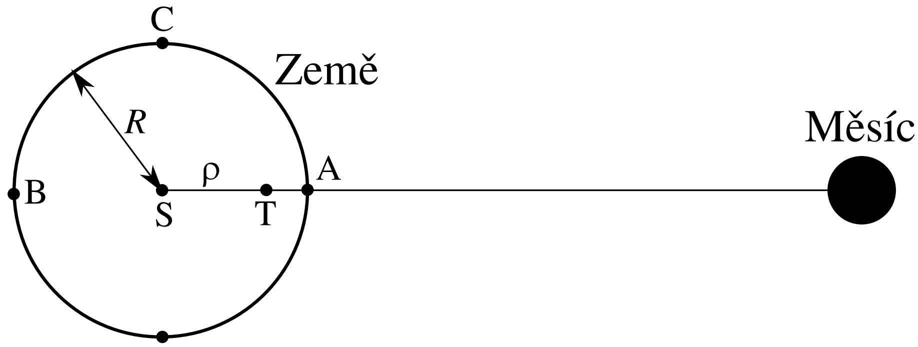
Zajímavá fyzika
Tomáš Tyc, 2010

# Slapové jevy

- Body na obrázku: T – těžiště soustavy Země – Měsíc; S – střed Země; A – bod, kde je Měsíc v nadhlavníku; B – bod opačný k A; C – bod, v němž je Měsíc na obzoru (horiznotu); $\rho$ – vzdálenost bodů S a T; $R$ – poloměr Země; $l$ – vzdálenost středů Země a Měsíce, $M$ a $M_Z$ – hmotnost Měsíce a Země




- Země a Měsíc obíhají kolem společného těžiště, které je v klidu. Dostředivé zrychlení středu Země, které je $\omega^2\rho$, je vyvoláno gravitační silou mezi Měsícem a Zemí, proto

$$M_Z\omega^2\rho = \frac{GMM_Z}{l^2} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{GM}{\rho l^2}$$

- Pokud neuvažujeme vlastní rotaci Země, je její pohyb vlivem Měsíce časově proměnnou translací celé Země, kdy každý její bod se pohybuje po kružnici o poloměru $\rho$ úhlovou rychlostí $\omega$. V soustavě spojené se Zemí tak vzniká pole setrvačné síly, které je homogenní a má intenzitu $\omega^2\rho$ a směřuje od Měsíce k Zemi. Jeho potenciál proto je $\varphi_{\rm od} = \omega^2\rho x$, kde osa $x$ směřuje od středu Země k Měsíci.

- Gravitační potenciál od Měsíce je $\varphi_{\rm g} = -\frac{GM}{r}$, kde $M$ je hmotnost Měsíce a $r$ je vzdálenost daného bodu od středu Měsíce.

- Pro body A, B, C dostáváme celkový potenciál

$$\begin{aligned}
\varphi_{\rm A} &= -\frac{GM}{l-R} + \omega^2\rho R = -\frac{GM}{l-R} + \frac{GMR}{l^2} \\
\varphi_{\rm B} &= -\frac{GM}{l+R} - \omega^2\rho R = -\frac{GM}{l+R} - \frac{GMR}{l^2} \\
\varphi_{\rm C} &= -\frac{GM}{\sqrt{l^2+R^2}}
\end{aligned}$$

- Abychom zjistili, jak vypadá ekvipotenciála, rozvineme zlomky až do členů druhého řádu pomocí součtu geometrické řady a binomické věty s neceločíselnou mocninou:

$$\frac{1}{l \pm R} = \frac{1}{l}\left(1 \mp \frac{R}{l} + \frac{R^2}{l^2} \mp \dots\right), \qquad \frac{1}{\sqrt{l^2+R^2}} = (l^2+R^2)^{-1/2} \approx l\left(1 - \frac{R^2}{2l^2}\right)$$

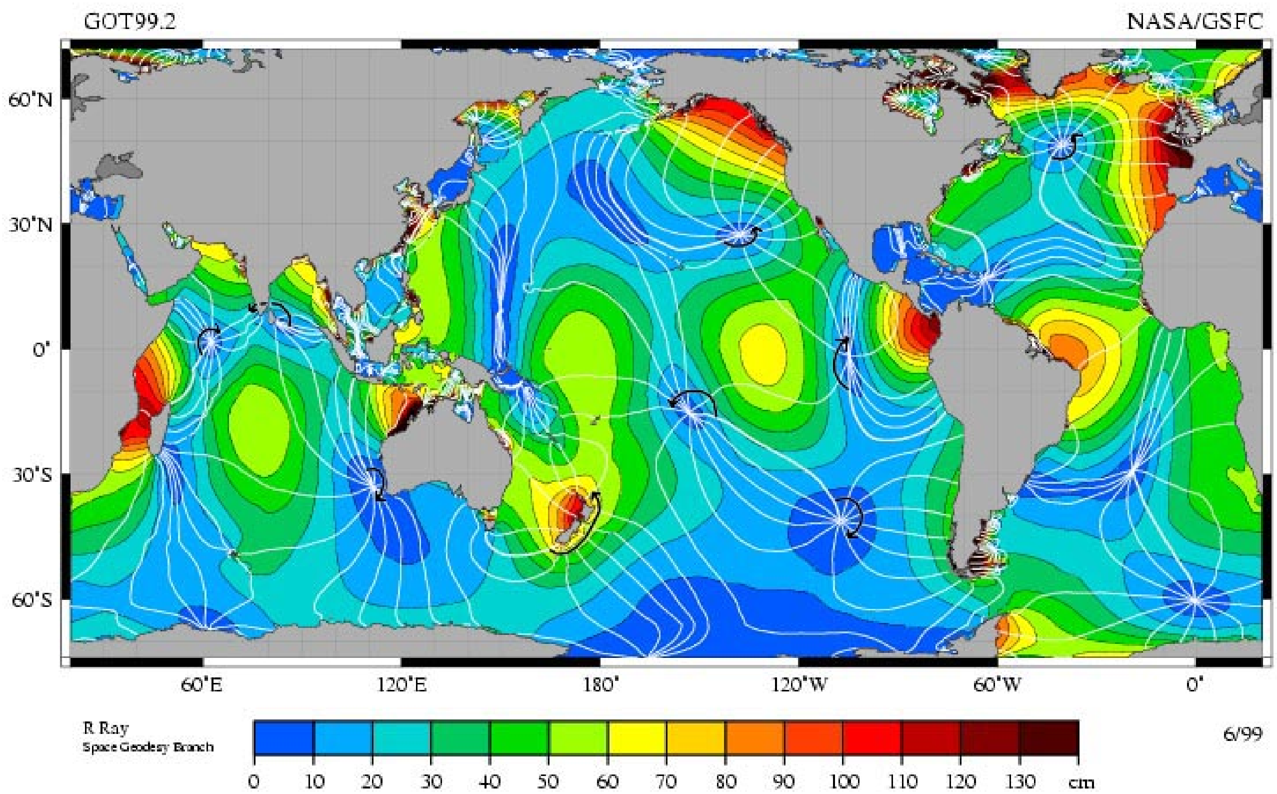
Po dosazení dostaneme

$$\begin{aligned}
\varphi_{\rm A} &\approx -\frac{GM}{l} - \frac{GMR^2}{l^3} \\
\varphi_{\rm B} &\approx -\frac{GM}{l} - \frac{GMR^2}{l^3} \\
\varphi_{\rm C} &= -\frac{GM}{l} + \frac{GMR^2}{2l^3}
\end{aligned}$$

- Jaká by byla hladina vody v ustáleném stavu? Zaujala by tvar ekvipotenciály, takže v bodech A a B by byla zvednutá o $\Delta h_{\mathrm{A}} = \Delta h_{\mathrm{B}} = \frac{GMR^2}{l^3 g} \approx 36$ cm a v bodě C by klesla o $\Delta h_{\mathrm{C}} = \frac{GMR^2}{2l^3 g} \approx 18$ cm. Celkový rozdíl hladin za přílivu a odlivu by tedy byl asi 54 cm.

- Na volném oceánu to tak někde je. Ve skutečnosti je ale příliv a odliv mnohem složitější jev, protože se přidává vlastní rotace Země. Díky tomu se body A, B a C neustále posunují po povrchu Země a to vyvolává pohyb vodních mas v oceánech a mořích. Vznikají vlny, které jsou částečně postupné a částečně stojaté. Frekvenci slapů lze odvodit z frekvence oběhu Měsíce kolem Země a z vlastní rotace Země. Za 28 dní Měsíc oběhne Zemi a Země se otočí kolem své osy přibližně 28 krát. Vůči pozorovateli na Zemi za tuto dobu tedy Měsíc obkrouží Zemi jen 27 krát. Perioda oběhu Měsíce pro pozorovatele na Zemi je proto přibližně 24 hodin $\times \frac{28}{27} \approx 25$ h 40 min. Protože v bodech A, B jsou slapy stejné, je jejich frekvence dvakrát větší, tedy $T \approx 12$ h 50 min.

- V některých místech oceánu jsou místa, kde příliv a odliv není, protože se v nich setkávají křivky všech možných slapových fází – viz obrázek (zdroj: http://en.wikipedia.org/wiki/Tides)




- Největší slapy překvapivě nejsou na širém oceánu, kde příliv a odliv „nic nebrzdí", ale v okrajových mořích. To proto, že voda v okrajových mořích může někdy kmitat na frekvenci blízké frekvenci slapů. Pokud jsou si frekvence velmi blízké, dojde k rezonanci a hladina moře se rozkmitá s amplitudou mnoha metrů. Největší příliv na světě je v Bay of Fundy ve východní Kanadě, kde rozdíl hladin dosahuje až 16 metrů. Následující fotografie jsem pořídil v St Andrews u Severního moře ve Skotsku, kde rozdíl hladin dosahuje až 5 metrů:




- Kromě Měsíce na Zemi působí slapově i Slunce. Jeho působení je ale asi 2,2 krát slabší (protože poměr $M/l^3$ je pro Slunce 2,2 krát menší než pro Měsíc[1]) platí . Pokud jsou všechna tři tělesa v jedné přímce (Měsíc v úplňku nebo v novu), slapy od Měsíce a Slunce se sčítají a máme velký příliv a odliv. Pokud je Měsíc v první nebo poslední čtvrti, odečtou se a máme slabé slapy. Navíc jsou slapy silně ovlivněny vzdáleností Měsíce (třetí mocnina u $l$ ve jmenovateli u $\Delta h_\mathrm{A}$ a $\Delta h_\mathrm{C}$), proto slapy kolísají i podle toho, zda je Měsíc v perigeu nebo apogeu. Protože v apogeu je Měsíc asi 1,1 krát dále než v perigeu (405 tisíc km oproti 363 tisíc km), budou slapy pro polohu v perigeu díky třetí mocnině asi o 30% silnější než v apogeu. Celkově se tedy může příliv a odliv silně měnit podle polohy Měsíce i Slunce.

- Kromě moře se vlivem Měsíce dme celá zemská kůra. To trochu zahřívá Zemi. Potřebná energie se bere z rotační energie oběhu Měsíce a Země kolem její osy.

[1] Zjistíme dosazením $M_\mathrm{S} = 2 \times 10^{30}$ kg, $l_\mathrm{S} = 150 \times 10^6$ km, $M = 7.3 \times 10^{22}$ kg, $l = 380 \times 10^3$ km