

Lecture V

April 18, 2016

1 Temná hmota

V předchozích lekcích jsme ukázali, že pokud známe celkové množství hmoty ve vesmíru a její složení, známe celou historii vývoje škálovacího faktoru a Hubbleovy konstanty. Otázkou je, jak určit množství hmoty ve vesmíru.

1.1 Viditelná hmota

Pokud se jedná o hmotu, která září, jako jsou hvězdy, galaxie atd. je situace jednodušší. Zjistíme pro daný typ objektu vztah mezi svítivostí L_{\odot} a hmotou M . Jinými slovy řečeno, kolik kilogramu hmoty v průměru je potřeba k svítivosti 1 Wat. Ze znalosti poměru hmoty a svítivosti pak můžeme odhadnout množství hmoty z pozorované svítivosti. Je nutné si uvědomit, že tento poměr se bude lišit podle typu objektu. Z tohoto důvodu pak v případě hvězd na hlavní posloupnosti tento poměr může nabývat hodnot z intervalu 10^{-3} až do $10^3 M_{\odot}/L_{\odot}$. První hodnota se týká nejjasnějších hvězd spektrálního typu O, druhá těch nejméně jasných hvězd spektrálního typu M. Z tohoto důvodu hodnota poměru hmoty a svítivosti pro galaxii záleží na množství jednotlivých typů hvězd, které obsahuje.

V našem blízkém hvězdném okolí (zhruba do 1 kpc) je

$$(M/L_B) \approx 4 M_{\odot}/L_{\odot,B}.$$

Pokud budeme předpokládat, že tato hodnota nijak nevybočuje a tedy reprezentuje průměrnou hodnotu, můžeme na jejím základě určit hustotu, která reprezentuje hmotu tvořenou hvězdami.

$$\rho_{\text{star},0} = 4 j_{\text{star},B}$$

Z pozorování plyne, že celková svítivost hvězd nacházejících se v oblasti až do vzdálenosti několika Mpc⁻³ od centra galaxie a to ve filtru B je

$$j_{\text{star},B} \approx 1.2 \cdot 10^8 L_{\odot,B} \text{ Mpc}^{-3}$$

Z toho plyne, že odhad hustoty hmoty tvořené hvězdami $\rho_{\text{star},0} \approx 5 \cdot 10^8 M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$. Hodnotu můžeme srovnat se současnou hodnotou kritické hustoty $\rho_{c,0} = 1.4 \cdot 10^{11} \text{ Mpc}^{-3}$ a dostaneme

$$\Omega_{\text{star},0} = \frac{\rho_{\text{star},0}}{\rho_{c,0}} \approx 0.004$$

Vidíme, že tedy hvězdy tvoří velmi zanedbatelnou část hmoty. Samozřejmě, tento odhad není zcela přesný, z velké části kvůli velké nejistotě odhadu počtu málo hmotných slabě svítících hvězd. Pro ilustraci, v naší Galaxii 95 procent svítivosti hvězd pochází od hvězd jasnějších než naše Slunce ale 80 procent hmotnosti tvoří hvězdy méně jasné. Pokud do kategorie hvězd zařadíme i hnědé trpaslíky, černé díry které nelze (nebo jen obtížně) detekovat, nepřesnost odhadu hustoty se ještě zvětší.

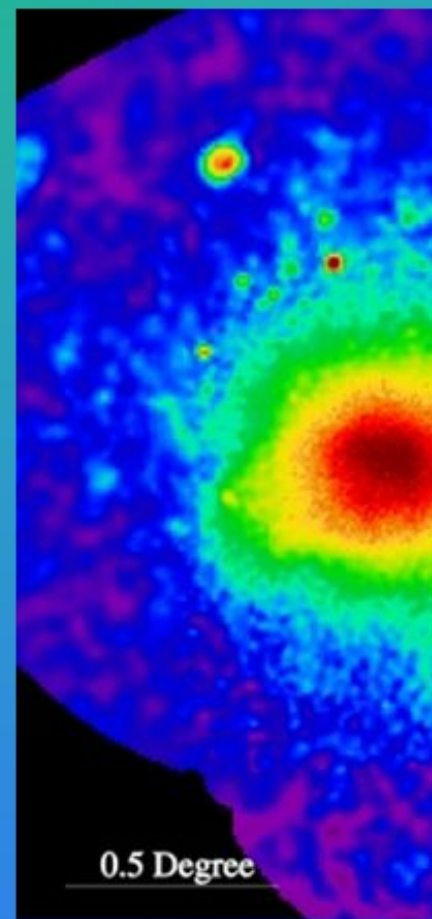
Galaxie obsahují také nehvězdnou baryonovou hmotu, především plyn. Naše Galaxie (nebo také M 31) obsahuje množství plynu, které je ekvivalentní 10 procentům hmoty, kterou tvoří hvězdy. V nepravidelných galaxiích jako jsou LMC a SMC, tvoří plyn ještě větší část. Navíc je zde zanedbatelné množství mezi-galaktického plynu. Snímky v rentgenovém oboru kupy galaxií ve Vlasech Bereniky ukazují horký a řídký mezigalaktický plyn, vyzařující v rentgenovém oboru s typickou energií 9 keV. Celkové množství plynu v

Hot Gas in Clusters: The Coma

Without dark matter, the hot gas would evaporate



Optical Image



X-ray Image from

Figure 1: Mezigalaktický plyn

tomto případě tvoří až sedminásobek množství hmoty tvořeného hvězdami. Zahrnutím i této složky pro baryonovou hmotu dostáváme celkový odhad

$$\Omega_{\text{bar},0} = 0.04 \pm 0.01$$

tedy řádově větší než složka, kterou tvoří pouze hvězdy. Je nutné si uvědomit, že když se díváme na hvězdnou oblohu, většinu baryonové hmoty nevidíme. Je na to buď příliš chladná a nebo příliš difúzní.

1.2 Galaktické halo

Situace kolem hmoty ve vesmíru je však mnohem komplikovanější. Ukazuje se, že ve vesmíru existuje nebaryonový typ hmoty, který neabsorbuje, neemituje ani nerozptyluje světlo a integruje pouze gravitačně. Tomuto typu hmoty se říká Temná hmota a její mnohem více než tí klasické baryonové. Způsob detekce je relativně obtížný vzhledem k jejím vlastnostem, klasický způsob spočívá v určování křivky orbitálních rychlostí hvězd ve spirální galaxii v závislosti na vzdálenosti. Spirální galaxie se nacházejí v našem nejbližším galaktickém okolí, jsou relativně jasné a z jejich tvaru se dá dobře určit sklon směrem k pozorovateli, jinými slovy inklinaci.

Předpokládejme, že máme hvězdu na kruhové dráze okolo centra galaxie M31 ve vzdálenosti R a s rychlostí v . Z Newtonovské mechaniky plyne pro vztah mezi rychlostí v a hmotou $M(R)$ obsažené v kouli o poloměru R

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}.$$

Disk galaxie, který vidíme díky projekci jako eliptický s měřitelným poměrem os a, b nám umožňuje určit inklinaci

$$\cos i = \frac{b}{a}$$

Povrchový jas I disku galaxie má v závislosti na vzdálenosti exponenciální profil

$$I(R) = I(0) \exp\left(-\frac{R}{R_s}\right)$$

kde R_s je charakteristická vzdálenost v řádech jednotek kpc. Pro naši Galaxii $R_s \approx 4$ kpc a pro M 31 galaxii $R_s \approx 6$ kpc. Měřením rudého posuvu absorpčních resp. emisních čar pocházejících z disku, jsme dále schopni určit závislost radiální rychlosti na vzdálenosti od centra

$$v_r(R) = cz(R)$$

Radiální rychlost hvězdy se skládá z radiální rychlosti galaxie jako celku a projekce orbitální rychlosti do směru k pozorovateli

$$v_r(R) = v_{\text{gal}} + v(R) \sin i$$

Takže pro orbitální rychlost můžeme psát vztah

$$v(R) = \frac{v_r(R) - v_{\text{gal}}}{\sqrt{1 - b^2/a^2}}$$

Vidíme, že od určité vzdálenosti $R > 15$ Kpc je orbitální rychlost v podstatě konstantní a neodpovídá Keplerovskému poklesu. Vysvětlení spočívá v přiznání existence temného hala, které obklopuje viditelnou hmotu a způsobuje že hmota se vzdáleností nezůstává konstantní ale lineárně roste. Škálováním v a R ve vztahu pro hmotnost $M(R)$ na hodnoty odpovídající Slunci v naší Galaxii

$$M(R) = \frac{v^2 R}{G} = 9.6 \cdot 10^{10} M_{\odot} \left(\frac{v}{220 \text{ km.s}^{-1}}\right)^2 \left(\frac{R}{8.5 \text{ kpc}}\right)$$

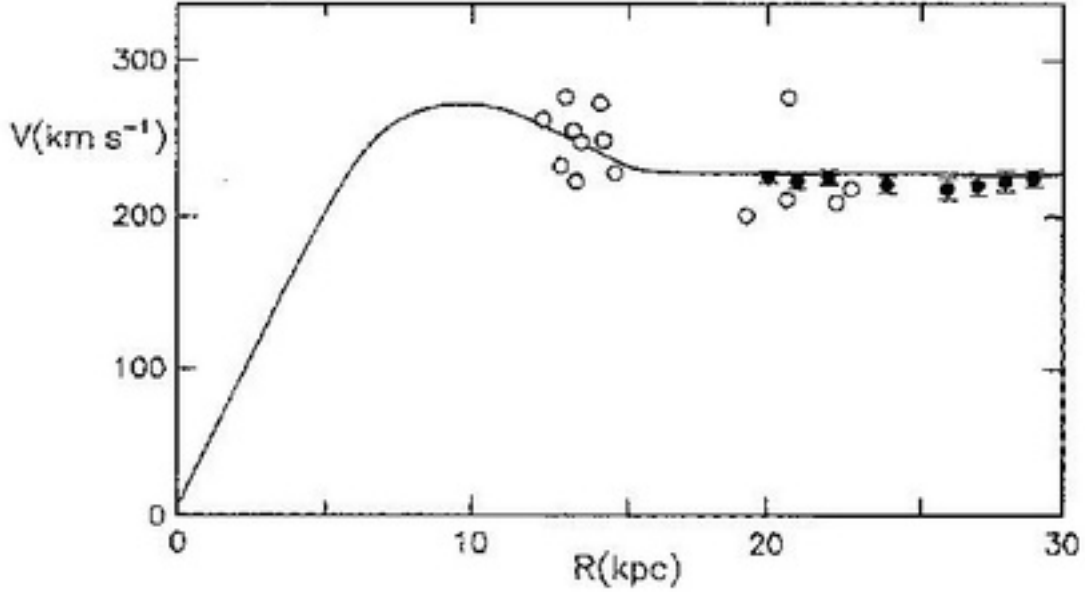


Figure 2: Rotační křivka galaxie M31

Využitím změřené svítivosti naší Galaxie $L_{\text{Gal},B} = 2.3 \cdot 10^{10} L_{\odot,B}$ ve filtru B , lze odhadnout ze vztahu mezi svítivostí a hmotou

$$(M/L_B)_{\text{Gal}} \approx 50 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot,B}} \left(\frac{R_{\text{Halo}}}{100 \text{ kpc}} \right)$$

kde pro rychlost jsme použili hodnotu $v = 220 \text{ km.s}^{-1}$ a R_{Halo} je poloměr hala temné hmoty. O velikosti této hodnoty máme bohužel jen velmi hrubé představy. V případě extrémně vzdálených kulových hvězdokup a satelitních galaxií lze odhadnout dolní mez na $R_{\text{Halo}} \approx 75 \text{ kpc}$. To by vedlo k hodnotě $(M/L_B)_{\text{Gal}} \approx 40 M_{\odot}/L_{\odot,B}$, což je deskrát více než tvoří hvězdy. Příspěvek této formy hmoty vyjádřený v

$$\Omega_{\text{Gal}} \approx 0.04.$$

Nicméně jedná se o spodní odhad a velikost R_{Halo} bude podstatně větší.

1.2.1 Galaktické kupy

Další indikace temné hmoty pochází od studia galaktických kup. Studium galaktické kupy v souhvězdí vlasy Bereniky, zejména rychlostí jednotlivých galaxií lze odhalit skrytou temnou hmotu. Budeme k tomu potřebovat Viriálový teorém

Galaktickou kupu považujeme za izolovaný systém N – částic, které se v rámci kupy pohybují nerelativistickými rychlostmi, rozptyl rychlosti galaxií v kupě činí $\sigma \approx 900 \text{ km.s}^{-1}$. Gravitační potenciální energie systému je dána součtem příspěvku od všech členů kupy

$$W = -\frac{G}{2} \sum_{i,j} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|} \quad i \neq j$$

a zároveň také platí

$$W = -\alpha \frac{GM^2}{r_h}$$

kde $M = \sum_i m_i$ je celková hmotnost kupy, α je numerický faktor jednotkového řádu, jehož exaktní hodnota závisí na profilu galaktické kupy a r_h je poloměr sféry centrované na střed kupy a obsahující polovinu hmoty kupy. V našem případě můžeme použít $\alpha \approx 0.4$. Kinetická energie je spjata s relativním pohybem galaxie v kupě

$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i |\dot{\vec{x}}_i|^2$$

a zároveň kinetickou energii kupy můžeme psát s pomocí střední kvadratické rychlosti $\langle v^2 \rangle$

$$K = \frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle.$$

kde

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{M} \sum_i m_i |\dot{\vec{x}}_i|^2.$$

K dalšímu postupu ještě budeme potřebovat definici momentu hybnosti kupy

$$I = \sum_i m_i |\vec{x}_i|^2.$$

přesněji řečeno její druhou derivaci

$$\ddot{I} = 2 \sum_i m_i \left(\vec{x}_i \ddot{\vec{x}}_i + \dot{\vec{x}}_i \dot{\vec{x}}_i \right)$$

S využitím vztahu pro kinetickou energii můžeme vztah dále upravit

$$\ddot{I} = 2 \sum_i m_i \left(\vec{x}_i \ddot{\vec{x}}_i \right) + 4K$$

který doplníme vztahem

$$\ddot{\vec{x}}_i = G \sum_{j \neq i} m_j \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|^3}$$

Je jedno přes který index sčítáme, výrazy jsou identické

$$\sum_i m_i \left(\vec{x}_i \ddot{\vec{x}}_i \right) = \sum_j m_j \left(\vec{x}_j \ddot{\vec{x}}_j \right)$$

Toho využijeme a rozdělíme si formálně sumaci, můžeme dále upravit

$$\sum_i m_i \left(\vec{x}_i \ddot{\vec{x}}_i \right) = \frac{1}{2} \left[\sum_i m_i \left(\vec{x}_i \ddot{\vec{x}}_i \right) + \sum_j m_j \left(\vec{x}_j \ddot{\vec{x}}_j \right) \right] = -\frac{G}{2} \sum_{i,j} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|} = W$$

Srovnáním vztahů dostaneme výsledný vztah

$$\ddot{I} = 2W + 4K.$$

Pro konstatní moment hybnosti je situace ještě jednodušší

$$K = -\frac{W}{2}$$

Tedy pro systém držící vlastní gravitací v ustáleném stavu je kinetická energie ekvivaletní záporně vzaté polovině potencionální energie. Platí to i pro naši galaktickou kupu a s využitím vztahu pro potencionální a kinetickou energii kupy dostáváme

$$\frac{1}{2}M \langle v^2 \rangle = \frac{\alpha GM^2}{2 r_h}$$

Tedy s pomocí viriálového teorému můžeme odhadnout hmotu kupy vztahem (který je velmi podobný vztahu pro spirální galaxie)

$$M = \frac{\langle v^2 \rangle r_h}{\alpha G}$$

Trochu obtížné je však určení $\langle v^2 \rangle$ a r_h . V případě rychlosti lze určit z měření rudého posuvu galaxií v kupě projekci rychlosti ve směru pozorovatele, tedy radiální rychlost. Kolmou složku rychlosti neznáme, můžeme ji však odhadnout z disperze rychlosti ve směru pozorovatele za předpokladu že je disperze isotropní veličina. V takovém případě platí

$$\langle v^2 \rangle = 3\sigma_r^2 = 3(880 \text{ km.s}^{-1})^2 = 2.32 \cdot 10^{12} \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

Poloměr sféry r_h odhadneme zase z předpokladu konstantního poměru svítivosti a hmoty, pro náš případ je odhad zhruba $r_h \approx 1.5 \text{ Mpc}$. Z těchto odhadů aplikací viriálového teorému dostáváme pro odhad hmoty kupy ve Vlasech Bereniky

$$M_{\text{kupa}} = 2 \cdot 10^{15} M_{\odot}$$

S použitím změřené svítivosti kupy $L_{\text{kupa},B} \approx 8 \cdot 10^{12} L_{\odot,B}$ můžeme určit poměr hmoty a svítivosti

$$(M/L_B)_{\text{kupa}} \approx 250 M_{\odot}/L_{\odot,B}$$

To je hodnota mnohem větší než poměr, který má naše galaxie. Hvězdné kupy jsou velkým rezervoárem temné hmoty

In []: Vidíme