Planparalelní deska, hranol a klín

Uvažujme planparalelní desku z materiálu s indexem lomu n, k jejíž první stěně příléhá vnější porstředí s indexem lomu n_1 a ke druhé stěně pak prostředí s n_2. Úhel dopadu (vůči kolmici na rozhraní v místěš dopadu) z prvního prostředí označme α_1, úhel lomu pak β_1. Oba úhly jsou svázány Snellovým zákonem,

$$n_1 \sin \alpha_1 = n \sin \beta_1$$

Úhel dopadu na druhé rozhraní označme β_2, úhel po lomu do finálního prostředí pak α_2. I pro tento lom platí Snellův zákon,

$$n \sin \beta_2 = n_2 \sin \alpha_2$$

Protože součet úhlů v trojúhelníku je 180, jsou vnitřní úhly svázány podmínkou

$$\beta_1 - \beta_2 = \omega$$

kde ω je vrcholový úhel, který spolu lomivé stěny svírají. V našem případě planparalelní desky je $\omega = 0$ a tedy $\beta_1 = \beta_2$. Potom ovšem můžeme Snellův zákon na obou stěnách spojit do výsledného tvaru

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Vidíme, že ce se směru letu týká, chová se na planparalelní desce světlo tak, jako by tam tato nebyla a světlo prošlo pouze rozhraním mezi vstupním a výstupním prostředím. Konkrétně, pokud jsou prostředí totožná ($n_1 = n_2$, jedná se o desku ponořenou do prostředí), platí $\alpha_1 = \alpha_2$ a světlo letí v původním směru. Těchto vlastností se s výhodou užívá v optických přístrojích, kde díky nim lze planparalelní desky používat jako oddělovací, nebo substráty pro optické členy, aniž by došlo k modifikaci směru letu světla.

Použití planparalelní desky však nezachová optickou cestu přístroje zcela beze změny, neboť deska způsobuje posun světelného svazku. Uvažujem nyní planparalelní desku tloušťky d. Potom dráha, kterou paprsek v desce urazí je $d/\cos \alpha_1$ a po spuštění kolmice mezi vstupním a výstupním paprskem, v místě kde výstupní paprsek opouští desku dostáváme ze vzniklého pravoúhlého trojúhelníku pro stranový posun svazku x podmínku

$$\frac{x}{\frac{d}{\cos \alpha_1}} = \sin(\alpha_1 - \beta_1)$$

odkud

$$x = \left(1 - \frac{n_1 \cos \alpha_1}{\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \right) d \sin \alpha_1$$

Vidíme, že posun je úměrný tloušťce desky, takže vliv desky na chod světla v optické soustavě minimalizujeme tím, že vkládat budeme co nejtenčí desky.

Věnujme se nyní případu hranolu s vrcholovým úhlem ω. Zavádíme pojem deviace δ, což je úhel mezi pomyslnými prodloužení vstupního a výstupního parsku. Pro deviaci platí

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 - \alpha_2 + \beta_2$$

vzhledem k volbě orientací úhlů, kterou jsme zvolili při odvozování průchodu světla planparalelní deskou. Dosazeném vztahu vnitřních úhlů a úhlu vrcholového dostáváme

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_2 + \omega$$

Snellův zákon pro druhý lom má nyní tvar

$$n \sin \beta_2 = n \sin(\beta_1 - \omega) = n_2 \sin \alpha_2$$

a právě v tomto místě, podle vzájmené kombinace úhlu dopadu a indexů lomu zůčastněných prostředí dochází k současné změně znamének β_2 a α_2. Posledními úpravami nakonec dostáváme

$$\delta = \alpha_1 + \omega - \arcsin \left[\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1 \cos \omega - \frac{n}{n_2} \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n} \right)^2 \sin^2 \alpha_1} \sin \omega \right]$$

Uvažujme nyní o optometristickém použití hranolu s malým vrcholovým úhlem $\omega \to 0$, tzv. klínu. Potom předchozí vztah má přibližné vyjádření

$$\delta \doteq \left(1 + \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1}}\right) \omega$$

a speciálně pro klín orientovaný pro kolmý dopad se celá refrakce redukuje na lom na zadní stěně klínu o celkové deviaci

$$\delta \doteq (1 + n)\omega$$

čímž získáváme přímý vztah mezi parametry klínu a jeho prizmatickým účinkem.