTEVŘENÁ SPIR. RAMENA
  - JEŠTĚ EXISTUJÍ Sd A Sm - TYP ZAVEDEN KVŮLI MAGELANOVÝM MRAČNŮM (MAJÍ NÁZNAK SPIR. STRUK.)
- DALŠÍ OZNAČENÍ KVŮLI (PSEUDO) PRSTENCŮM V DISKOVÝCH GALAXIÍ
  - VNĚJŠÍ PRSTENCE R ; PSEUDO PRSTENCE R' | (R)SB
  - VNITŘNÍ PRSTENCE r ; PSEUDO PRSTENCE r' (rs) | SB(r)

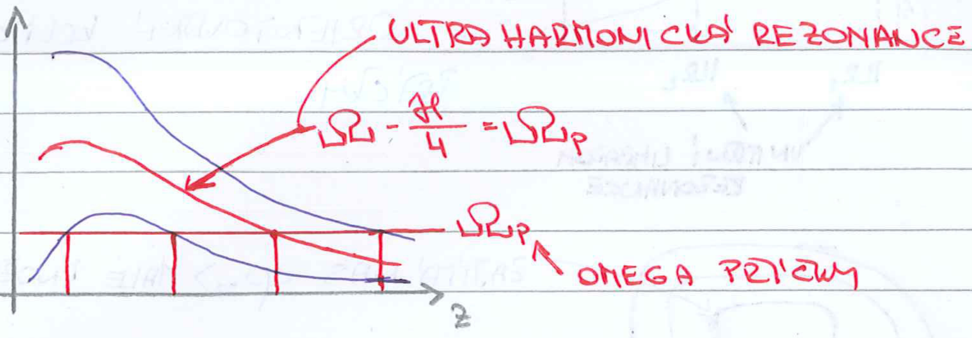
VNĚJŠÍ PRSTENCE VZNIKAJÍ V VNĚJŠÍ LIMBADOVY REZONANCE, OZNAČUJÍ SE R; R_1; R_2.



PRSTENEC R_2 JE TLAČEN VEN A PRSTENEC R_1 JE NAOPAK ZA TLAČEN DOVNITŘ

VNITŘNÍ PRSTENEC

- OBALUJE PŘÍČKU, NA TO JAK VZNIKÁ SE PŘIŠLO ZE SIMULACÍ. VZNIKÁ DÍKY REZONANCI VYŠŠÍHO ŘÁDU (HLAVNÍ REZONANCE)



GRAVITAČNÍ POTENCIÁL PŘÍČKY NA NĚJAKÉM PEVNÉM POLOMĚRU ROZLOŽÍME DO FOURIEROVY ŘADY, ÚHLU.

$\Phi_{BAR}(R,\varphi) = \sum \Phi_m(R)\cdot\cos(m[\varphi - \varphi_m])$ = VEZMU PRVNÍCH PÁR ČLENŮ

VZDÁLENOST OD CENTRA ; PŘIROZENÉ ČÍSLO

$= \Phi_0(R) + \Phi_1(R)\cos(\varphi - \varphi_1) + \Phi_2(R)\cos 2(\varphi - \varphi_2) + \dots$

NEJJEDNODUŠÍ MODEL PŘÍČKY $\Phi_2(R)\cdot\cos 2(\varphi - \varphi_2)$

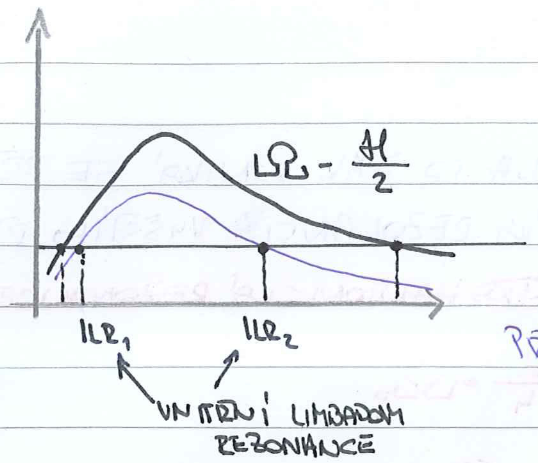
φ_2 - FÁZE PŘÍČKY, NATOČENÍ PŘÍČKY O ÚHEL φ_2 $\Phi_3(R)\cos 3(\varphi - \varphi_3)$

POKUD MÁ GALAXIE 3 RAMENA PAK DOMINANTNÍ JE PRÁVĚ TŘETÍ MÓD DRUHÝ MÓD, ALE PODLE SIMULACÍ NESTAČÍ A MUSÍME VZÍT ČTVRTÝ MÓD $\Phi_4(R)\cos 4(\varphi - \varphi_4)$ V PŘÍPADĚ PŘÍČEK JSOU LICHÉ MÓDY FOURIEROVY ŘADY ZANEDBATELNÉ. DŮLEŽITÉ JSOU SUDÉ FOURIEROVY MÓDY DO STUPNĚ 6.

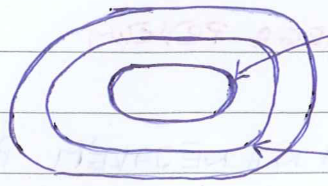
$\Omega - \frac{\kappa}{4} = \Omega_p$

ZÁNIK PŘÍČKY

- SOUVISÍ S PŘENOSEM HYBNOSTI (HMOTY PLYNU V RADIÁLNÍM SMĚRU)



POKUD REZONANCE ILR_1 A ILR_2 EXISTUJÍ TAK MEZI NIMI JSOU STABILNÍ PERIODICKÉ DRÁHY ORIENTOVANÉ KOLMO NA OSU PŘÍČKY



ZAJÍMÁ NÁS $\langle \rho_{x_2} \rangle$ MALÉ MNOŽSTVÍ ZACHYCENO

$\langle \rho_{x_1} \rangle$ VELKÉ MNOŽSTVÍ ZACHYCENO TADY

KDYŽ BUDEME MÍT VELKÉ MNOŽSTVÍ HVĚZD NA DRAHÁCH x_2 TAK TO BUDE PŘÍČKU NARUŠOVAT. NAOPAK KDYŽ BUDE VÍCE HVĚZD NA DRAHÁCH x_1 (ROVNOBĚŽNÉ S PŘÍČKOU), TAK TO PŘÍČCE VADIT NEBUDE (BUDE TO S NÍ KOMPATIBILNÍ).

GRAVITAČNÍ NESTABILITA

JEANSOVA NESTABILITA: $\lambda_J = \frac{c_s \sqrt{\pi}}{\sqrt{G\rho}}$

VLNOVÁ ROVNICE PRO HUSTOTU $\boxed{\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_s^2 \cdot \nabla^2 \rho_1 = 0}$ $c_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$

ŘEŠENÍ TÉTO VLNOVÉ ROVNICE HLEDÁME VE TVARU:

$$\rho_1 = \hat{\rho} \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$ - ROVINNÁ VLNA

$\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2 \quad \omega = \frac{2\pi}{P} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$

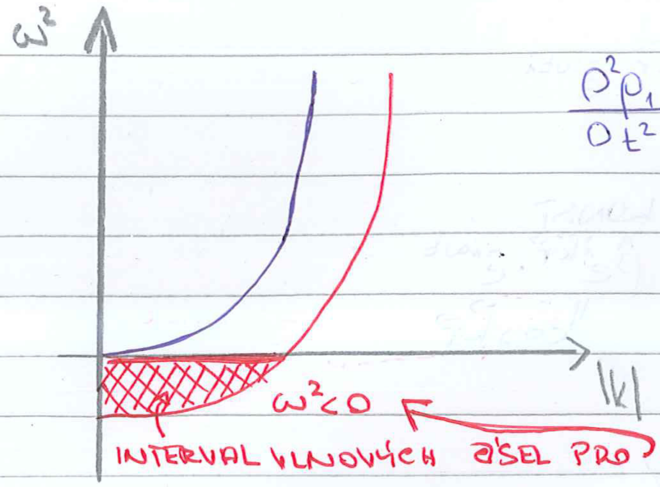
TOTO ŘEŠENÍ DOSADÍM ZPĚTNĚ DO VLNOVÉ ROVNICE A UKÁŽE SE ŽE JE OPRAVDU JEJÍM ŘEŠENÍM, ALE ZA PŘEDPOKLADU

$\boxed{\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2}$ DISPERZNÍ RELACE

$\omega = \frac{2\pi}{P}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

FREKVENCE VLNY V ČASE

FREKVENCE VLNY V PROSTORU



$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} - c_s^2\nabla^2\rho_1 - 4\pi G\rho_1\rho_0 = 0$$

$$\omega^2 = k^2c_s^2 \underline{- 4\pi G\cdot\rho_0}$$

VLNA MÁ SOUVISLOST S GRAVITACÍ

PROTOŽE $\omega^2<0$ TAK ω BUDE IMAGINÁRNÍ ČÍSLO, KDYŽ SI DO ELEMENTÁRNÍ VLNY DOSADÍME IMAGINÁRNÍ ČÍSLO TAK NÁM VYJDE EXPONENCIELA V ČASE, KTERÁ ROSTE A TO BUDE GRAVITAČNÍ NESTABILITA.

DVA SILOVÉ ČLENY

ÚMĚRNÝ TLAKOVÉ SÍLE

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\cdot\vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\Phi \qquad /\mathrm{div}$$

ÚMĚRNÝ GRAVITAČNÍ SÍLE

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} - c_s^2\nabla^2\rho_1 - 4\pi G\cdot\rho_1\cdot\rho_0 = 0$$

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$$

$$\nabla^2\Phi_1 = 4\pi G\cdot\rho_1$$

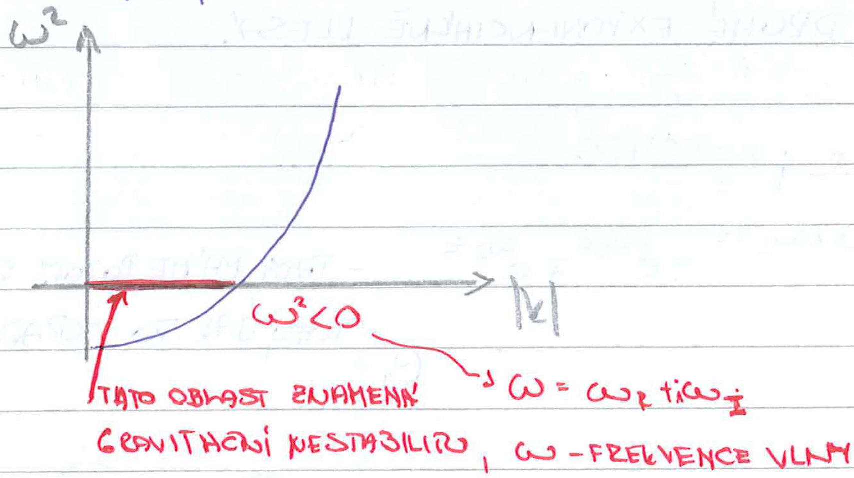
$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1, \quad \rho = \rho_0 + \rho_1$$

ODCHYLKY OD ROVNOVÁŽNÉHO STAVU

HODNOTY PRO ROVNOVÁŽNÝ STAV

HLEDÁME ŘEŠENÍ VE TVARU:

$$\rho_1 = \hat{\rho}\cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

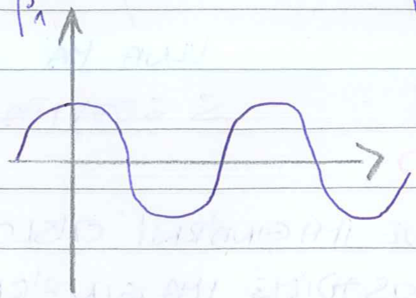


PRO ZJEDNODUŠENÍ BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE ω JE BUĎ REÁLNÉ NEBO IMAGINÁRNÍ

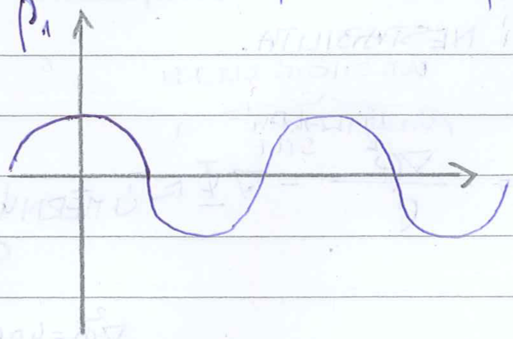
$$\rho_1 = \hat{\rho} e^{\pm i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = \hat{\rho} e^{i\vec{k}\vec{r}} \cdot e^{-\omega t i}$$

1) ZAFIXUJEME t, $t = \text{KONST}$

$$\hat{\rho} e^{i\vec{k}\vec{r}} \cdot \underbrace{e^{-i\omega t}}_{\cos \vec{k}\vec{r}}$$

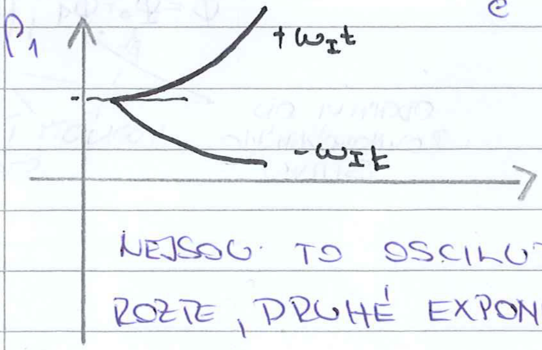


2) ZAFIXUJEME x, $x = \text{KONST.}$, PEVNÉ MÍSTO V PROSTORU; $\omega = \omega_R$



$\omega = \omega_I$; $x = \text{KONST.}$

$$e^{\pm i(i\omega_I)t} = \begin{cases} e^{+\omega_I t} \\ e^{-\omega_I t} \end{cases}$$

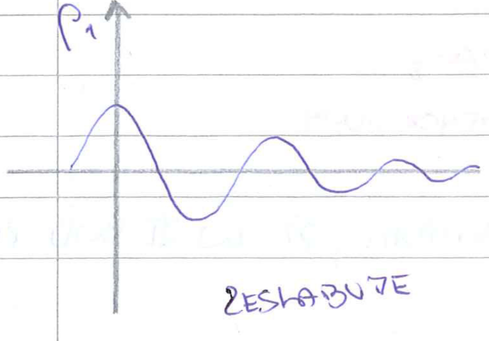


NEJSOU TO OSCILUJÍCÍ ŘEŠENÍ, JEDNO EXPONENCIÁLNĚ ROZTE, DRUHÉ EXPONENCIÁLNĚ KLESÁ.

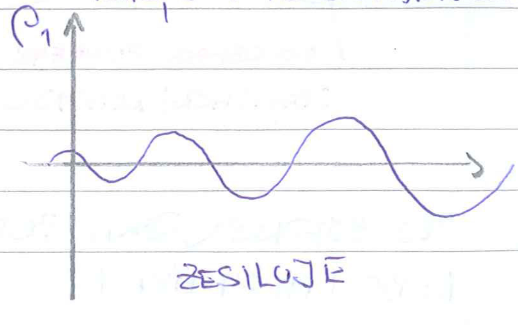
$\omega = \omega_R + \omega_I$; $x = \text{KONST.}$

$$e^{i\omega t} = e^{i(\omega_R + i\omega_I)t} = e^{i\omega_R t} \mp e^{\omega_I t}$$

- TADY MÁME POTOM 2 MOŽNOSTI TOHO, JAK TO DOPADNE.



ZESLABUJE

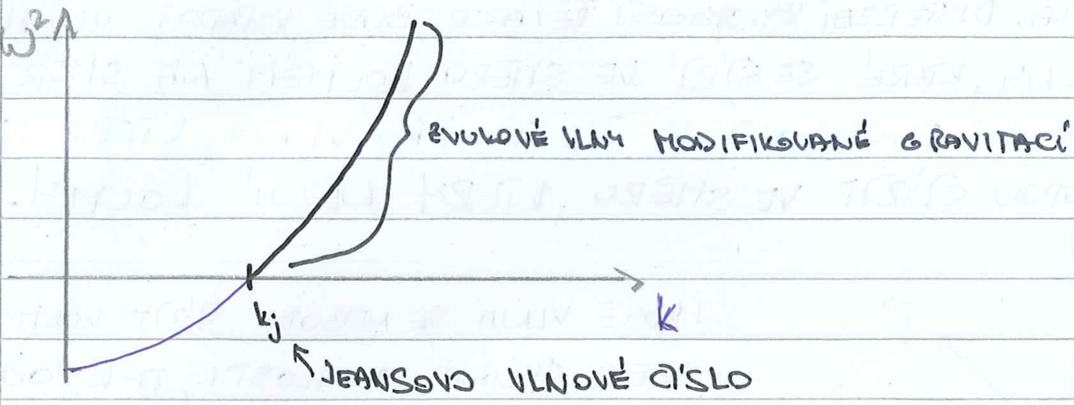


ZESILUJE

(24.)

GRUPOVÁ RYCHLOST $v_g = \frac{\omega}{k}$

FÁZOVÁ RYCHLOST $c_s = \frac{d\omega}{dk}$



$$\omega^2 = k^2 c^2 + 4\pi G\rho$$

k_j - JEANSOVO VLNOVÉ ČÍSLO (KRITICKÉ VLNOVÉ ČÍSLO), ROZDĚLUJE NÁM TO NA 2 TYPY ŘEŠENÍ. ABYCHOM HO NAŠLI POLOŽÍME SI $\underline{\omega = 0}$

$$k_j^2 c_s^2 - 4\pi G\rho_0 = 0$$

$$k_j = \frac{\sqrt{4\pi G\cdot\rho_0}}{c_s} \qquad k_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} \qquad \boxed{\lambda_j = \frac{c_s\cdot\sqrt{\pi}}{\sqrt{G\cdot\rho_0}}}$$

JEANSOVA VLNOVÁ DÉLKA

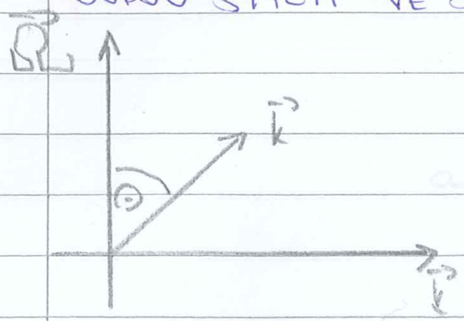
KDYŽ V HOMOGENNÍM PROSTŘEDÍ S HUSTOTOU ρ_0 VYVOLÁM VZRUCH S RŮZNÝMI VLNOVÝMI DÉLKAMI, TAK V ČASE BUDE NARŮSTAT AMPLITUDA TĚCH, KTERÉ MAJÍ VLNOVOU DÉLKU VĚTŠÍ NEŽ $\underline{\lambda_j}$.

TYTO ÚVAHY BYLI ZATÍM PRO 1D NYNÍ PŘEJDEME DO 3D A ZAVEDEME ROTACI.

BUDEME PŘEDPOKLÁDAT, ŽE MÁME HOMOGENNÍ PROSTŘEDÍ, KTERÉ STEJNOMĚRNĚ ROTUJE RYCHLOSTÍ Ω (ŘEKNEMĚ, ŽE TO PROSTŘEDÍ MÁ TVAR KOULE). V EULEROVĚ ROVNICI NÁM PAK NA PRAVÉ STRANĚ VZNIKNOU DVA NOVÉ ČLENY (SILOVÉ ČLENY)

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\Phi - \underbrace{\Omega_s\times(\Omega_s\times\vec{r})}_{\text{DOSTŘEDIVÁ SÍLA}} - \underbrace{2\cdot\Omega_b\times\vec{v}}_{\text{CORIOLISOVA SÍLA}}$$

KDYŽ TUTO ROVNICI LINEARIZUJEME, TAK NÁM ČLEN S ODSTŘEDIVOU SILOU VYPADNE, ALE ZŮSTANE NÁM TAM CORIOLISOVA SÍLA. DISPERZNÍ ~~RYCHLOSTI~~ RELACE BUDE VYPADAT JINAK PRO VLNY, KTERÉ SE ŠÍŘÍ VE SMĚRU KOLMÉM NA SMĚR ~~ROTACE~~ ÚHLOVÉ RYCHLOSTI A JINAK PRO VLNY, KTERÉ SE BUDOU ŠÍŘIT VE SMĚRU, KTERÝ NENÍ KOLMÝ.

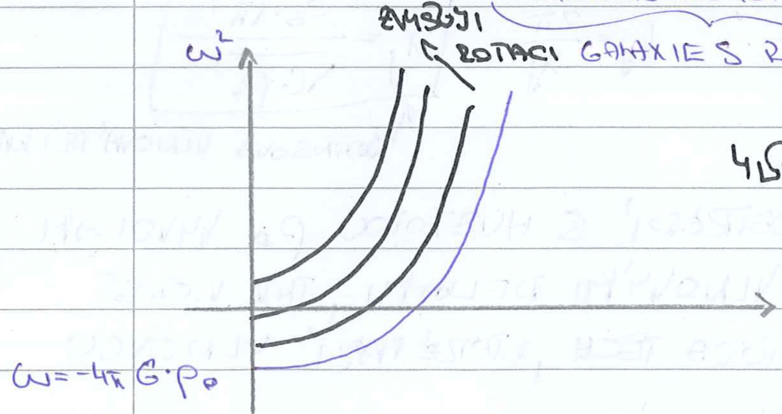


I KDYŽ VLNA SE NEBUDE ŠÍŘIT KOLMO NA SMĚR ÚHLOVÉ RYCHLOSTI, TAK POŘÁD PLATÍ:

$$k_j = \frac{\sqrt{4\pi G\cdot\rho}}{c_s}$$

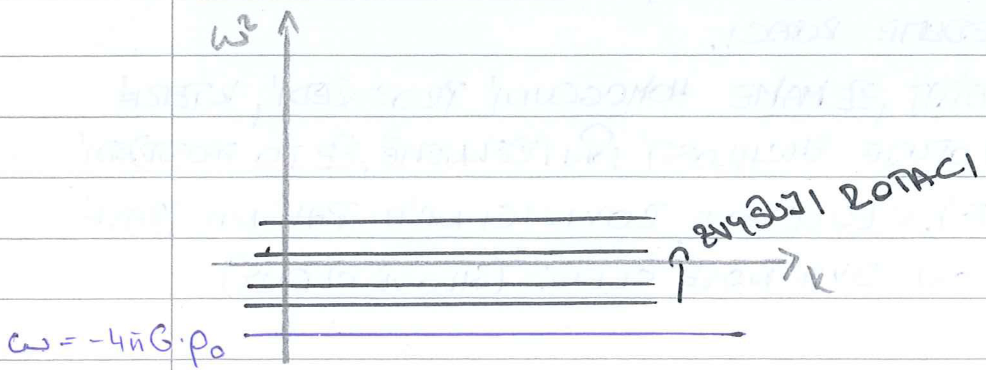
TO CO NÁS ZAJÍMÁ VÍCE JE SMĚR KOLMÝ NA VEKTOR TÉ ÚHLOVÉ RYCHLOSTI (DISKOVÉ GALAXIE ...). ω POTOM ODPOVÍDÁ

$$\omega^2 = \underbrace{\underbrace{k^2c_s^2 - 4\pi G\rho_0}_{\text{GALAXIE BEZ ROTACE}} + 4\Omega^2}_{\text{GALAXIE S ROTACÍ}}$$



$4\Omega^2$ - POSOUVÁ ω NAHORU, BUDEME MÍT PAK PŘÍPADY KDY DISPERZNÍ RELACE NEBUDE PROTÍNAT OSU x.

PRO PŘÍPAD SE ZANEDBATELNÝM TLAKEM



JE MOŽNÉ NAJÍT TAKOVOU HODNOTU RYCHLOSTI, ŽE JSEM SCHOPEN

STABILIZOVAT VŮČI GRAVITAČNÍ NESTABILITĚ ÚPLNĚ VŠECHNY VLNOVÉ DÉLKY. POZOR, TOTO PLATÍ VE 3D, VE 2D UŽ TO NEPLATÍ. PRO 2D ŽÁDNÁ TAKOVÁ RYCHLOST ROTACE NEEXISTUJE.

2 DIMENZE

$\rho \rightarrow \Sigma$ (PLOŠNÁ HUSTOTA)

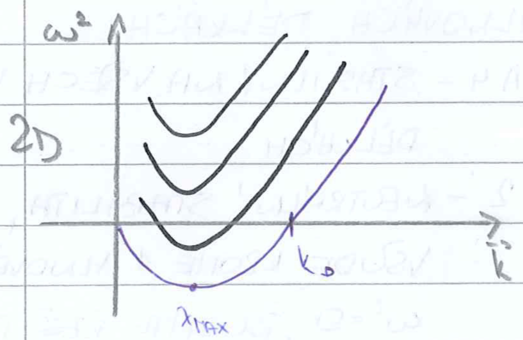
NA GALAXII SE DÍVÁME Z BOKU A Σ ZÍSKÁME, TAK ŽE BUDEME INTEGROVAT KOLMO NA GALAKTICKOU ROVINU.

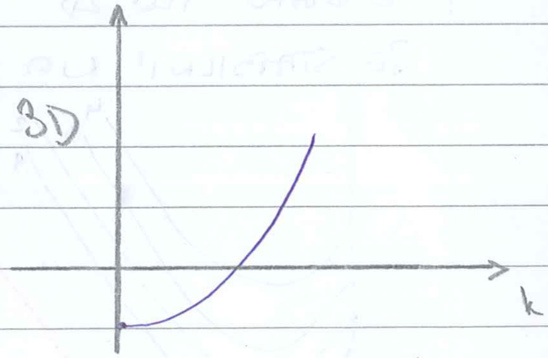
$$\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \, dz$$

2D: $\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2 - 2\pi G \cdot \Sigma_0 |k| + 4\Omega^2$

3D: $\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2 - 4\pi G \cdot \rho_0 + 4\Omega^2$

PRO 2D MÁME NEKONEČNĚ TENKÝ ROTUJÍCÍ DISK (PRO TUTO RELACI ROTUJE STEJNOMĚRNĚ). ÚHLOVÁ RYCHLOST OTÁČENÍ ČÁSTIC V DISKU JE VŠUDE STEJNÁ.





PRO 2D $4\Omega^2 = 0$ (BEZ ROTACE)

k_0 - KRITICKÉ VLNOVÉ ČÍSLO ODDĚLUJÍCÍ OBLASTI NESTAB

$$\rho_1 = \hat{\rho} e^{\pm(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = \hat{\rho} e^{\pm i \vec{k}\vec{r}} \cdot e^{\mp \omega t i}$$

CHCEME VĚDĚT PRO KTEROU VLNOVOU DÉLKU POROSTE AMPLITUDA NEJRYCHLEJI, DERIVACE PODLE ČASU

$$\frac{d\rho_1}{dt} = \hat{\rho}\,\omega \cdot e^{\pm \sqcup} \cdot e^{\pm \sqcup}$$

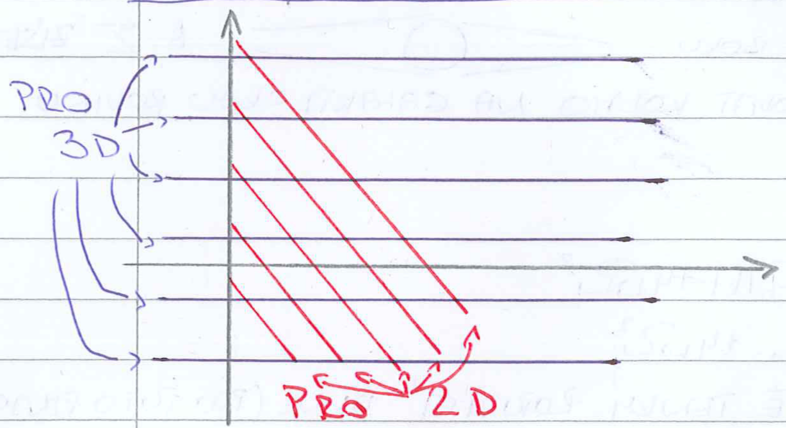
$$\frac{d\rho_1}{dt} \propto \omega$$

RYCHLOST RŮSTU AMPLITUDY VLNY BUDE ÚMĚRNÁ HODNOTĚ ω

V PŘÍPADĚ 3D NEROTUJÍCÍHO SYSTÉMU NEJRYCHLEJI ROSTOU VLNY S NULOVÝM $\underline{k}$ (ODPOVÍDÁ NEKONEČNÉ VLNOVÉ DÉLCE). PRO ČÍM VĚTŠÍ

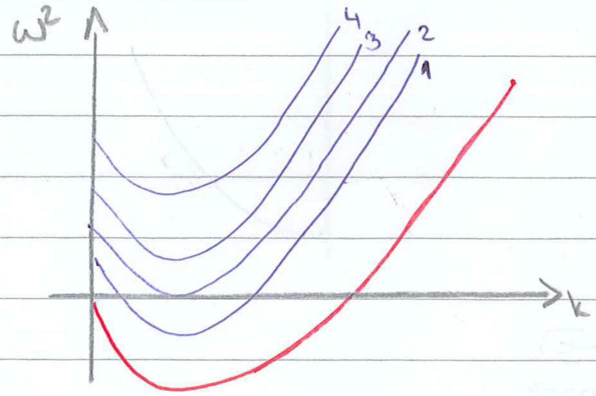
VLNOVÉ DÉLKY TÍM VÍCE NESTABILNĚJŠÍ. FLUKTUACE V TOM SYSTÉMU NEMUSÍ BÝT NUTNĚ POUZE INTERNÍ, ALE MOHOU BÝT ZPŮSOBENY VNĚJŠÍ PŘÍČINOU (NAPŘ. KOLEM PROLETÍ JINÁ GALAXIE.

DISPERZNÍ RELACE V DISKU BEZ TLAKU 2D



VE 2D NEZÁLEŽÍ JAK MOC TO ROZTOČÍM STEJNĚ MI VYJDE NĚJAKÉ $\vec{k}$. NELZE TO STABILIZOVAT VLNOVÉ DÉLKY.

Z GRAFU PRO 2D DISK BUDEME CHTÍT ZJISTIT, KDY JE STABILNÍ NA VŠECH VLNOVÝCH DÉLKÁCH



3 A 4 - STABILNÍ NA VŠECH VLNOVÝCH DÉLKÁCH

2 - NEUTRÁLNÍ STABILITA, STABILNÍ VŠUDE KROMĚ 1 VLNOVÉ DÉLKY

$\omega^2 = 0$, BUDEME ŘEŠIT BUĎ KVADRATICKOU ROVNICI, NEBO HLEDÁM PODMÍNKU PRO MINIMUM $\frac{d(\omega^2)}{dk} = 0$. MOHU SI VYBRAT, ALE VŽDY DOSPĚJI K TOMEROVU KRITERIU:

$$Q_T = \frac{c_s \cdot (2\Omega)}{\pi \cdot G \cdot \Sigma_0}$$

2Ω MÍSTO $\mathcal{H}$ - Z HISTORICKÝCH DŮVODŮ MOHU POTOM PŘEPSAT VZTAH PRO ω

$$\boxed{\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2 - 2\pi G \cdot \Sigma_0 |k| + \mathcal{H}^2}$$ TOTO JE OBECNĚJŠÍ

ZAHRNUJE DIFERENCIÁLNĚ ROTUJÍCÍ DISK, TAK DISKY, CO ROTUJOU STEJNOMĚRNĚ.

PRO STEJNOMĚRNĚ ROTUJÍCÍ DISK $|\mathcal{H} = 2\Omega|$ $Q_T = \frac{c_s \cdot \mathcal{H}}{\pi \cdot G \cdot \Sigma_0} = 1$

(26.)

PRO SPIRÁLNÍ HUSTOTNÍ VLNY PLATÍ:

$$(\omega - m\Omega)^2 = k^2 c_s^2 - 2\pi G \cdot \Sigma_0 |k| + \varkappa^2$$

ω – ČASOVÁ FREKVENCE VLNY

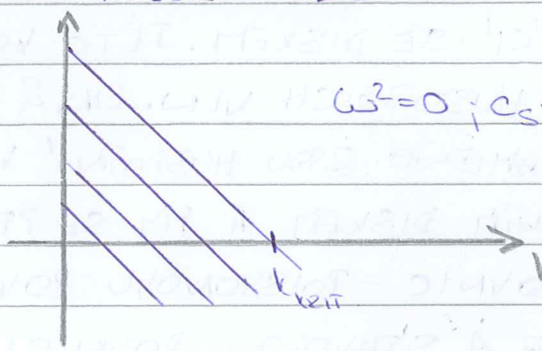
Ω – ÚHLOVÁ FREKVENCE POHYBU HVĚZD PO KRUHOVÉ DRÁZE

m – PROSTOROVÁ ČETNOST VLNY (POČET SPIRÁL. RAMEN)

NYNÍ BUDEME CHTÍT VYUŽÍT DEFINICI $\underline{Q_T}$ V DISPERZNÍ RELACI. PŘEPÍŠEME JI TEDY DO BEZ+ROZMĚRNÉHO TVARU.

$$\frac{\omega^2}{\varkappa^2} = \frac{k^2 \cdot c_s^2}{\varkappa^2} - \frac{2\pi G \cdot \Sigma_0 |k|}{\varkappa^2} + 1$$

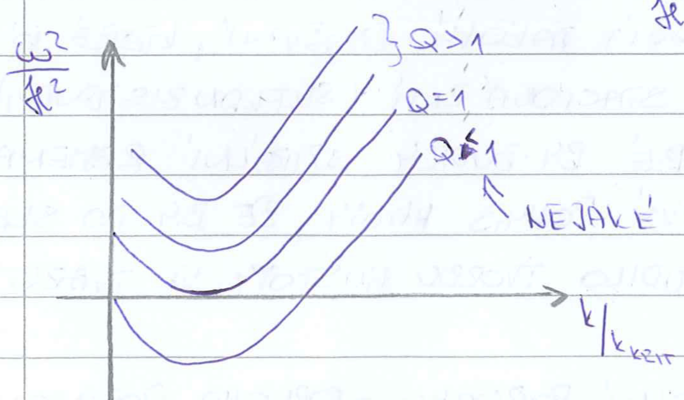
NYNÍ NEJDELŠÍ ~~NE~~STABILNÍ VLNOVÁ DÉLKA V DISKU BEZ TLAKU.



$$\omega^2 = 0 \; ; \; c_s = 0$$

$$k_{krit} = \frac{\varkappa^2}{2\pi \cdot G \cdot \Sigma_0} \qquad \lambda_{krit} = \frac{4\pi G \cdot \Sigma_0}{\varkappa^2}$$

$$\frac{\omega^2}{\varkappa^2} = 1 - \frac{k}{k_{krit}} + \left(\frac{k}{k_{krit}}\right)^2 \cdot \frac{Q^2}{4}$$



NĚJAKÉ VLNOVÉ DÉLKY JSOU NESTABILNÍ

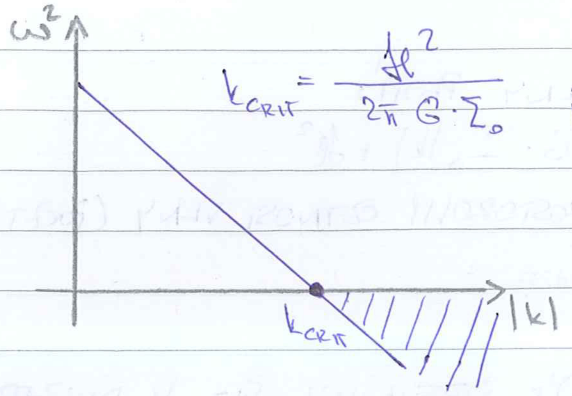
DISPERZNÍ RELACE PRO OSOVĚ ~~A~~SYMETRICKÉ NESTABILITY VE 2D DISKU (VÁZALO SE TOOMROVĚ KRITÉRIU):

$$\omega^2 = k^2 \cdot c_s^2 - 2\pi \cdot G \cdot \Sigma_0 \cdot |k| + \varkappa^2$$

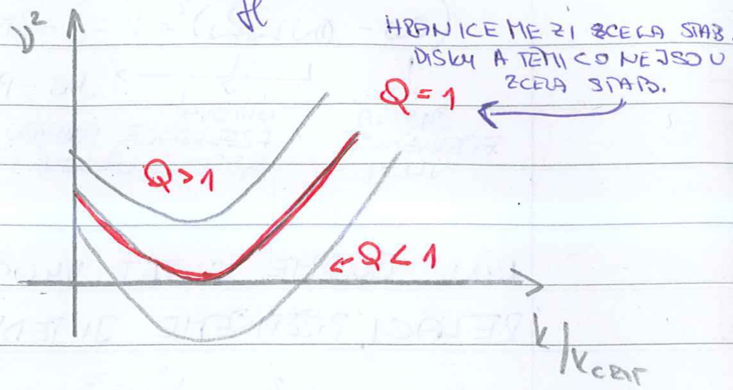
BEZROZMĚRNÁ RELACE (VYDĚLÍM EPICYKLICKOU FREKVENCÍ):

$$\nu^2 = \frac{\omega^2}{\varkappa^2} \Rightarrow 1 - \frac{|k|}{k_{crit}} + \left(\frac{k}{k_{crit}}\right)^2 \cdot \frac{Q^2}{4}$$

k_{crit} – JE NEJDELŠÍ NESTABILNÍ VLNOVÁ DÉLKA V DISKU BEZ TLAKU (NULOVÉ NÁHODNÉ POHYBY).



$$k_{crit} = \frac{\kappa^2}{2\pi G \cdot \Sigma_0} \; ; \; \lambda_{crit} = \frac{4\pi \cdot G \cdot \Sigma_0}{\kappa^2}$$



TEĎ TO BUDEME CHTÍT ZOBECNIT NA PORUCHY VE TVARU SPIRÁLNÍCH RAMEN.

LIN & SHU (AMERIČANÉ), ŘEKLI SI, ŽE SPIRÁLNÍ RAMENA JSOU HUSTOTNÍ VLNY ŠÍŘÍCÍ SE DISKEM. TÉTO KONCEPCI SE ŘÍKÁ TEORIE SPIRÁLNÍCH HUSTOTNÍCH VLN. LIN & SHU SI ŘEKLI, ŽE SPIRÁLNÍ RAMENA JSOU HUSTOTNÍ VLNY, KTERÉ SE ŠÍŘÍ GALAKTICKÝM DISKEM A MY SE PTÁME JESTLI TU SOUSTAVU ROVNIC – POISSONOVU ROVNICI, HYDRODYNAMICKÉ ROVNICE A STAVOVOU ROVNICI, JESTLI JE MOŽNÉ NAJÍT TAKOVÉ ŘEŠENÍ, KTERÉ BY MĚLO TVAR SPIRÁL A BYLO STACIONÁRNÍ (SELFKONZISTENTNÍ). GRAVITAČNÍ POLE, KTERÉ BY BUDILY SPIRÁLNÍ RAMENA BY VYVOLÁVALO TAKOVÝ POHYB HMOTY, ŽE BY TO SKRZ POHYBOVÉ ROVNICE BUDILO TVORBU HUSTOTY VE TVARU SPIRÁLNÍCH RAMEN.

ZADEFINUJEME SI SPIRÁLNÍ PORUCHU - PORUCHA POTENCIÁLU, KTERÁ BUDE OBECNĚ ZÁVISLÁ NA R – POLOMĚRU; Θ – POLÁRNÍ ÚHEL A NA ČASE t (BUDE SE OTÁČET NIC VÍC).

$\Phi_0(R) ; \rho_0(R)$ – BEZ PORUCHY

$\Phi_1(R;\Theta;t) ; \rho_1(R;\Theta;t)$ – S PORUCHOU

27.

SELFKONZISTENTNÍ

Φ_1 → PŮJDU DO POHYBOVÝCH ROVNIC

EULEROVA ROVNICE (PRO PLYN)

$\tilde{\rho}_1(R;\Theta;t)$

PŮJDU S Φ_1 DO POISS. ROVNICE A Z NÍ BUDU ZJIŠŤOVAT ρ_1 JAKOU HUSTOTU BUDÍ GRAV. POLE VE TVARU SPIRÁL

Z TOHO DOSTANU REAKCI HMOTY NA TEN POTENCIÁL

SELFKONZISTENCE ŘEŠENÍ ZNAMENÁ, ŽE HUSTOTY, CO VYJDOU Z OBOU ŘEŠENÍ SE MUSÍ SOBĚ ROVNAT. UKÁŽE SE, ŽE TOTO JE MOŽNÉ TEHDY, KDYŽ JE SPLNĚNA NĚJAKÁ SPECIFICKÁ DISPERZNÍ RELACE. TED MÁME SPIRÁLNÍ VLNU. ZÍSKÁM TUTO DISPERZNÍ RELACI.

$$(\omega - m\cdot\Omega_1)^2 = k^2\cdot c_s^2 - 2\pi\cdot G\cdot\Sigma_0\cdot|k| + \kappa^2$$

ω – FREKVENCE VLNY; Ω_1 – ÚHLOVÁ FREKVENCE HVĚZD

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{1}{R}\frac{d\Phi(R)}{dR}}$$

MÁME ROVNĚŽ ELEMENTÁRNÍ ŘEŠENÍ VE TVARU ROVINNÉ VLNY:

$$e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

$\omega = \omega_R$

$\omega = \omega_I = 0 + \omega_I\cdot i$

BUĎ JE ω REÁLNÉ NEBO IMAGINÁRNÍ

PRO ROZBOR SPIRÁLNÍCH VLN JE POTŘEBA OBECNĚJŠÍ MOŽNOST $\omega = \omega_R + i\omega_I$

SPIRÁLNÍ VLNA, PRO PORUCHU POTENCIÁLU

$$\Phi(R;\Theta;t) = \tilde{\Phi}(R)\cdot e^{\pm i(\omega t - m\Theta + F(R))}$$

MOHU ROZTRHNOUT

$$e^{\pm i\cdot\omega_R t}\cdot e^{\pm\omega_I\cdot t}$$

Ω_p – FREKVENCE OTÁČENÍ SPIR. SYSTÉMU (RAMENA, PŘÍČKY APOD.)

$\omega_R = m\cdot\Omega_p$ ω_R – FREKVENCE S JAKOU BOD VIDÍ TU VLNU.

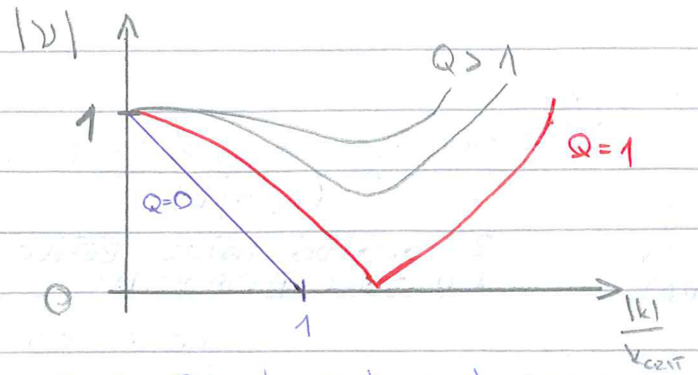
DOSADÍME DO DISPERZNÍ RELACE:

$$[m(\Omega_p - \Omega_1)]^2 = \_\_\_$$

PRAVÁ STRANA ZŮSTÁVÁ STEJNÁ, PODĚLÍM CELÉ $1/\kappa^2$

$$\nu^2 = \left[\frac{m(\Omega_p-\Omega_1)}{\kappa}\right]^2 = 1 - \frac{|k|}{k_{crit}} + \left(\frac{k}{k_{crit}}\right)^2\cdot\frac{Q^2}{4}$$

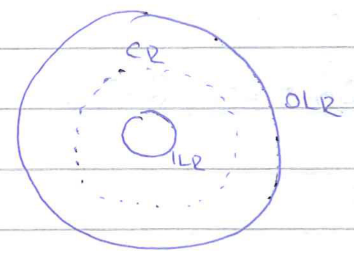
$$\nu = \frac{\omega}{\kappa} \longrightarrow \nu = \frac{m\cdot(\Omega_p-\Omega_1)}{\kappa}$$



$Q=0$ ŽÁDNÉ NÁHODNÉ POHYBY
NULOVÝ TLAK, ODPOVÍDÁ KOROTAČNÍ REZONANCI (CR)

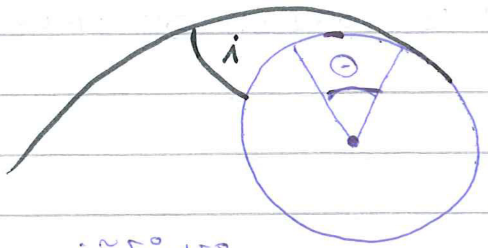
$Q=1$ ILR & OLR

GALAKTICKÝ DISK PŘI POHLEDU ZE SHORA



DISPERZNÍ RELACE MI ŘÍKÁ, JAK SE MEZI TĚMI JEDNOTLIVÝMI REZONANCEMI MĚNÍ VLASTNOST VLNY (JAK SE MĚNÍ JEJÍ λ V ZÁVISLOSTI VE KTERÉM MÍSTĚ TA VLNA ZROVNA JE).

<u>ODBOČKA</u>: <u>GEOMETRICKÝ POPIS SPIRÁLNÍCH RAMEN</u>



$$\cot g\, i = R\left|\frac{d\Theta}{dR}\right|$$

PRVNÍ CHAR. SPIR. RAMENE, JAK TĚSNĚ JE RAMENO NAVINUTO (ÚHEL NÁBĚHU), MĚŘÍ SE MEZI TEČNOU KE SPIR. RAMENU A MEZI TEČNOU KE KRUŽNICI, KDE TO BUDE PROCHÁZET. DALŠÍ CHARAKTERISTIKOU JE I POČET RAMEN $m = 2; 4 \ldots$ A DÁLE TŘEBA Ω_p, COŽ RYCHLOST POHYBU.

Sa .... $i \cong 5° \sim 15°$

Sc .... $i \cong 10° \sim 30°$

NYNÍ NÁVRAT K VYJÁDŘENÍ ELEMENTÁRNÍ VE TVARU SPIRÁLNÍHO RAMENE,

$$\Phi_1 \propto e^{i(\omega t - m\Theta + f(R))}$$

FÁZOVÁ FUNKCE (FUNKCE TVARU) (TVAROVÁ FUNKCE), JE V NÍ SCHOVANÁ INFORMACE V JAKÉM ÚHLU JE TO RAMENO NATOČENÉ VŮČI ZVOLENÉ SOUSTAVĚ, (I JAKÉ JE VZDÁLENOSTI OD CENTRA

28

BUDEME HLEDAT MINIMUM Θ, DNO POTENCIÁLOVÉ JÁMY. PŘEPÍŠI TO JAKO SINUS NEBO COSINUS TOHO ARGUMENTU $e^{\dots}$.

$$\boxed{\omega t - m\Theta + F(R) = \pi}$$

ROVNICE PRO MINIMUM Θ

$$-m\Theta + F(R) + \text{konst.} = \pi(2n-1) \qquad n = 1 \dots m$$

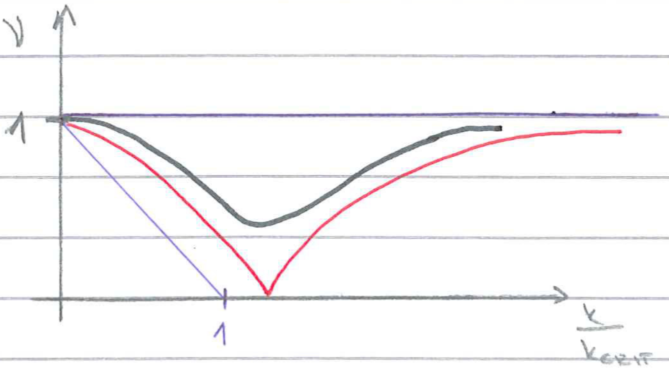
PRO KAŽDÉ m ROVNICE PRO JEDNO ZE SPIRÁLNÍCH RAMEN. 2 SPIR. RAMENA $n = 1; 2$

SPIRÁLNÍ RAMENA BĚŽÍ RADIÁLNÍM SMĚREM A TÍMTO SMĚREM NESOU I ENERGII. $F(R) - F(R+\Delta R) = 2\pi$

$$\frac{dF}{dR}\underbrace{\Delta R}_{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\frac{dF}{dR}} \qquad |k| = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k = \frac{dF}{dR}$$

k ... MŮŽE BÝT ZÁPORNÉ KVŮLI SMĚRU ŠÍŘENÍ VLNY
λ ... NAOPAK ZÁPORNÉ BÝT NESMÍ

FUNKCE TVARU SE ZÍSKÁ JAKO INTEGRÁL PODLE R Z TOHO k. TOTO JSME TEĎ ŘEŠILI PRO PLYNNÝ DISK, TEĎ TO BUDEME ŘEŠIT PRO HVĚZDNÝ DISK.



PRO HVĚZDNÝ DISK TO VŽDY JE MEZI 0 − 1 JSOU TAM Q, PRO VŠECHNY DISPERZNÍ RELACE. NEPŘESAHUJÍ ČÁRU ——, KTERÁ ODPOVÍDÁ LIMBLADOVÝM REZONANCÍM.

DISPERZNÍ RELACE PRO HVĚZDY NÁM ŘÍKÁ, ŽE SE SPIRÁLNÍ HUSTOTNÍ VLNA NIKDY NEMŮŽE ŠÍŘIT POD VNITŘNÍ LIMBLADOVOU REZONANCI A ZA VNĚJŠÍ LIMBLADOVOU REZONANCI.

GRUPOVÁ RYCHLOST − RYCHLOST S JAKOU SE ŠÍŘÍ ENERGIE $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

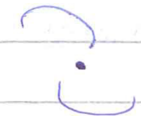
FÁZOVÁ RYCHLOST − $v_f = \frac{\omega}{k}$

VYJDE NÁM, ŽE KRUHOVÁ RYCHLOST JE VŠUDE NENULOVÁ A ŽE BUĎ BĚŽÍ SMĚREM VEN NEBO SMĚREM DOVNITŘ.
JE TO POSTUPNÁ VLNA, KTERÁ SEBOU NESE ENERGII

ZÁPORNÉ
~~KLADNÉ~~ VLNOVÉ ČÍSLO

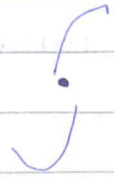
KLADNÉ VLNOVÉ ČÍSLO

$k<0$



ω - PROTI SMERU HOD. RUČIČEK

LEADING WAVE



$k>0$

TRAILING WAVE