

Astronomické praktikum

Astrometria pre Barnardovu hviezdu

Vypracoval: Patrik Žilka

Dátum merania: 13.10.2011

Dátum vypracovania: 1.12.2011

Úvod

V tomto praktiku bolo za úlohu hlavne zistiť rovníkové súradnice určitej hviezdy (v našom prípade Barnardovej hviezdy). K jeho určeniu je potrebné použiť nameranú snímku cez CCD kameru a v tejto snímke spraviť astrometriu. Teda najprv určiť stredy hviezd na snímke, potom ich polohy čo najlepšie zosynchronizovať s nejakým katalógom a následne určiť polohu našej hviezdy. Zo snímky vieme tiež určiť aj ohniskovú vzdialenosť použitého ďalekohľadu.

Informácie o použitom snímke

Názov súboru:	barnard_17R.fits
Začiatok snímania (UT):	2011-10-13 18:01:00.437
Rozmery snímky:	$X = 2x_0 = 765 \text{ px}$ $Y = 2y_0 = 510 \text{ px}$
Expozičná doba:	20 s
Filter:	R (Red)
Binning (X x Y):	2 x 2
Typ kamery:	SBIG ST-8 3 CCD Camera

Určenie stredu hviezd na snímku

K presnému určeniu stredu hviezd sa musia vziať všetky pixely z blízkeho okolia hviezdy, z ktorých sa následne vypočíta fotometrické ťažisko hviezd:

$$x = \frac{\sum x w_{xy}}{\sum w_{xy}} \quad y = \frac{\sum y w_{xy}}{\sum w_{xy}}$$

kde x, y sú indexy pixelov a w_{xy} hodnota daného pixelu zmenšená o maximálnu hodnotu z pixelov okolo danej hviezdy (každé záporné w_{xy} sa potom rovná nule).

K nájdeniu toho fotometrického ťažiska som použil jednoduchý programík v jazyku C, ktorý vyššie uvedené výpočty prevedie z danej matice pixelov z okolia určitej hviezdy. Jednotlivé matice pixelov a max. hodnotu okolitých pixelov som vyberal jednotlivo pre každú hviezdu tak, aby som zachytil intenzity z čo najviac pixelov z danej hviezdy, ale žiadnu náhodnú intenzitu z okolia hviezdy. Zdrojový kód tohto programu a vybrané hviezdy sú uvedené na ďalšej strane.

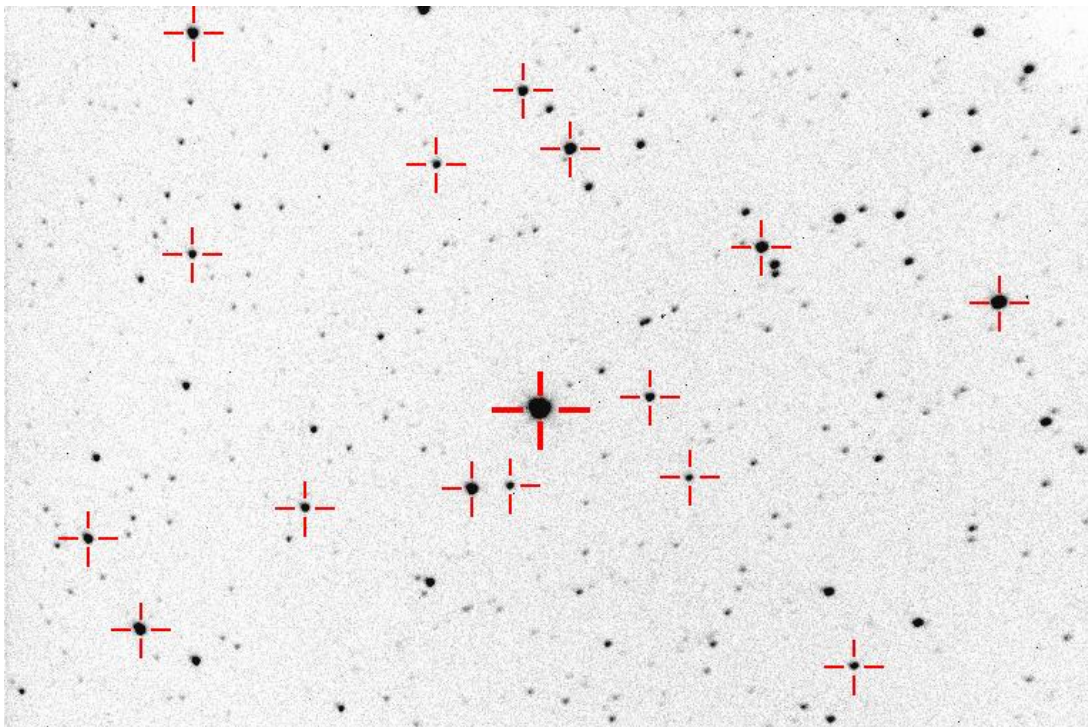
Program na počítanie fotometrického ťažiska pre danú hviezdu:

```
#include <stdio.h>

#define MIN 195    // hranica intenzity okolitých pixelov
#define XMAX 20    // x-ová veľkosť matice pixelov

int main ()
{
    double x1=0, x2=0, y1=0, y2=0, h;
    int k, x=0, y=0;
    FILE *f = fopen("4.txt", "r");    // otvorenie suboru s datami
    while (!feof(f))                // číta zo subora až do konca suboru
    {
        fscanf(f, "\n");            // pre preskocenie na druhý riadok
        k = fscanf(f, "%lg\\", &h); // precítanie hodnoty pixelu
        if (k != 1)                  // ak už nenájde ďalšie data
        {
            printf("x: %g\\n y: %g", x1/x2, y1/y2);
            fclose(f);
            return 0;
        }
        x++; // indexovanie dát
        if (x > XMAX) // XMAX je x-ová veľkosť matice pixelov
        {
            y++;
            x = 1;
        }
        // počítanie fotometrického ťažiska
        x1 += (x - 1) * (h > MIN ? h - MIN : 0);
        x2 += (h > MIN ? h - MIN : 0);
        y1 += (y) * (h > MIN ? h - MIN : 0);
        y2 += (h > MIN ? h - MIN : 0);
    }
    fclose(f);
    return 0;
}
```

Nameraná snímka s použitými hviezdami a s Barnardovou hviezdou uprostred:



Tabuľka vybratých hviezd z katalógu **2MASS** (J2000) a vypočítané polohy na snímke:

n	Označenie hviezdy	α [°]	δ [°]	x [px]	y [px]
1	J17581626+0441194	269,567752	4,688746	59,71783	137,11103
2	J17581272+0439551	269,553007	4,665333	96,13710	73,59111
3	J17575194+0442202	269,466447	4,705620	328,96717	171,96608
4	J17574956+0442250	269,456539	4,706962	355,40238	174,40423
5	J17574653+0447466	269,443881	4,796282	397,71664	410,18689
6	J17574968+0448400	269,45703	4,811128	364,47190	450,69483
7	J17581080+0449228	269,545002	4,823018	133,20320	490,98979
8	J17581033+0445535	269,543045	4,764868	132,69372	336,40255
9	J17575500+0447275	269,479207	4,790990	303,88170	399,35916
10	J17580255+0441570	269,510633	4,699175	211,76689	158,99660
11	J17574088+0443538	269,420352	4,731636	453,48859	236,37352
12	J17573820+0442390	269,409199	4,710856	480,90838	180,00283
13	J17573410+0446198	269,392092	4,772170	531,92841	341,23667
14	J17572724+0439461	269,363541	4,662809	596,57544	48,25788
15	J17571890+0445356	269,328772	4,759891	698,08579	302,53345
	Barnard star			376,45050	227,81706

Priemet odpovedajúcich rovníkových súradníc do roviny snímky

K tomuto priemetu použijeme gnomonickú projekciu. Je to priemet zo stredu gule na dotyčnicovú rovinu s dotykom v bode α_0, δ_0 . Rovinné súradnice hviezd so súradnicami α, δ sú potom vyjadrené nasledovne:

$$u = \frac{-\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta_0 \sin \delta + \cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)} \quad v = \frac{\cos \delta_0 \sin \delta - \sin \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta_0 \sin \delta + \cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)}$$

Pri malom zornom poli je možné tiež použiť aproximáciu:

$$u \approx -(\alpha - \alpha_0) \cos \delta_0 \quad v \approx \delta - \delta_0$$

Súradnice avšak ešte neodpovedajú polohám na snímke a preto je ich potrebné upraviť:

$$x = x_0 + uc \quad y = y_0 + vc$$

kde x_0, y_0 je stred snímku a c je mierka. Mierku c vypočítame z pomerov vzdialeností hviezd na snímku a na gnomonickom priemete:

$$c = \frac{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$$

Keď dostaneme hviezdy z databázy do súradníc snímky, zistíme, že odpovedajúce dvojice hviezd sú od seba vzdialené. Tieto rozdiely sú spôsobené otočením a posunutím snímky. Ak si zadefinujeme C, D ako parametry posunutia a $A = \cos \varphi$, $B = \sin \varphi$ ako parametre rotácie, kde φ udáva uhol otočenia obrázka od projekcie, potom pre čo najmenšie odchyľky je potrebné najst minimum funkcie $S(A, B, C, D)$:

$$S = \sum [(C + Au_i + Bv_i - x)^2 + (D - Bu_i + Av_i - y)^2]$$

Po zistení posunutia môžeme presnejšie určiť súradnice stredu premietania a tým zefektívniť gnomonickú projekciu:

$$\alpha_0 = \alpha_0 + \frac{C}{c \cos \delta_0} \qquad \delta_0 = \delta_0 - \frac{D}{c}$$

S novými súradnicami sa celý proces opakuje, až kým sa nebudú hodnoty C a D približovať k nule. Na tento proces som využil skript pre Octave uvedený v dokumente apraktik.pdf. Jeho zdrojový kód je uvedený aj na poslednej strane tohto praktika.

Hodnoty získané skriptom v Octave:

posunutie v osi x	C = (0,000 ± 0,0139) px	
posunutie v osi y	D = (0,000 ± 0,0139) px	
parameter rotácie	A = cos φ = (0,998644 ± 0,000060)	
parameter rotácie	B = sin φ = (0,037150 ± 0,000060)	
mierka	c = (2654,8 ± 1,1) px/° $\delta r = 0,04$ %	
	c = (0,73744 ± 0,00031) px/arcsec	
poloha stredu	α_0 = (269,4474210 ± 0,0000053) °	
	δ_0 = (4,7376651 ± 0,0000053) °	
otočenie snímky	φ = (2,1304 ± 0,0034) °	

Určenie polohy Barnardovej hviezdy

Zo známych parametrov otočenia a posunutia vieme zistiť rovníkové súradnice ľubovoľnej hviezdy na snímke jednoduchými prevodmi:

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{(x - x_0) \cos \varphi - (y - y_0) \sin \varphi}{c \cos \delta_0} \qquad \delta = \delta_0 + \frac{(x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi}{c}$$

a potom súradnice Barnardovej hviezdy (pre $x = 376,45$, $y = 227,82$) sú :

$$\alpha = 269,449324^\circ = 17^h 57^m 47,838^s$$

$$\delta = 4,7273483^\circ = 4^\circ 43' 38,45''$$

Určenie ohniskovej vzdialenosti ďalekohľadu

Jeden pixel CCD kamery pri binningu 2x2 má veľkosť $K = 18 \mu\text{m}/\text{px}$, šírka najväčšej strany snímky je $X = 765 \text{ px}$ a nameraná mierka $c = 2654,8 \text{ px}/^\circ$. Z týchto údajov je možné zistiť aj ohniskovú vzdialenosť použitého ďalekohľadu:

$$f = \frac{KX}{2 \tan \frac{X}{2c}} = 2,737953 \text{ m}$$

Záver

Výsledkom tohto praktika bola celkom presná poloha Barnardovej hviezdy, otočenie a posunutie snímky CCD kamery a ohnisková vzdialenosť použitého ďalekohľadu.

Použitý skript v Octave:

```
#!/usr/bin/octave -qf
output_precision(10)
load "b.dat"
n = size(b(:,1),1)
a = b(:,2)'
d = b(:,3)'
xx = b(:,4)'
yy = b(:,5)'
a0 = sum(a)/n
d0 = sum(d)/n
x0 = 765/2
y0 = 510/2
rad = 180.0/pi
for j = 1:5
    u = (a0 - a)*cos(d0/rad)
    v = d - d0
    x = xx - x0
    y = yy - y0
    cc = zeros(1,n-1);
    for i = 2:n
        d1 = sqrt((x(i) - x(i-1))**2 + \
            (y(i) - y(i-1))**2);
        d2 = sqrt((u(i) - u(i-1))**2 + \
            (v(i) - v(i-1))**2);
        cc(i-1) = d1/d2;
    endfor
    c = mean(cc)
    ce = std(cc)/sqrt(n)
    u = c*u
    v = c*v
    xoff = sum(x-u)/n
    yoff = sum(y-u)/n
    sx = sum(u)
    sy = sum(v)
    sx2 = sumsq(u) + sumsq(v)
    sa = sum(x)
    sb = sum(y)
    sa2 = sum(u .* x + v .* y)
    sab = sum(v .* x - u .* y)
    mnc = [n,0,sx,sy; \
        0,n,sy,-sx; \
        sx,sy,sx2,0; \
        sy,-sx,0,sx2]
    b = [sa,sb,sa2,sab]
    [mnc1,rcond] = inv(mnc)
    t = mnc1*b'
    s = 0
    for i = 1:n
        dx = t(1) + t(3)*u(i) + t(4)*v(i);
        dx = dx - x(i);
        dy = t(2) - t(4)*u(i) + t(3)*v(i);
        dy = dy - y(i);
        s = s + dx**2 + dy**2;
    endfor
    dt = sqrt(s*diag(mnc1)/(n-4)/n)
    a0 = a0 + t(1)/c/cos(d0/rad)
    d0 = d0 - t(2)/c
endfor
```