Hmota ve vesmíru

Kvadrát celková energie částice je dána součtem kvadrátu její kinetické energie a kvadrátu klidové energie v důsledku její hmotnosti,

$$E_c^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 .$$

Tento relativistický vztah je konzistentní s mnohem známějším vztahem $E = m_0 c^2$, kde m_0 je klidová hmotnost částice. Podíváme se na speciální případy

- Pro případ nehmotné částice $m_0 = 0.$ se vztah redukuje na známý vztah $E = pc$.
- Pro případ, že rychlost částice v je mnohem menší než rychlost světla c, dostáváme vztah

$$E_c = mc^2 \left(1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}\right)^{1/2} \approx mc^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{m}$$

- Pokud je částice v klidu, vztah se redukuje na známy vztah $E_0 = m_0 c^2$

Baryonová hmota

Baryony jsou těžké částice, které reagují na silnou interakci. Jsou složené ze tří kvarků a mají poločíselný spin. Nejznámější zástupce baryonů je *proton* a *neutron* a to především proto, že pouze tyto částice mohou být stabilní (neutron je stabilní pokud je vázan v jádře, zatímco izolovaný neutron se rozpada na *proton*, *elektron* a *antineutrino* s poločasem rozpadu asi 10.3 minuty).

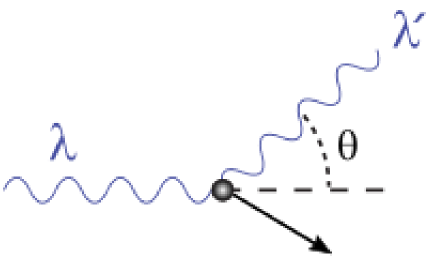
Ještě zmíním, že *elektron* nepatří mezi baryony ale mezi *leptony*, nicméně je často v kosmologii do názvu baryonová hmota zahrnován k velké nelibosti částicových fyziků. Vzhledem k faktu, že vesmír musí být celkově neutrální, na každý proton musí být jeden elektron. Nicméně k celkové energii vesmíru elektron nepřispívá, jeho klidová energie je 0.511 MeV. Pro srovnání klidová energie protonu je 938.3 MeV a neutronu 939.6 MeV. V současném vesmíru považujeme baryonovou hmotu za nerelativistickou, její kinetická energie je mnohem menší než klidová energie.

Záření

Díky fotonům, částicím elektromagnetického záření, které se šíří rychlostí světla můžeme zkoumat detailněji vesmír a jeho vlastnosti. Kinetická energie fotonu je dána

$$E = pc = h\nu$$

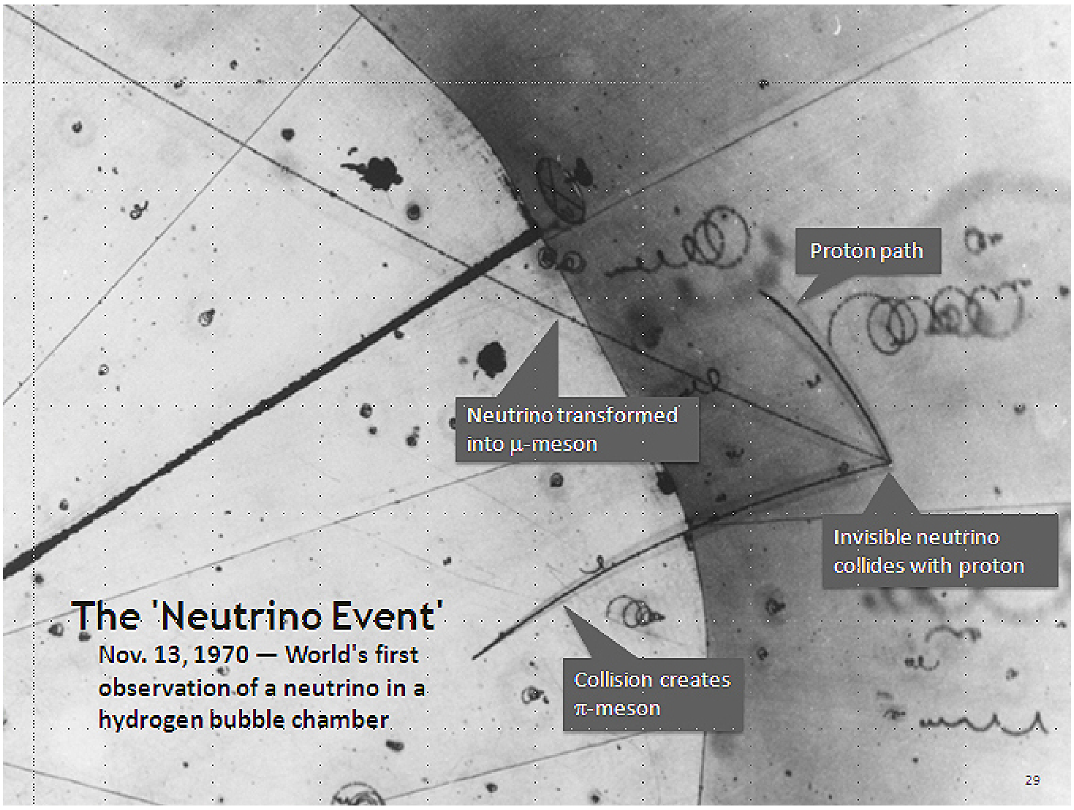
Fotony mohou interagovat s baryony i elektrony (například ionizace, rozptyl na volných elektronech resp. Comptonův rozptyl)



Neutrino

Jedná se o částice, které interagují velmi slabě. V současné době je již známo, že patří mezi hmotné částice, nicméně jejich hmotnost je pravděpodobně velmi malá a nemá žádný kosmologický efekt. Tedy efektivně je stále považována za relativistickou částici a zahrnujeme ji do kosmologického termínu záření.

Existují tři typy neutrin: *elektronové, muonové a tauonové*, jejich detekce je velmi obtížná a detekovat přímo kosmologické neutrina je nemožné.



Ještě něco ?

Existuje ještě jiný nám dosud neznámý typ hmoty ?

Newton vs. Einstein - srovnání

- Rychlost tělesa se mění v důsledku sil, které na něj působí, v případě planet, hvězd je tou silou gravitace *

$$F_g = -\frac{m_g M_g}{r^2}$$

Newtonův II. zákon

- Jestliže na těleso působí síla, pak se těleso pohybuje se zrychlením, které je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa.*

$$F = m_i a$$

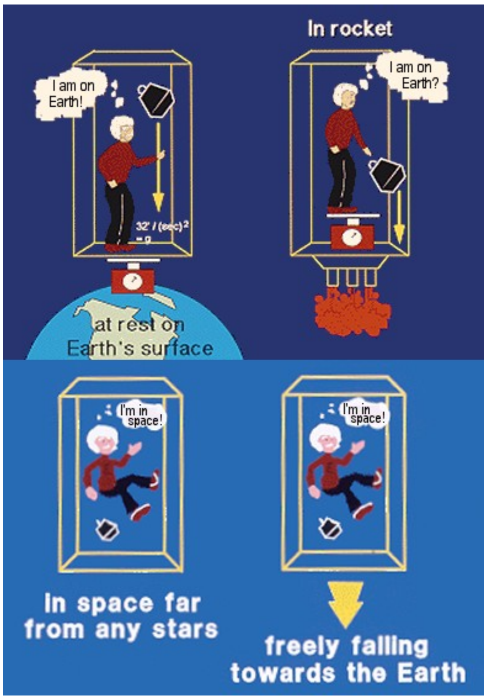
Princip Ekvivalence

Setrvačná a gravitační hmotnost si jsou rovny. Tato rovnost byla experimentálně ověřena s dostatečnou přesností.

$$m_g = m_i$$

Myšlenkový pokus

Ekvaivalentní setrvačné a gravitační účinky si můžeme představit jednoduše pomocí myšlenkového pokusu. Zčista jasna nás ve spánku z ložnice unesli mimozemšťané i spolu s naším oblíbeným plyšovým medvídkem a šoupli nás do neprůhledné mimozemsky děsivě vypadající kabiny v mimozemském plavidle. Plavidlo se pohybuje vesmírem s rovnoměrným zrychlením rovným $g = 9.8\,\mathrm{m.s}^{-2}$ směrem k jejich domovině. Když se probudíme, z šoku a představy, kde jsme se to octli, pustíme plyšového medvídka na zem. Jelikož jsme pohotově smýšlející fyzikálně nadaní jedinci, ihned začneme počítat, za jak dlouho dopadne na zem a rychle odhadneme zrychlení. Po určení hodnoty $g = 9.8\,\mathrm{m.s}^{-2}$ si hluboce oddechneme, že jsme ještě na Zemi. Což ale není pravda.



Můžeme pokus ještě vylepšit, představme si že v kabině je kolmo na směr zrychlení umístěno laserové ukazovátko. Protože se kabina pohybuje se zrychlením, paprsek se nám bude zdát ohnutý směrem opačným než se raketa pohybuje (samozřejmě za předpokladu, že je kabina dostatečně velká, abychom to zaregistrovali). Díky principu ekvivalence (a závěru předchozího části myšlenkového pokusu) však můžeme setrvačné účinky nahradit gravitačními, z čehož logicky vyplývá, že gravitační pole působí na fotony i když nemají žádnou hmotnost.

Můžeme jít ještě dále, jeden ze základních pilířů optiky je *Fermatův princip*, světlo se mezi dvěma body šíří po nejkratší dráze. V euklidovském plochém (nezakřiveném) prostoru je to přímka, pokud však gravitace zakřivuje dráhu paprsku a platí *Fermatův princip*, pak prostor není Euklidovský ale zakřivený, neeuklidovský.

Shrnutí

Newtonův pohled

- *Hmota určuje velikost gravitační síly* ($F_g = -GMm/r^2$). *Síla urychluje hmotu* $F = ma$.

Einsteinův pohled

- *Hmotnost-energie určuje jako se zakřiví prostoročas. Zakřivený prostoročas určuje, jak se bude hmota pohybovat.*

Geometrie 2-D prostoru

Nejjednodušší případ dvojdimenzionálního prostoru je rovina. Geodetikou v rovině je přímka. Pro trojúhelník zkonstruovaný v rovině platí pro součet vnitřních úhlů

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi$$

a vzdálenost - euklidovská metrika v kartézských souřadnicích

$$\mathrm{d}s2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2,$$

resp. v polárních souřadnicích

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\theta^2.$$

Jiný příklad dvojdimenzinálního prostoru je povrch koule. Na povrchu koule je nejkratší vzdálenost mezi dvěma body část hlavní kružnice (kružnice jejíž střed je ve středu koule a poloměr daný poloměrem koule). Pro trojúhelník na povrchu koule *sférický trojúhelník* resp součet vnitřních úhlů neplatí totéž, co pro roviný trojúhelnik. Součet úhlů je dán

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + \frac{A}{R^2},$$

kde A je povrch trojúhelníku, R poloměr koule. Pro definici vztažného systému využijeme dva protilehlé body (severní a jižní pól) a nultý poledník (jednu z geodetik protínajících severní a jížní pól). Použitím polárních souřadnic v našem vztažném systému je r vzdálenost od severního pólu a θ azimutální úhel měřený od nultého poledníku. Vzdálenost neboli metrika na povrchu koule je pak dána

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + R^2\sin^2(r/R)\mathrm{d}\theta^2.$$

Ze vztahu je přímo patrné, že největší možná vzdálenost dvou bodů na ploše koule je πR. To je zřejmý rozdíl oproti euklidovské rovině, kde největší vzdálenost není ohraničena, stejně tak jako plocha je nekonečná. Případ koule ukázal dvojdimenzionální prostor, který je kladně zakřiven. Dalším příkladem dvojdimenzionálního prostoru s negativní křivostí může být povrch *hyperboloidu*. Problém je, že dvojdimenzinální povrch s konstantní negativní křivosti nelze ve trojdimenzionálním prostoru zkonstruovat (více Hilbertův teorém (https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert%27s_theorem_%28differential_geometry%29)). Povrch *hyperboloidu* má negativní konstantní křivost pouze v centrální oblasti, pro ilustraci to je nicméně postačující a odvození základních vlastností nic nebrání. Pro součet vnitřních úhlu v trojúhelníku zkonstruovaném na povrchu s konstantní negativní křivostí platí

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi - \frac{A}{R^2}.$$

Podobným způsobem, jako jsme zavedli polární souřadnice na povrchu koule, je použijeme i v tomto případě. Zvolíme si jeden bod jako pól a jednu geodetiku protínající tento bod jako nultý poledník. Pak můžeme pro vzdálenost dvou bodů na tomto povrchu psát

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + R^2\mathrm{sinh}\left(\frac{r}{R}\right)\mathrm{d}\theta^2.$$

Je nutné mít na paměti, že křivost prostoru je lokální vlastnost (barel, povrch bábušky apod.), nicméně pokud chcete mít dvojdimenzionálnáí prostor (povrch) homogenní a izotropní, jsou možné pouze tři možnosti. Povrch bude nezakřivený euklidovský, nebo neeuklidovský - zakřivený s kladnou konstantní křivostí a zakřivený s negativní konstantní křivostí. Je tedy charakterizován dvěma parametry, *poloměrem křivosti* R a konstantou křivosti κ nabývající hodnot $0, \pm 1$.

Naše předchozí výsledky lze jednoduše extrapolovat do trojdimenzionálního prostoru. Tedy nejprve uvedeme nezakřivený euklidovský trojdimenzinální prostor. V plochém trojdimenzionálním prostoru platí pro vzdálenost mezi body ve sférických souřadnicích

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + r^2 \left[\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2\right]$$

Pokud má trojdimenzionální prostor kladnou konstantní křivost $\kappa = 1$, pak platí pro vzdálenost dvou bodů ve sférických souřadnicích metrika

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + R^2 \sin^2\left(\frac{r}{R}\right) \left[\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2\right],$$

obdobně pro trojdimenzionální prostor s negativní konstantní křivostí platí

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + R^2 \sinh^2\left(\frac{r}{R}\right) \left[\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2\right].$$

Zobecněním předchozích vztahů dostáváme obecný vztah pro metriku v trojdimenzionálním, homogenním a izotropním prostoru

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}r^2 + S_k(r)^2 \mathrm{d}\Omega^2,$$

kde

$$\mathrm{d}\Omega^2 = \mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2$$

a

$$S_k(r) = \begin{cases} R\sin\left(\frac{r}{R}\right) & (\kappa = 1) \\ r & (\kappa = 0) \\ R\sinh\left(\frac{r}{R}\right) & (\kappa = -1) \end{cases}.$$

Použití souřadného systému (r, θ, ϕ) není jediné možné. Například lze nahradit radiální souřadnici r, souřadnicí $x = S_k(r)$, metriku pro trojdimenzionální, homogenní a izotropní prostor můžeme přepsat v těchto souřadnicích do tvaru

$$\mathrm{d}s^2 = \frac{\mathrm{d}x^2}{1 - \kappa\frac{x^2}{R^2}} + x^2 \mathrm{d}\Omega^2$$

In [ ]: