LectureIV

April 17, 2016

0.0.1 Kritická hodnota hustoty resp. hustoty energie

Když se ještě jednou podíváme na Friedmannovu rovnici pro libovolný čas t, je patrné že pro plochý vesmír $\kappa = 0$ má tato rovnice velmi jednoduchý tvar

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t)$$

Existuje tedy specifická hodnota hustoty energie (resp. hustoty), při které je vesmír plochy a kterou nazýváme kritickou

$$\varepsilon_c(t) = \frac{3c^2}{8\pi G}H^2(t)$$

Pokud je hodnota v daném čase větší než $\varepsilon_c(t)$ vesmír bude kladně zakřivený $\kappa = +1$, pokud bude menší tak negativně zakřivený $\kappa = -1$. Současná hodnota kritické hustoty energie je $\varepsilon_{c,0} = 5200 \pm 1000\,\mathrm{MeVm}^{-3}$.

V praxi se vyplatí spíše než použití absolutní hodnoty hustoty resp. hustoty energie relativní veličiny takzv. hustotní parametr

$$\Omega(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_c(t)}.$$

S pomocí tohoto parametru lze přepsat Friedmannovu rovnici na tvar

$$1 - \Omega(t) = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 a^2(t) H^2(t)}$$

Z tvaru této funkce je patrné, že pro expandující vesmír nemůže výraz na pravé straně změnit znaménko. To znamená, že pokud $\Omega < 1$, pak to zůstane napořád. Obdobný argument platí i pro $\Omega > 1$. Z toho plyne, že křivost vesmíru (znaménko) se v čase nemění. Pro současnou hodnotu platí

$$\frac{\kappa}{R_0^2} = \frac{H_0^2}{c^2}\left(\Omega_0 - 1\right)$$

Vidíme, že z určeného parametru Ω_0 stanovíme křivost vesmíru κ, v případě znalosti Hubbleovy konstanty H_0 určíme i poloměr křivosti

0.0.2 Decelerační parametr

K odvození vztahu pro decelerační parametr nám stačí Taylorův rozvoj škalovacího faktoru v bodě t_0

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)\left(t - t_0\right)^2 \dots$$

dělením vztahu podle $a(t_0)$ můžeme rozvoj dále upravit

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + H_0(t - t_0) - \frac{q_0}{2}H_0^2(t - t_0)^2 + \dots$$

kde q_0 značí decelerační parametr

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)}\frac{1}{H_0^2} = -\frac{a(t_0)\ddot{a}(t_0)}{\dot{a}^2(t_0)}$$

Vesmír s dominancí hmoty Rovnice pro zrychlení vede ke vztahu

$$\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)} = -\frac{4\pi G}{3}\rho$$

který s použitím definice deceleračního parametru q_0, kritické hustoty ρ_c a hustotního parametru Ω upravíme dále na

$$q_0 = \frac{4\pi G}{3H_0^2}\rho = \frac{\Omega_0}{2}$$

```
In [ ]:
```