Domácí úkol č. 3 z Matematiky 1 (F1711)

Toto je domácí úkol z cvičení ze dne 2.10.2012. Vypracované příklady mi neodevzdávejte (neměl bych čas je všechny opravit). Výsledky příkladů najdete v sekci za zadáním. Pokud si nebudete vědět s něčím rady, tak se mě můžete zeptat před cvičením, po cvičení, nebo si se mnou můžete domluvit konzultaci. Je možné (i když nepravděpodobné), že výsledky obsahují chyby, pokud nějakou najdete, tak mi dejte vědět.

1. Rozložte polynomy

$$a)\quad x^3 + x^2 - x - 1 \qquad b)\quad x^2 + x + 1 \qquad c)\quad x^2 + 2x - 3$$

2. Vydělte plynomy

$$a)\quad (x^4 - 3x^3 + 2x + 5) : (x^2 + 3x - 2) \qquad b)\quad (x^4 + 2x^3 - x + 3) : (x^2 + x)$$

3. Jsou dány matice A, B, C, D, vypočtěte součiny pro všechny dvojice matic, pro které to je možné.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Najděte inverzní matice k maticím

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & -5 & 7 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Výsledky

1.

$$a)\quad (x-1)(x^2+2x+1) = (x+1)(x-1)^2 \qquad b)\quad \left(x - \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$c)\quad (x+3)(x-1)$$

2.

$$a)\quad x^2 - 6x + 20 + \frac{-70x + 45}{x^2 + 3x - 2} \qquad b)\quad x^2 + x - 1 + \frac{3}{x^2 + x},$$

3.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B^2 = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \qquad AB = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad BA = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad BC = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \qquad CD = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 0 & 8 \end{pmatrix} \qquad D^2 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 8 \\ 10 & 8 & 12 \\ -4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

4.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} \text{ neexistuje} \qquad C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-i}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{-i}{2} \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad E^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -a & ac-b \\ 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad F^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$