

Součástí řešení je kromě výpočtů s výsledkem také čitelný obrázek s označením, popřípadě vysvětlení úvahy, které bylo užito při řešení.

1. Je zadán polohový vektor tělesa v závislosti na čase $\vec{r}(t)$ ve zvoleném kartézském souřadnicovém systému. Určete (v též souřadnicovém systému) velikost zrychlení v čase $t = 0$, je-li

$$\vec{r}(t) = (bt + t^{26}, \frac{a}{4} \sin(2t), \frac{a}{2} t^2),$$

$a, b \in \mathbb{R}$ jsou konstanty. **[2 body]**

2. Po nakloněné rovině se kutálí (bez podkluzování) homogenní válec. Předpokládejme, že válec poklesne z výšky h_0 do výšky h a ve výšce h_0 byl volně puštěn (tj. s nulovou kinetickou energií). Hmotnost válce označme m a moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení je $J = mR^2/2$, kde R je poloměr kruhového průřezu válce. Zanedbáme-li odpor prostředí, ukažte že velikost rychlosti posuvu těžiště válce je $v = \sqrt{4g(h_0 - h)}/3$. **[3 body]**

3. Ve zvoleném souřadnicovém systému jsou zadány síly působící na hmotný bod nenulové hmotnosti.

$$\vec{F}_1 = (d, -b, c), \quad \vec{F}_2 = (|d|, b, -c), \tag{1}$$

kde d, b a c jsou konstanty. $|d|$ značí absolutní hodnotu z čísla d .

Naorientujte sílu \vec{F}_3 dané velikosti ($F_3 > 0$) tak, aby zrychlení hmotného bodu bylo minimální. Tj. určete složky síly \vec{F}_3 . Diskutujte různé hodnoty čísla d . **[2 body]**

4. Těleso m je svisle zavěšeno v homogenním silovém poli \vec{g} na pružině tuhosti k . V čase $t = 0$ mu svisle udělíme rychlost velikosti v_0 .

Určete rovnovážné protažení pružiny z klidové délky (nezatížené pružiny), tj. určete rovnovážnou polohu tělesa. Napište pohybovou rci. pro výchylku $u(t)$ z rovnovážné polohy; z ní (popřípadě s pomocí dalších obecně platných zákonitostí) a aplikací těchto počátečních podmínek na obecný tvar výchylky harmonického kmitání $u = A \cos(\omega t + \phi)$ určete všechny konstanty objevující se v uvedeném vzorci pro výchylku $u(t)$ pomocí zadaných veličin. **[3 body]**

5. Na Obrázku 1. je znázorněno rozložení nábojů - každý následující náboj je od předcházejícího vzdálen o délku d , řada pokračuje do nekonečna. Náboje střídají znaménka podle obrázku. Určete velikost intenzity elektrického pole v místě, které je od prvního náboje vzdáleno o d , viz. uvedený obrázek.

Obrázek 1: Náboje na přímce

$$|\vec{E}| = ? \quad \begin{array}{cccccc} +q & -\frac{4q}{2} & +\frac{9q}{4} & -\frac{16q}{8} & +\frac{25q}{16} & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \dots \end{array}$$

Pomůcka: Součet geometrické řady

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} t^n, \quad |t| < 1 \Rightarrow S = (1 - t)^{-1}.$$

[2 body]