



evropský
sociální
fond v ČR



MSMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



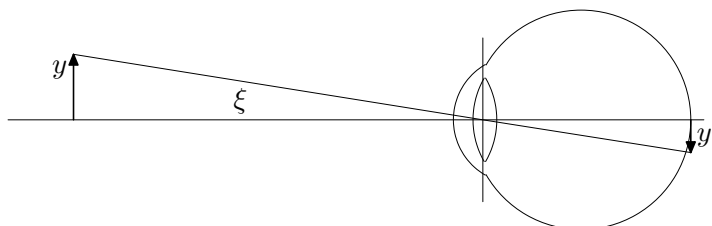
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Lupa

Velikost předmětu, který vnímáme zrakem, posuzujeme podle toho, kolik receptorů na sítnici fotony předmětem vyslané (včetně odražených) aktivují. Zcela zjevně, čím více zasažených receptorů, tím více informací mozek získává a objekt je tak viděn s "většími detaily" (otázku intenzity dopadajícího světla ponechme stranou). O tom jak velkou oblast na sítnici paprsky z daného předmětu zasáhnou, rozhoduje (kromě celkové mohutnosti konkrétního oka) úhel ξ , pod kterým předmět pozorujeme, neboť pro velikost y' obrazu (zde na sítnici) pro vzdálené předměty platí (viz Obr. 1)

$$y' \doteq f_{\text{oko}} \tan \xi.$$

Pro emetropické oko ve stavu akomodačního klidu můžeme z Gullstrandova modelu počítat $\phi = 59.94$ dpt a tedy $f_{\text{oko}} = 1/\phi = 16.68$ mm. V paraxiálním prostoru tak na každý stupeň zorného pole připadá velikost obrazu na sítnici asi $y' = 0.29$ mm/°. Předpokládejme (mírně nepřesně) že příčná velikost světločivých zakončení obou typů receptorů je asi $2 \mu\text{m}$. Jsou-li tedy receptory umístěny těsně jeden vedle druhého (jak si můžeme představovat, že se děje blízko žluté skvrny), dostáváme při zobrazení asi 145 aktivovaných receptorů (bytů informace) na každý stupeň velikosti pozorovaného předmětu.



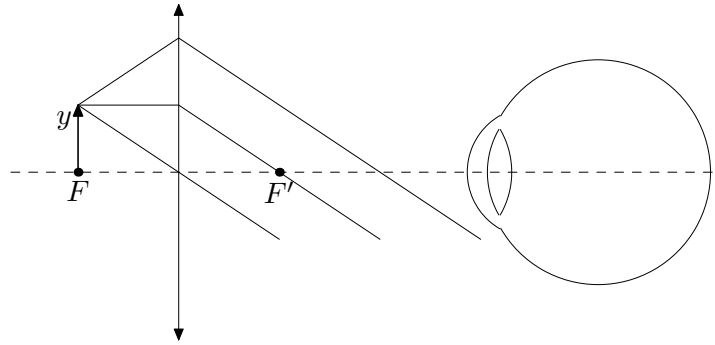
Obr. 1: Pozorování předmětu neozbrojeným okem. Z technických důvodů je na obrázku předmět umístěn blíže než v konvenční zrakové vzdálenosti (ale vně předmětového ohniska oka, aby mohl vzniknout skutečný obraz).

Je-li například předmět velký 1 mm, jeho obraz na sítnici má skutečnou velikost asi $16.7 \mu\text{m}$ (zabere asi osm receptorů) při pozorování ze vzdálenosti 1 m, kdežto velikost asi $66.7 \mu\text{m}$ (zabere asi 33 receptorů) při pozorování z konvenční zrakové vzdálenosti $d = 250$ mm. Rozdíl v počtu zasažených receptorů, a tím v množství předaných detailů, je markantní.

Přímočaré myšlenky zvětšit úhel, pod kterým předmět vidíme, tím, že jej ještě více přiblížíme oku, stojí v cestě fakt existence blízkého bodu – když předmět přiblížíme přes tuto hranici, již jej nejsme schopni zaostřit a jeho pozorovanou velikost tak nevyužijeme. Jako vhodnou všeobecnou hodnotu vzdálenosti blízkého bodu od oka budeme v dalším používat konvenční zrakovou vzdálenost d .

Jak ovšem ukážeme, existuje způsob, jak uvedené omezení překonat. Za tím účelem budeme potřebovat spojnou čočku dostatečné mohutnosti; přístroj, který takto vytvoříme, se jmenuje lupa. Spojnou čočku lze v roli lupy použít dvěma základními způsoby: první z nich je pohodlný, neboť pozorujeme neakomodačným okem, druhý z nich akomodaci vyžaduje, poskytuje však vyšší hodnotu zvětšení.

První metoda spočívá v konfiguraci, kdy předmět umístíme přesně do ohniskové roviny lupy, jak je znázorněno na obrázku. Potom nutně z lupy vystupuje rovnoběžný svazek paprsků, který můžeme pozorovat neakomodačným okem a tím pádem ve velkém rozsahu vzdáleností oka od lupy (viz Obr 2.).



Obr. 2: Pozorování zvětšeného předmětu neakomodovaným okem. Všechny paprsky za čočkou jsou rovnoběžné a jejich úhel vůči optické ose může být větší, než v případě pozorování neozbrojeným okem.

Všimněme si paprsku, který prochází středem lupy: jeho směr se (nikdy) nemění. Z předešlého vyplývá, že i ostatní paprsky za spojkou letí rovnoběžně s tímto hlavním paprskem, a tedy v původním směru. To ale znamená, že úhel, pod kterým předmět díky použití lupy vidíme, je stejný jako ten, pod kterým ho vidí přiložená lupa. Pokud tedy bude lupa přiložena k předmětu blíže, než je konvenční zraková vzdálenost d (resp. blízký bod konkrétního pozorovatele), došlo k efektivnímu úhlovému zvětšení objektu. Přitom objekt stále zaostříme, neboť efektivně z něj paprsky vystupují, jakoby předmět byl v nekonečnu (rovnoběžný svazek) a oko nebude s akomodací mít problém.

Z této úvahy také vyplývá, že pro běžného pozorovatele nemá smysl použít jako lupu spojku s ohniskem delším než d , čili s mohutností menší, než čtyři dioptrie.

Podívejme se nyní, jaké jsou velikosti obrazu na sítnici při pozorování předmětu s lupou a bez ní. Zavedeme pojem úhlového zvětšení β jako poměru dosažitelných velikostí:

$$\beta = \frac{y'_{\text{lupa}}}{y'_{\text{oko}}} = \frac{f_{\text{oko}} \tan \xi_{\text{lupa}}}{f_{\text{oko}} \tan \xi_{\text{oko}}}$$

Jelikož skutečná velikost předmětu l je nezávislá na přiložení lupy, dostáváme z pravoúhlých trojúhelníků při uvažovaných konfiguracích

$$\beta = \frac{l/f_{\text{lupa}}}{l/d} = \frac{d}{f_{\text{lupa}}}$$

Nyní se potvrzuje, že musí platit $f_{\text{lupa}} < d$, jinak je $\beta < 1$ a přiložení příliš slabé spojky by celou situaci zhoršilo.

Druhá varianta spočívá v zapojení plně lomivé síly oka do pozorování lupou. Pokud předmět k lupě oproti předchozímu případu ještě o něco přiblížíme, přestává vznikat skutečný obraz. Pokud ale přiblížení není velké, může se oku podařit akomodací ještě svazek úspěšně zaostřit na sítnici. V celku potom složená soustava čočka+oko má předmět umístěný ve svém blízkém bodě (viz Obr. 3.).

Pro odvození vztahů, popisujících tuto konfiguraci použijeme model dvou (tenkých) čoček těsně za sebou. Jak víme, jejich výsledná mohutnost ϕ je rovna součtu jejich jednotlivých mohutností,

$$\phi = \phi_{\text{oko}} + \phi_{\text{lupa}}$$

Podle zobrazovací rovnice rozhodně platí

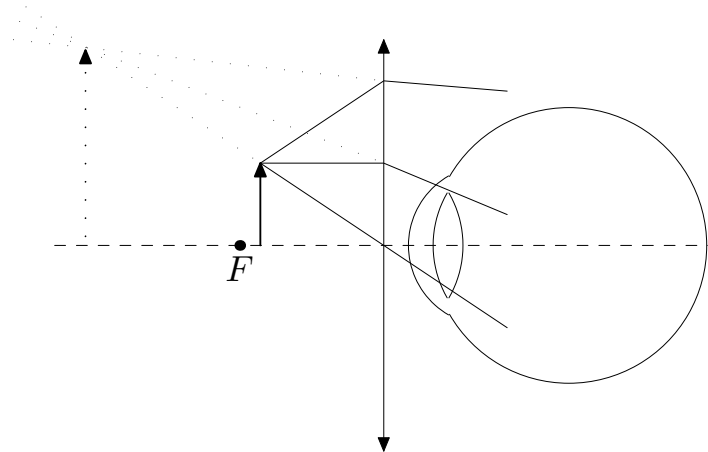
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \phi,$$

(používáme konvenci, ve které jsou všechny vzdálenosti kladné). Pro oko samotné ovšem ze stejného důvodu můžeme při pozorování v konvenční vzdálenosti napsat

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{a'} = \phi_{\text{oko}}$$

Přitom obrazové vzdálenosti a' jsou v obou posledních rovnicích stejné - obraz vždy vzniká přesně na sítnici, a ta svou polohu v oku nemění. Vzájemným dosazením posledních tří rovnic dostáváme

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{d} + \phi_{\text{lupa}}$$



Obr. 3: Pozorování zvětšeného předmětu akomodovaným okem. Virtuální obraz pozorujeme pod větším úhlem, než v případě pozorování neozbrojeným okem.

Nyní stačí již jen dosadit do definice zvětšení:

$$\beta = \frac{y_{\text{lupa}}}{y_{\text{oko}}} = \frac{(a'/a)l}{(a'/d)l},$$

přičemž jsme opět využili vhodných pravoúhlých trojúhelníků. Po dosazení z předposlední rovnice dostáváme konečný výsledek

$$\beta = \frac{1/d + \phi_{\text{lupa}}}{1/d} = \frac{d}{f_{\text{lupa}}} + 1.$$

Vidíme, že proti první metodě je zde zvětšení vždy o jedničku vyšší (tedy např. 6x namísto 5x), což nám také v případě nouze umožňuje použít i slabší čočku v roli lupy (všimněme si, že zvětšení je při této metodě pro libovolnou spojku vždy větší než jedna).

Jak již ale bylo řečeno, daní za tento typ pozorování je nutnost akomodace, která může při delším pozorování být únavná. Všimněme si také, že výpočet bylo možné provést tak, že konkrétní hodnotu mohutnosti akomodovaného oka nebylo potřeba znát, a že tedy uvedený výsledný vztah platí pro libovolné oko.

V praxi se ukazuje, že náš mozek ve spolupráci s okem volí v rámci druhé z metod takové nastavení, kdy vznikající neskutečný obraz je umístěn právě přibližně v konvenční vzdálenosti před lupou. Tím se opodstatňuje zavedení tohoto parametru: nejedná se o pouhou číselnou konstantu, ale vlastnost systému oko-mozek.